

ТЕТЯНА ФУРС, ОЛЕНА МІКУЛІЧ, ОЛЕКСІЙ ПРИХОДЬКО

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗМІНИ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПІНОПОЛІУРЕТАНІВ НА ОСНОВІ ОБМЕЖЕНИХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ВИБІРОК

У роботі представлено підхід на основі даних (data-driven) до математичного моделювання фізико-механічних властивостей пінополіуретанів (ППУ) в умовах обмежених експериментальних вибірок. Актуальність дослідження обумовлена високою ресурсоемністю класичного методу спроб і помилок при розробці рецептур полімерних матеріалів, а також складністю застосування традиційних алгоритмів машинного навчання, що потребують великих масивів експериментальних даних. Метою роботи є встановлення закономірностей впливу силіконової добавки на густину, пористість, модуль Юнга та межу текучості ППУ за допомогою поліноміальної апроксимації, а також визначення оптимальної математичної моделі для опису нелінійних процесів спінювання. Експериментальна база охоплювала результати 7 дослідів. Для побудови моделей використано поліноміальну регресію 3–6-го степенів, реалізовану методом найменших квадратів у середовищі Python. Встановлено, що поліноми вищих степенів демонструють ефект Рунге та генерують фізично некоректні результати, тоді як поліном 4-го степеня забезпечує оптимальний баланс між точністю апроксимації та фізичною адекватністю прогнозів. У результаті моделювання виявлено критичну концентрацію силіконової добавки на рівні 2,5 мас. ч., що відповідає переходу матеріалу зі стану жорсткої піни до стану крихкої. Показано, що перевищення цього порогу супроводжується різким зниженням пористості з 56,5 % до 25,5 % та стрибкоподібним зростанням густини й жорсткості матеріалу. Проведений фізико-хімічний аналіз дозволив виділити три режими функціонування добавки: дестабілізація нуклеації, ефективна стабілізація комірок та критичний структурний перехід. Отримані математичні моделі можуть бути використані для багатокритеріальної оптимізації рецептур ППУ, побудови фронту Парето та проведення обчислювальних експериментів без додаткових матеріальних витрат.

Ключові слова: пінополіуретан, математичне моделювання, поліноміальна регресія, оптимізація малих даних, фронт Парето.

TETIANA FURS, OLENA MIKULICH, OLEKSII PRYKHODKO

MATHEMATICAL MODELING OF THE CHANGE PROCESS IN PHYSICO-MECHANICAL PROPERTIES OF POLYURETHANE FOAMS BASED ON LIMITED EXPERIMENTAL SAMPLES

This study presents a data-driven approach to the mathematical modeling of the physical and mechanical properties of polyurethane foams (PUFs) under conditions of limited experimental datasets. The relevance of this research is driven by the high resource intensity of the conventional trial-and-error method in developing polymer formulations, as well as the difficulty of applying traditional machine learning algorithms, which require large volumes of experimental data. The study aims to establish the regularities of the silicone additive's effect on the density, porosity, Young's modulus, and yield strength of PUFs using polynomial approximation, and to determine the optimal mathematical model for describing nonlinear foaming processes. The experimental dataset was based on 7 trials. To construct the models, 3rd to 6th-degree polynomial regressions were implemented using the least squares method in Python. It was found that higher-degree polynomials exhibit Runge's phenomenon and generate physically incorrect results, whereas the 4th-degree polynomial provides an optimal balance between approximation accuracy and the physical adequacy of the predictions. The modeling revealed a critical silicone additive concentration of 2.5 parts by weight (pbw), corresponding to the material's transition from a rigid foam to a brittle foam state. It is shown that exceeding this threshold is accompanied by a sharp decrease in porosity from 56.5% to 25.5% and an abrupt increase in the density and stiffness of the material. The physicochemical analysis allowed identifying three modes of the additive's action: nucleation destabilization, effective cell stabilization, and critical structural transition. The obtained mathematical models can be used for the multi-criteria optimization of PUF formulations, construction of the Pareto front, and conducting computational experiments without additional material costs.

Keywords: polyurethane foam, mathematical modeling, polynomial regression, small data optimization, Pareto front.

Вступ. Пінополіуретани (ППУ) належать до одного з найбільш технологічних і багатофункціональних класів полімерних матеріалів, які знаходять широке застосування в автомобільній, меблевій, будівельній та авіаційній промисловостях [1, 2]. Комплекс їх експлуатаційних характеристик (питома маса, пружно-пластичні властивості, тепло- та звукоізоляційні параметри) визначається хімічним складом рецептури, зокрема концентрацією та природою добавок або модифікаторів, що регулюють процес нуклеації та стабілізації газових комірок у момент спінювання [3-6].

Традиційний підхід до розробки рецептур ППУ базується на методі «спроб і помилок», який є надзвичайно ресурсоемним як з точки зору матеріальних витрат, так і з екологічної перспективи, адже синтез та утилізація поліолів й ізоціанатів (основних компонентів) несе суттєве навантаження на довкілля. В останні роки для оптимізації рецептур все частіше застосовуються методи машинного навчання, однак класичні алгоритми потребують великих

масивів даних (сотні або тисячі експериментальних результатів), що в умовах хімічної лабораторії часто є недосяжним [7-12].

Тому актуальним завданням є розробка ефективних методів математичного моделювання, які здатні з високою точністю виявляти нелінійні закономірності зміни властивостей матеріалів на основі нечисленних експериментальних вибірок, що дозволяє проводити необмежену кількість обчислювальних дослідів без залучення матеріальних ресурсів [13-16]. Загальною метою дослідження на цьому етапі є пошук та обґрунтування оптимальних інструментів для опису нелінійних процесів спінювання в умовах дефіциту експериментальних даних.

Постановка задачі. Враховуючи описану прогалину в існуючих підходах (неможливість застосування класичного машинного навчання на малих вибірках), наукова задача даної роботи полягає у побудові адекватних data-driven моделей фізико-

механічних властивостей ППУ на основі обмеженої кількості дослідів.

Матеріали та методи досліджень. В якості об'єкта дослідження було обрано поліуретанову систему, що складається з поліоліного компонента (А), поліізоціанату (В) та силіконової добавки (С). Для ізоляції впливу добавки С на процес спінування, масове співвідношення основних реагентів А:В підтримувалося на постійному рівні (2:4) у всіх експериментах.

Було проведено серію з 7 дослідів. Варійованим параметром служила концентрація добавки С (силікон), яка змінювалась у діапазоні від 0 до 4 мас. ч. з нерівномірним кроком: 0; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0. Такий план відображає принцип активного навчання: точки розміщені з більшою густиною у передбачуваних зонах нелінійності (перехідна область 1,5 ... 3,0 мас. ч.).

Вимірювані відгуки системи: густина (ρ), кг/м³; пористість (Π), %; модуль Юнга (Е), МПа; межа текучості (σ_T), МПа.

Для апроксимації залежності кожного відгуку від концентрації добавки С (x) було побудовано поліноміальні моделі вигляду $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ для ступенів $n = 3, 4, 5, 6$ методом найменших квадратів (МНК). Оптимальний ступінь

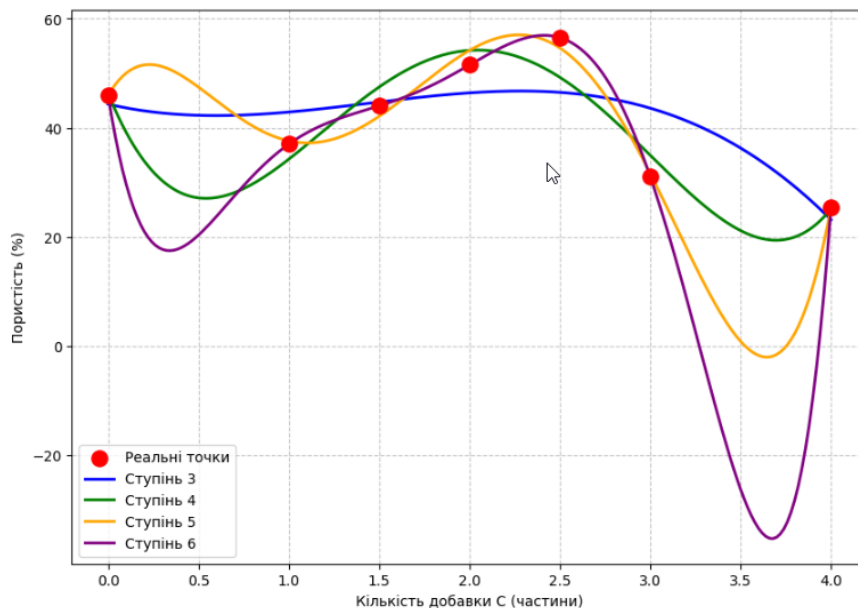


Рис. 1 – Порівняння поліноміальних моделей 3–6-го ступенів для пористості ППУ

поліном 3-го ступеня, навпаки, є надто гладким і не здатен відтворити складну нелінійну структуру експериментальних даних, зокрема описати пікову точку максимуму в околі $C = 2,5$ мас. ч. та наступний різкий обвал. Поліном 4-го ступеня займає оптимальне положення між двома крайнощами: він коректно апроксимує загальну нелінійну залежність, відображає локальний максимум та не генерує фізично некоректних значень у будь-якій точці досліджуваного діапазону. На підставі цього аналізу поліном 4-го

полінома обирався за сукупністю двох критеріїв: 1) мінімізація середньоквадратичної похибки на тренувальних даних та 2) фізична адекватність прогнозів у межах та поблизу досліджуваного діапазону – відсутність фізично неможливих значень (від'ємна пористість, негативна жорсткість).

Математичну обробку результатів та побудову регресійних моделей проводили у середовищі Python з використанням бібліотек NumPy та SciPy з наступною верифікацією в MATLAB.

Результати моделювання та їх обговорення.

Вибір оптимального ступеня полінома для пористості: феномен Рунге. Порівняльний аналіз поліноміальних апроксимацій пористості від 3-го до 6-го ступеня (рис. 1) наочно демонструє класичну проблему перенавчання для поліномів вищих порядків. Поліноми 5-го та 6-го ступенів демонструють задовільне проходження через всі 7 навчальних точок, однак виявляють виражений ефект Рунге: на границях ділянок діапазону [0; 4] та поблизу вузлів інтерполяції вони генерують фізично неможливі від'ємні значення пористості. Це є класичним проявом надмірної параметричної складності моделі при малих вибірках і нівелює будь-яку прогностичну цінність у зонах між вузловими точками.

ступеня було обрано як оптимальну математичну модель для пористості.

Ця процедура добору є важливою методологічною складовою роботи: вона демонструє, що у контексті малих вибірок правильна регуляризація (контроль складності моделі) є не менш критичною, ніж точність апроксимації навчальних даних.

Фізико-хімічний аналіз запропонованої моделі.

Фізико-хімічний аналіз моделі пористості дозволяє виділити три принципово різних режими роботи добавки С у досліджуваній системі.

Режим I – дестабілізація нуклеації ($C = 0 \rightarrow 1,0$ мас. ч.): При введенні першої порції добавки С (1,0 мас. ч.) спостерігається аномальне зниження пористості від базового рівня 48,5% до 37,0%. Цей ефект пояснюється тим, що відносно невисока початкова концентрація добавки С є недостатньою для формування суцільної адсорбційної плівки на поверхні розділу газ-рідина, але при цьому вже достатньою для інтенсифікації коалесценції дрібних бульбашок у більшій агломерати, що призводить до їх прискореного флотування та виходу з піноматриці до гелювання.

Режим II – ефективна стабілізація комірок ($C = 1,0 \rightarrow 2,5$ мас. ч.): У цьому діапазоні концентрацій силіконова добавка виконує свою основну технологічну функцію. Розгалужена поліметилсилоксанова ланцюгова структура утворює щільну адсорбційну монолітну плівку на поверхні газових бульбашок, знижуючи поверхневий натяг та підвищуючи в'язкоеластичні властивості стінок комірок. Це запобігає як дренаванню рідкої фази (синерезису), так і злиттю сусідніх комірок. Результатом є монотонне зростання пористості від

37,0% ($C = 1,0$) до абсолютного максимуму 56,5% при $C = 2,5$ мас. ч., що є оптимальною робочою точкою.

Режим III – критичний структурний перехід ($C > 2,5$ мас. ч.): Перетин порогової концентрації 2,5 мас. ч. супроводжується якісним зломом системи. Надмірна концентрація добавки С призводить до ефекту ламінаризації та потовщення міжкоміркових перегородок. Добавка С змінює морфологію пор і тип пористості (зростає відсоток відкритих пор), перевищивши поріг ефективності. Наслідки є різними: пористість зменшується від 56,5% (при $C = 2,5$) до 31,0% (при $C = 3,0$) та 25,5% (при $C = 4,0$). Відповідно, густина робить аномальний стрибок від 105,4 кг/м³ до 180,7 кг/м³, що свідчить про перехід матеріалу зі стану жорсткої піни у тверду і крихку.

Механічні наслідки структурного переходу. Аналіз механічних властивостей на основі математичних моделей 3-го ступеня (Рис. 2) підтверджує виявлену біструктурну морфологію пінополіуретану та ілюструє прямий зв'язок між мікроструктурою та макромеханічним відгуком.

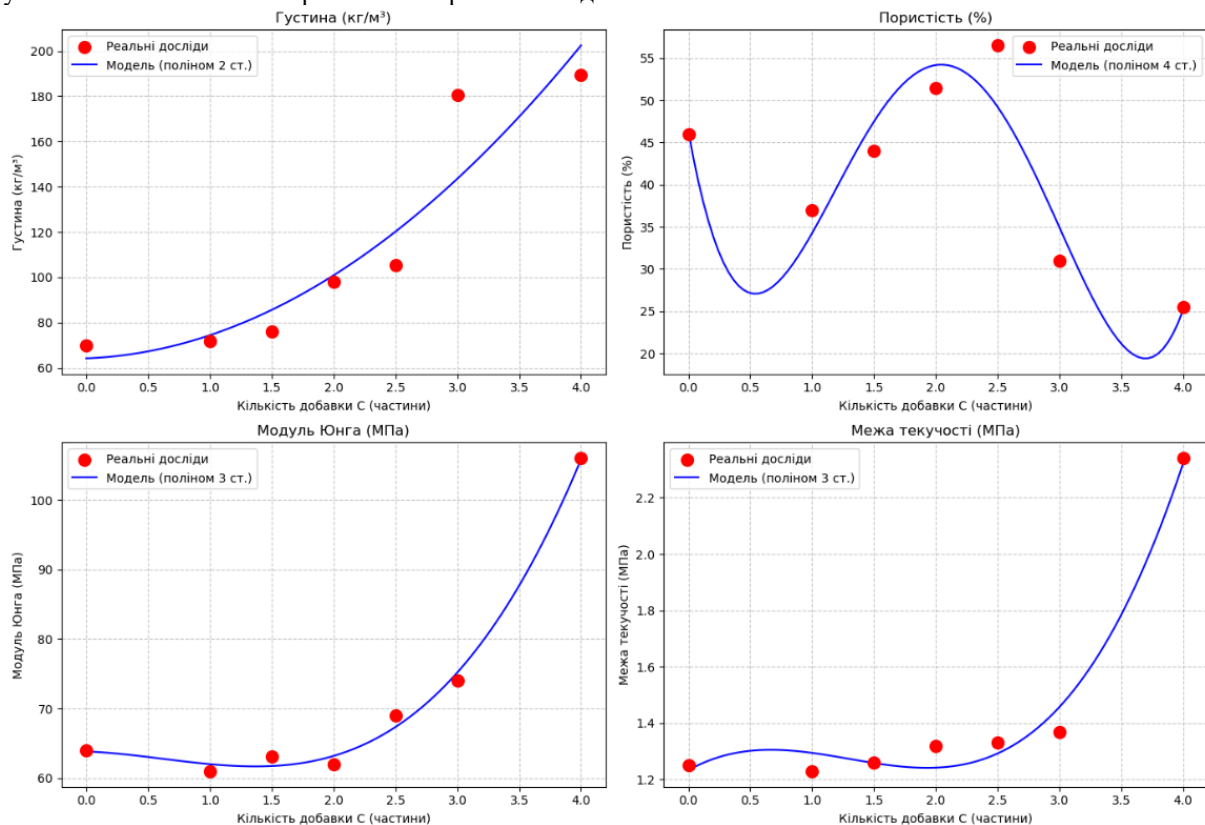


Рис. 2 – Поліноміальні моделі залежності механічних властивостей та густини ППУ від концентрації добавки С

У «зоні піноутворення» (C від 0 до 2,5 мас. ч.) модуль Юнга (E) та межа текучості (σ_T) демонструють відносну стабільність з незначним монотонним зростанням. При цьому E варіює в межах 65 ... 72 МПа, а σ_T – від 0,45 до 0,58 МПа.

Після зміни типу пористості ($C > 2,5$ мас. ч.) обидва механічні параметри зростають різко та нелінійно. Модуль Юнга стрибкоподібно зростає з ~69 МПа (при $C = 2,5$) до 106 МПа (при $C = 4,0$), тобто більш ніж на 53%. Механізм цього зростання

принципово відрізняється від попередньої зони: ущільнений матеріал зі значно меншою пористістю деформується переважно через стискання суцільних полімерних секцій, що є кінетично набагато жорсткішим режимом.

Сукупність отриманих результатів однозначно свідчить, що добавка С виконує не лише функцію технологічного допоміжного компонента, а є визначальним чинником формування мікроструктури пінополіуретану. Встановлено, що концентрація

2,5 мас. ч. виступає критичним пороговим параметром, який зумовлює перехід між двома принципово різними структурно-функціональними типами матеріалу

Висновки. У даній роботі продемонстровано ефективність стратегії математичного моделювання для дослідження нелінійних залежностей у хімічній технології полімерів на прикладі системи «пінополіуретан – силіконова добавка». Ключові результати дослідження полягають у наступному:

1. Доведено ефективність дата-орієнтованого підходу (поліноміальної апроксимації) для аналізу властивостей пінополіуретанів на основі обмежених вибірок. Обґрунтовано, що для опису складних

нелінійних процесів спінювання оптимальним є використання полінома 4-го ступеня, що дозволяє уникнути фізичних аномалій моделі (явища Рунге).

2. Виявлено критичну концентрацію силіконової добавки (2,5 мас. ч.), що є межею між режимом стабілізації комірок (під пористості 56,5%) та режимом колапсу піни (падіння пористості до 25,5% із відповідним стрибком густини).

3. Отримані математичні рівняння можуть бути використані як аналітичний інструмент для багатокритеріальної оптимізації рецептур без потреби проведення тривалих експериментальних серій.



Інформація щодо наборів даних. Нові набори даних у рамках цього дослідження не створювалися.

Заява щодо фінансування та подяки. Це дослідження не отримувало зовнішнього фінансування.

Заява щодо конфлікту інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

Заява щодо використання інструментів штучного інтелекту. У процесі підготовки цієї роботи автори використовували ChatGPT 5.2 та Gemini-3.1-Pro-Preview виключно з метою мовного редагування тексту, вивірки на наявність помилок і покращення стилістичних формулювань. Весь згенерований контент було перевірено та відредаговано авторами. Автори несуть повну відповідальність за зміст публікації.

Список літератури

- [1] M. Ates, S. Karadag, A. A. Eker, та B. Eker, "Polyurethane foam materials and their industrial applications," *Polymer International*, vol. 71, pp. 1157–1163, 2022, doi: <https://doi.org/10.1002/pi.6441>.
- [2] J. O. Akindoyo, M. D. H. Beg, S. Ghazali, M. R. Islam, N. Jeyaratnam, та A. R. Yuvaraj, "Polyurethane types, synthesis and applications: A review," *RSC Advances*, vol. 6, no. 115, pp. 114453–114482, 2016, doi: <https://doi.org/10.1039/C6RA14525F>.
- [3] H. Dong, S. Li, Z. Jia, Y. Luo, Y. Chen, J. Jiang, та S. Ji, "A review of polyurethane foams for multi-functional and high-performance applications," *Polymers*, vol. 16, p. 3182, 2024, doi: <https://doi.org/10.3390/polym16223182>.
- [4] A. H. Baferani, R. Keshavarz, M. Asadi, та A. R. Ohadi, "Effects of silicone surfactant on the properties of open-cell flexible polyurethane foams," *Advanced Polymer Technology*, vol. 37, pp. 71–83, 2018, doi: <https://doi.org/10.1002/adv.21643>.
- [5] N. V. Gama, A. Ferreira, та A. Barros-Timmons, "Polyurethane foams: Past, present, and future," *Materials*, vol. 11, no. 10, p. 1841, 2018, doi: <https://doi.org/10.3390/ma11101841>.
- [6] P. V. Balachandran, D. Xue, J. Theiler, J. Hogden, та T. Lookman, "Adaptive strategies for materials design using uncertainties," *Scientific Reports*, vol. 6, p. 19660, 2016, doi: <https://doi.org/10.1038/srep19660>.
- [7] S. S. Chong, Y. S. Ng, H. Q. Wang та ін., "Advances of machine learning in materials science: Ideas and techniques," *Frontiers of Physics*, vol. 19, p. 13501, 2024, doi: <https://doi.org/10.1007/s11467-023-1325-z>.
- [8] Z. Wang, C. Wang, Y. Gao, Z. Li, Y. Shang, та H. Li, "Porous thermal insulation polyurethane foam materials," *Polymers*, vol. 15, no. 18, p. 3818, 2023, doi: <https://doi.org/10.3390/polym15183818>.
- [9] H. Wu, Y. Shu, та Y. Liu, "Engineering performance of polyurethane bonded aggregates," *Materials Science*, vol. 23, no. 2, pp. 166–172, 2017, doi: <https://doi.org/10.5755/j01.ms.23.2.15798>.
- [10] C. Zhang, X. Tong, C. Deng та ін., "The foaming dynamic characteristics of polyurethane foam," *Journal of Cellular Plastics*,

vol. 56, no. 3, pp. 279–295, 2020, doi:

<https://doi.org/10.1177/0021955X19864374>.

- [11] S. Etemad, A. Kantzas, та S. Bryant, "A systematic analysis of foam drainage: Experiment and model," *Results in Engineering*, vol. 15, p. 100551, 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100551>.
- [12] O. Mikulich, O. Hulay, T. Furs, та V. Shemet, "Strength and mechanical characteristics of modified polyurethane foams," *Procedia Structural Integrity*, vol. 59, pp. 460–465, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2024.04.065>.
- [13] L. Liu, Z. Li, H. Kang, Y. Xiao, L. Sun, H. Zhao, Z. Q. Zhu, та Y. Ma, "Review of surrogate model assisted multi-objective design optimization of electrical machines: New opportunities and challenges," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 215, p. 115609, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2025.115609>.
- [14] T. Mueller, A. G. Kusne, та R. Ramprasad, "Machine learning in materials science: Recent progress and emerging applications," *Reviews in Computational Chemistry*, vol. 29, pp. 186–273, 2016, doi: <https://doi.org/10.1002/9781119148739.ch4>.
- [15] G. R. Schleder, A. C. Padilha, C. M. Acosta, M. Costa, та A. Fazzio, "From DFT to machine learning: Recent approaches to materials science—A review," *Journal of Physics: Materials*, vol. 2, no. 3, p. 032001, 2019, doi: <https://doi.org/10.1088/2515-7639/ab084b>.
- [16] F. Zivic, A. Kaplarevic Malisic, N. Grujovic, B. Stojanovic, та M. Ivanovic, "Materials informatics: A review of AI and machine learning tools, platforms, data repositories, and applications to architected porous materials," *Materials Today Communications*, vol. 48, p. 113525, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2025.113525>

References (transliterated)

- [1] M. Ates, S. Karadag, A. A. Eker, та B. Eker, "Polyurethane foam materials and their industrial applications," *Polymer International*, vol. 71, pp. 1157–1163, 2022, doi: <https://doi.org/10.1002/pi.6441>.
- [2] J. O. Akindoyo, M. D. H. Beg, S. Ghazali, M. R. Islam, N. Jeyaratnam, та A. R. Yuvaraj, "Polyurethane types, synthesis and applications: A review," *RSC Advances*, vol. 6, no. 115, pp. 114453–114482, 2016, doi: <https://doi.org/10.1039/C6RA14525F>.
- [3] H. Dong, S. Li, Z. Jia, Y. Luo, Y. Chen, J. Jiang, та S. Ji, "A review of polyurethane foams for multi-functional and high-performance applications," *Polymers*, vol. 16, p. 3182, 2024, doi: <https://doi.org/10.3390/polym16223182>.
- [4] A. H. Baferani, R. Keshavarz, M. Asadi, та A. R. Ohadi, "Effects of silicone surfactant on the properties of open-cell flexible polyurethane foams," *Advanced Polymer Technology*, vol. 37, pp. 71–83, 2018, doi: <https://doi.org/10.1002/adv.21643>.
- [5] N. V. Gama, A. Ferreira, та A. Barros-Timmons, "Polyurethane foams: Past, present, and future," *Materials*, vol. 11, no. 10, p. 1841, 2018, doi: <https://doi.org/10.3390/ma11101841>.
- [6] P. V. Balachandran, D. Xue, J. Theiler, J. Hogden, та T. Lookman, "Adaptive strategies for materials design using uncertainties," *Scientific Reports*, vol. 6, p. 19660, 2016, doi: <https://doi.org/10.1038/srep19660>.
- [7] S. S. Chong, Y. S. Ng, H. Q. Wang та ін., "Advances of machine learning in materials science: Ideas and techniques," *Frontiers of Physics*, vol. 19, p. 13501, 2024, doi: <https://doi.org/10.1007/s11467-023-1325-z>.

- [8] Z. Wang, C. Wang, Y. Gao, Z. Li, Y. Shang, та H. Li, "Porous thermal insulation polyurethane foam materials," *Polymers*, vol. 15, no. 18, p. 3818, 2023, doi: <https://doi.org/10.3390/polym15183818>.
- [9] H. Wu, Y. Shu, та Y. Liu, "Engineering performance of polyurethane bonded aggregates," *Materials Science*, vol. 23, no. 2, pp. 166–172, 2017, doi: <https://doi.org/10.5755/j01.ms.23.2.15798>.
- [10] C. Zhang, X. Tong, C. Deng та ін., "The foaming dynamic characteristics of polyurethane foam," *Journal of Cellular Plastics*, vol. 56, no. 3, pp. 279–295, 2020, doi: <https://doi.org/10.1177/0021955X19864374>.
- [11] S. Etemad, A. Kantzas, та S. Bryant, "A systematic analysis of foam drainage: Experiment and model," *Results in Engineering*, vol. 15, p. 100551, 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100551>.
- [12] O. Mikulich, O. Hulay, T. Furs, та V. Shemet, "Strength and mechanical characteristics of modified polyurethane foams," *Procedia Structural Integrity*, vol. 59, pp. 460–465, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2024.04.065>.
- [13] L. Liu, Z. Li, H. Kang, Y. Xiao, L. Sun, H. Zhao, Z. Q. Zhu, та Y. Ma, "Review of surrogate model assisted multi-objective design optimization of electrical machines: New opportunities and challenges," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 215, p. 115609, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2025.115609>.
- [14] T. Mueller, A. G. Kusne, та R. Ramprasad, "Machine learning in materials science: Recent progress and emerging applications," *Reviews in Computational Chemistry*, vol. 29, pp. 186–273, 2016, doi: <https://doi.org/10.1002/9781119148739.ch4>.
- [15] G. R. Schleder, A. C. Padilha, C. M. Acosta, M. Costa, та A. Fazzio, "From DFT to machine learning: Recent approaches to materials science—A review," *Journal of Physics: Materials*, vol. 2, no. 3, p. 032001, 2019, doi: <https://doi.org/10.1088/2515-7639/ab084b>.
- [16] F. Zivic, A. Kaplarevic Malisic, N. Grujovic, B. Stojanovic, та M. Ivanovic, "Materials informatics: A review of AI and machine learning tools, platforms, data repositories, and applications to architected porous materials," *Materials Today Communications*, vol. 48, p. 113525, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2025.113525>.

Надійшла (received) 01.05.2026

Прийнята до друку (accepted) 28.05.2026

Опублікована (published) 29.05.2026

Відомості про авторів та їх внесок / About The Authors And Their Contributions

Тетяна Фурс (Furs Tetiana) – кандидат технічних наук, доцент, Луцький національний технічний університет, доцент кафедри прикладної математики та механіки; м. Луцьк, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4786-9980>; e-mail: t.furs@ukr.net (збір та обробка даних, написання та редагування тексту, формальний аналіз)

Олена Мікулич (Mikulich Olena) – доктор технічних наук, професор, Луцький національний технічний університет, завідувач кафедри прикладної математики та механіки; м. Луцьк, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4522-596X>; e-mail: olena@lutsk-ntu.com.ua (перевірка результатів, рецензування та редагування)

Олексій Приходько (Prykhodko Oleksii) – кандидат технічних наук, доцент, Луцький національний технічний університет, доцент кафедри прикладної математики та механіки; м. Луцьк, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8496-1295>; e-mail: o.prykhodko@lutsk-ntu.com.ua (концептуалізація, методологія, початковий варіант тексту)

Усі автори ознайомилися з остаточною версією рукопису та погодилися з її публікацією.