

М. С. МАНЛІЧ, О. І. ТРУБАЄВ

ОГЛЯД ПІДХОДІВ ДО РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ ЕЛЕВАТОРНИХ СПОРУД З УРАХУВАННЯМ ВЗАЄМОДІЇ СИЛОС - ЗЕРНО

У статті розглянуто історичний розвиток конструктивних рішень силосних та бункерних споруд, а також еволюцію наукових підходів до моделювання взаємодії сипучих тіл із конструкціями. Відзначено, що формування сучасних уявлень про розподіл тиску в зернових сховищах бере свій початок від класичної моделі Янсена, яка стала фундаментом для подальших досліджень у галузі інженерної механіки сипучих матеріалів. Подальша еволюція нормативної бази – від національних інструкцій та галузевих документів до вимог Єврокоду – супроводжувалася врахуванням численних експериментальних результатів та введенням емпіричних коефіцієнтів, що дозволяють відображати реальні ефекти, недостатні для аналітичних розв'язків класичного типу. Особлива увага приділена сучасній узагальнюючій моделі українського науковця Баннікова, яка пропонує універсальний підхід до визначення взаємодії «споруда–сипуче тіло» без необхідності чіткого розмежування на бункери та силоси. Такий метод дає змогу коректніше описувати перехідні режими роботи сховищ та уникати спрощень, властивих традиційним підходам. Наведено результати низки експериментальних досліджень, спрямованих на визначення нормальних і дотичних тисків у різних режимах роботи – як у статичному, так і в динамічному завантаженні, включно з ефектами пульсацій, нерівномірного спрацювання та локальних перевантажень. Особливо висвітлено сучасні чисельні методи аналізу, серед яких метод дискретних елементів (DEM) та метод скінченних елементів (FEM). Вказано на суттєві відмінності між ними: DEM дозволяє моделювати поведінку окремих часток, тоді як FEM відображає безперервне середовище конструкції, що зумовлює обмеження і сфери застосування кожного методу. Показано, що перспективним є інтеграція цих підходів та їх подальший розвиток у напрямку узагальнення моделей статичного стану для динамічних режимів роботи, що досі залишаються найменш формалізованими та найскладнішими для опису. На тлі зростаючого дефіциту потужностей для зберігання зерна особливу увагу приділено експлуатаційним проблемам силосних споруд, життєвий цикл яких вичерпано або наближається до завершення. Уточнення сучасних моделей взаємодії сипучого матеріалу зі стінками сховищ змушує переоцінити точність розрахунків для масових силосних корпусів зі збірною залізобетону, зведених за застарілими нормативами. Нові ринкові вимоги вимагають більш інтенсивних режимів експлуатації, що підвищує ризик появи пошкоджень, тріщиноутворення та аварійних ситуацій. З метою підвищення надійності пропонується поєднати оцінку напружено-деформованого стану зі специфічними технологічними вимогами певного підприємства. Такий комплексний підхід, який враховує реальний технічний стан споруди, властивості матеріалу та режими завантаження, дасть змогу оптимізувати розміщення продукції в процесі складського зберігання зерна й забезпечити раціональні умови експлуатації силосних споруд.

Ключові слова: Силос, сипуче тіло, зерно, напружено-деформований стан, модель.

M. MANILICH, O. TRUBAEV

OVERVIEW OF APPROACHES TO THE STRUCTURAL STRENGTH ANALYSIS OF ELEVATOR STRUCTURES CONSIDERING SILO–GRAIN INTERACTION

The article reviews the historical development of structural design for silo and bunkers, as well as the evolution of scientific approaches to modeling bulk material structure interaction. It is noted that the formation of modern ideas about the pressure distribution in grain storages originates from the classical Jansen model, which became the foundation for further research in the field of engineering mechanics of bulk materials. The further evolution of the regulatory framework - from national instructions and industry documents to the requirements of the Eurocode - was accompanied by the consideration of numerous experimental results and the introduction of empirical coefficients that allow reflecting real effects that are inaccessible to analytical solutions of the classical type. Special attention is paid to the modern generalizing model of the Ukrainian scientist Bannikov, which offers a universal approach to determining the interaction of "structure-bulk body" without the need for a clear distinction between bunkers and silos. This method allows for a more correct description of the transient conditions during filling and discharge conditions of operation of storages and to avoid simplifications inherent in traditional approaches. The results of a number of experimental studies aimed at determining normal and tangential pressures in various operating modes - both static and dynamic loading, including the effects of pulsations, uneven operation and local overloads are presented. Modern numerical methods of analysis are separately highlighted, including the discrete element method (DEM) and the finite element method (FEM). Significant differences between them are indicated: DEM allows modeling the behavior of individual particles, while FEM reflects the continuous environment of the structure, which determines the limitations and scope of each method. It is shown that the integration of these approaches and their further development in the direction of generalizing static state models for dynamic operating modes, which still remain the least formalized and most difficult to describe, is promising. Against the background of the growing shortage of grain storage capacities, special attention is paid to the operational problems of silo structures, the life cycle of which has been exhausted or is approaching completion. Refinement of modern models of interaction of bulk material with storage walls forces to reassess the accuracy of calculations for mass silo buildings made of precast reinforced concrete, erected according to outdated standards. New market requirements require more intensive operating modes, which increases the risk of damage, cracking and emergency situations. In order to increase reliability, it is proposed to combine the assessment of the stress-strain state with the specific technological requirements of a particular enterprise. Such a comprehensive approach, which takes into account the real technical condition of the structure, material properties and loading modes, will allow to optimize the placement of products in the process of grain storage and ensure rational operating conditions of silo structures.

Keywords: Silo, bulk material, grain, stress-strain state, modelling.

Вступ. Сільське господарство України займає важливу нішу в сфері економіки, створюючи за даними Держстату 9,3% ВВП [1]. Об'єми вирощування зернових та олійних культур перевищили потреби



Дослідницька стаття: Цю статтю опубліковано видавництвом НТУ «ХП» у збірнику «Вісник Національного технічного університету «ХП» Серія: Динаміка та міцність машин». Ця стаття поширюється за міжнародною ліцензією [Creative Commons Attribution \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/). **Конфлікт інтересів:** Автор/и заявив/или про відсутність конфлікту.

© М. С. Манліч, О. І. Трубаєв 2025



країни і активно експортувалися. Але швидкість росту врожаю перевищувала швидкість побудови зернозберігальних комплексів, і, як наслідок, в державі виник дефіцит потужностей зберігання відносно обсягів збору продукції на 44% станом на 2018 рік [2].

Використання спеціальних споруд для зберігання зернової продукції відоме з давніх часів. Але наприкінці XIX століття ці споруди почали виконуватися в звичному для нас форматі округлих та високих конструкцій, виконаних спочатку з дерева, а пізніше з бетону та сталі [3, 4]

Орієнтовно в цей же період з'являється одна з фундаментальних робіт, що мала визначний вплив на проектування та будівництво сивош: праця В. Ренкіна про рівновагу сипучого клину та робота Янсена 1895 року про експерименти з тиском кукурудзи в силосах «*Janssen H. A. Versuche uber getreidedruck in Silozellen*» [5].

Подальший розвиток робіт над місткостями для зберігання розвинувся в монолітні залізобетонні споруди, зазвичай круглого та квадратного перерізів.

Згодом, з метою інтенсифікації будівництва, на території СРСР були запроєктовані силосні корпуси зі збірного залізобетону. На сучасному етапі значний розвиток отримали металеві силоса з гофрованою стінкою на болтових з'єднаннях. Також з'являються проекти зі створення квадратних силосних корпусів великої місткості, наприклад від Cimbria AG для Cargill на 3100 м³.

У зв'язку з вищевикладеним, силоси отримали свою власну кваліфікацію як по конструкції так і по матеріалам та технологіям виконання. Детальний огляд цього питання викладений в [6]

Силос та сипуче тіло. Різні погляди на їх взаємодію

Важливо підкреслити, що робота Янсена лише поклала початок механіки сипучих середовищ. Крім Янсена, значного розвитку теорія завдячує також авторам М. Жакі, Ж. Біарезу та іншим. Станом на зараз, незважаючи на наявність спеціальних видань [7],

повноцінної системи, яка б описувала впливи на огорожуючі конструкції, кінематику та статику процесів, що відбуваються з зернистими матеріалами, не побудовано.

Згідно з дослідями Янсена, вертикальний тиск сипучого матеріалу, що знаходиться в видовженій ємності круглої форми (автором використовувалася кукурудза), можна описати наступним виразом (співвідношення наводиться з врахуванням тлумачень та поправок чинних нормативних документів, зокрема EN 1991-4:2006 [8]):

$$p_v = a \frac{\gamma g A}{KU \cdot tg\varphi} \left[1 - e^{-\frac{KU \cdot tg\varphi}{A} h} \right] \quad (1)$$

де p_v – вертикальний тиск на глибині h ;
 a – поправочний статистичний коефіцієнт
 $a=1,03..2,44$;

γ – об'ємна маса сипучого матеріалу;

g – прискорення вільного падіння $g=9,81$ м/с²;

A – площа горизонтального перерізу на глибині h від верху насипу;

U – периметр горизонтального перерізу (довжина кола) на глибині h від верху насипу;

φ – кут зовнішнього тертя о матеріал стінок конструкції;

ψ – кут внутрішнього тертя між зернівками сипучого матеріалу;

K – коефіцієнт бокового тиску сипучого матеріалу, що визначається:

$$\text{за СНІП 2.10.05-85 [9]:} \quad K := \left[tg \left(45 - \frac{\psi}{2} \right) \right]^2 \quad (2)$$

$$\text{за EN 1991-4:2006 [8]:} \quad K := \frac{1 - \sin\psi}{1 + \sin\psi} \quad (3)$$

На рис. 1. представлено силос для сипучих матеріалів, ілюстрація згідно EN 1991-4:2006

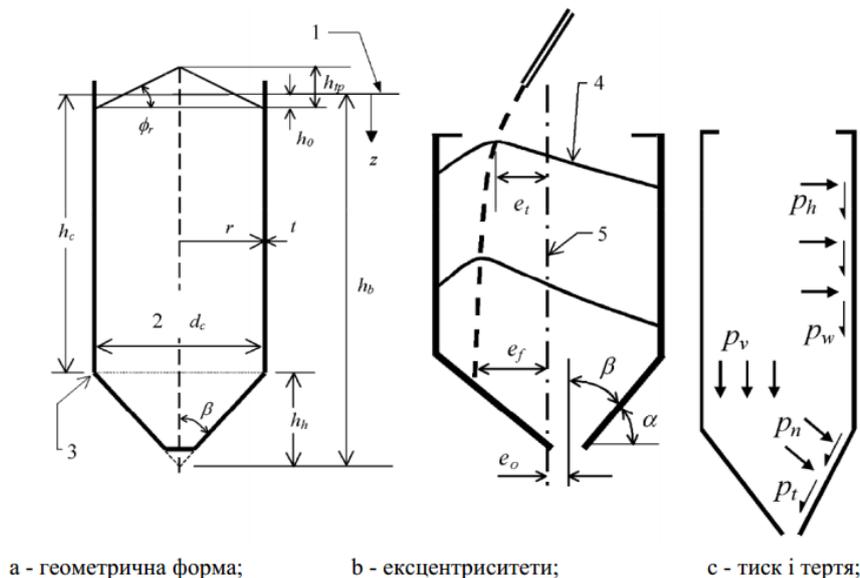


Рис 1. Силос для сипучих матеріалів. – за [8].

В подальшому, теорія розвивалася різними шляхами: погляд на сипуче тіло як на континуальне та розгляд його з дискретної точки зору. Але, нажаль, об'єднуючого погляду на процеси в сипучих тілах не було [10]. Для проектування використовувалися скоріше емпіричні залежності, що використовуються для практичних досліджень у вигляді поправок, коефіцієнтів запасу, тощо [11..16].

Широке застосування силосних споруд показало недоліки існуючих методів розрахунку. При пошуку причин аварій було серед іншого вказано наступне: «Промзернопроект, Гидрониисельстрой и другие организации проводили обширные исследования деформаций и аварий железобетонных силосов в стране. Одна из основных причин преждевременного разрушения силосов – наличие давлений, значительно превосходящих расчетные формулы Янсена. Было отмечено: 1. Разрушение обычно имело место в

момент выпуска сыпучего материала... До сих пор нет ясного представления причин появления избыточных давлений...». Систематизації та аналізу причин відмов та аварій приділяється увага у [17]. Розвиток надійності експлуатації споруд з допомогою датчиків описано в [18].

Експериментальні дослідження розподілу тиску в силосі продовжуються, зокрема автор в [19] визначає залежність вертикальної складової тиску як функцію відстані від осі силоса.

З вітчизняних науковців цінною є монографія Д.О. Баннікова, в якій розглянуто поведінку сипучого тіла з огорожуючою поверхнею, заданою певною функцією [10]. Дана робота розвиває напрацювання В.А. Богомяких, Т.Б. Денисової та Л.В. Гячева, в яких вводиться поняття кута укладки зерен. В результаті, автор отримує наступні вирази для вертикального тиску, зображено згідно оригіналу на рис. 2:

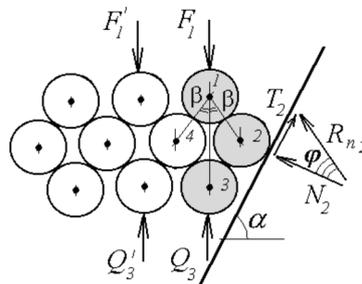


Рис 2. Ілюстрація до визначення сил та тисків в огорожувальних конструкціях. – за [10].

$$\frac{d p_b}{d y} + p_b \left[k_n \frac{\cos(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} + \frac{2 \frac{d R(y)}{d y}}{a_0 + R(y)} \right] - \gamma g = 0 \quad (4)$$

$$k_n = \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{(a_0 + R(y))} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\beta \mp \psi)}{2 \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) + \operatorname{tg}(\beta \pm \psi)} \cdot \frac{\cos \varphi}{\cos(\alpha - \varphi)} \quad (5)$$

де α – кут нахилу стінки на глибині y ;

$R(y)$ – функція форми стінки;

a_0 – ширина випускного отвору;

β – кут укладки зерен, що інтегрально враховує не тільки реально можливу неоднаковість розмірів зерен сипучого матеріалу, а й відхилення їх зовнішньої форми від шарової.

Верхній знак у (5) застосовується при статичному випадку, нижній знак – в момент вивантаження.

Тобто тиск, згідно з монографією, залежить не лише від властивостей сипучого тіла, а й від форми та розмірів конструкції. Як приводить автор, комбінації характеристик конструкції та матеріалу можуть давати значення k_n , що відношення P_n/p_h (відношення нормального та вертикального тисків) може змінюватися від 0,035 до 10 (!!!), зокрема в момент початку вивантаження.

З метою ознайомлення, в Табл 1. приведені фізико-механічні властивості зерна [20]:

Таблиця 1. Фізико-механічні властивості зерна

Культура	кут зовнішнього тертя о матеріал стінок конструкції			кут внутрішнього тертя між зернами	Кут природного укосу	кут укладки зерен	об'ємна вага сипучого				
	φ , градусів							ψ , градусів	χ , градусів	β , градусів	γ , кг/м ³
	сталь	оргскло	чавун								
Просо	13°00'	13°20'	13°10'	14°00'	25°50'	49°45'	743				
Пшениця	19°10'	20°00'	16°40'	15°50'	29°35'	43°00'	770				
Горих	16°10'	16°50'	16°20'	14°50'	25°00'	56°00'	772				

Слід окремо зауважити, що для коефіцієнтів тертя, і відповідно внутрішнього та зовнішнього кутів тертя, є простий фізичний сенс значень, то для кута укладки це можливо лише у випадку ідеалізованих структур. І визначається цей коефіцієнт по результатам дослідження тиску, який створюється зерною масою.

В попередніх редакціях норм по будівництву, використовувався поділ ємностей на силоса та бункера [7]. Як стверджується в [10], орієнтовною межею поділу є співвідношення геометричних розмірів споруди, але це співвідношення різниться від документу до документу. У попередніх вітчизняних

нормах межею поділу був вираз $h > \frac{3}{2}\sqrt{A}$. В запропонованій методиці такого поділу не має, тому вона може претендувати на більш узагальнений опис.

Як зазначається представлена вище модель теж має певні обмеження.

Перш за все, вона лише статична. І хоча момент вивантаження нею описується, але все ж вона не може застосуватися для динаміки.

По друге, приведені викладки базувалися на припущенні про абсолютно жорстку огорожувальну конструкцію. Тому за своїм задумом, вона можливо краще буде описувати залізобетонні споруди за металеві.

По третє, модель не враховує адгезивні властивості зернових культур, що робить її досить спрощеною при описі зернових культур (зокрема соняшник) та інших,

з якісними параметрами, що відрізняються від базисних.

По четверте, і це справедливо назвати скоріше особливостями концепції, вона спершу розглядає сипуче тіло з погляду механіки суцільних середовищ і вже потім враховуються дискретні властивості продукту, який в свою чергу має виражену зернову структуру без певних обмежень фракційного складу, і поміщений в ємність довільної форми.

При аналізі навантажень та впливів від сипучих тіл обов'язково слід зазначити наявність динамічних впливів. Серед них можна виділити:

Удар при завантаженні.

Вібрації при вивантаженні внаслідок утворення та руйнації склепінь.

Скачок тиску при початку вивантаження рис 3.

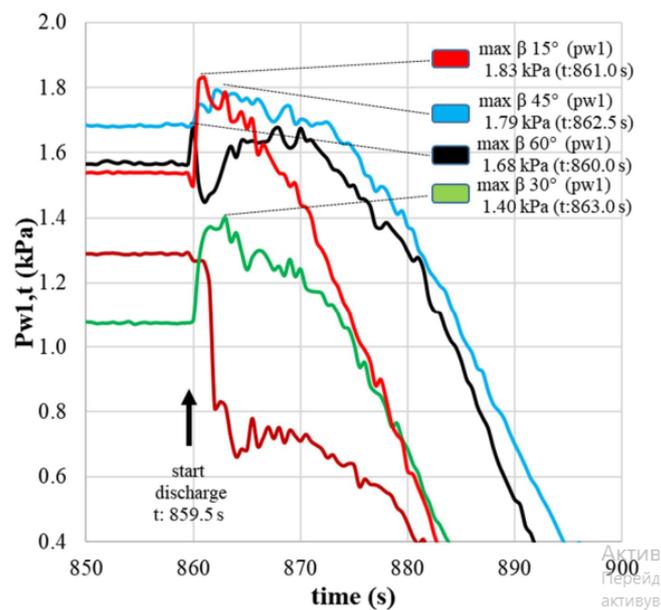


Рис. 3. Експериментальне спостереження стрибка тиску при вивантаженні. – за [21].

Ударні навантаження при завантаженні можуть створюватися внаслідок різкої подачі продукту в силос, стрибкоподібної зміни гранулометричного складу, потрапляння сторонніх предметів. Методи боротьби – зменшення кінетичної енергії (гасники швидкості, «вертушки» для плавного спуску тощо), контроль гранулометричного складу, контроль подачі продукції.

Вібраційні динамічні навантаження, викликані не роботою сусідніх механізмів, а самим процесом вивантаження, обумовлюються появою та руйнуванням склепінь, у випадку якщо випускний отвір кратний розміру часток ($4..5 \times d \leq D \leq 15..20 \times d$). З огляду на зернові культури, така ситуація цілком можлива, наприклад при роботі з неочищеною соєю зі значним вмістом стручків.

Щодо стрибку тиску при вивантаженні, то він експериментально фіксується (рис 3. По вертикальній осі – боковий тиск на стінки, по горизонтальній осі – час, дані приведені при різних кутах нахилу поверхні вивантажувального хопера. [21]). , але в напрямку розвитку певної строгої теорії, яка б описувала процес, зроблено небагато. Власне концепція Баннікова і привертає до себе увагу саме цим підходом.

Чисельне моделювання сипучих та твердих тіл. Метод дискретних елементів DEM.

З розвитком комп'ютерних технологій в останній час стрімко розвивається метод дискретних елементів. Цей метод належить до класу чисельних методів, і його концепція вперше представлена в 70-х роках ХХ століття.

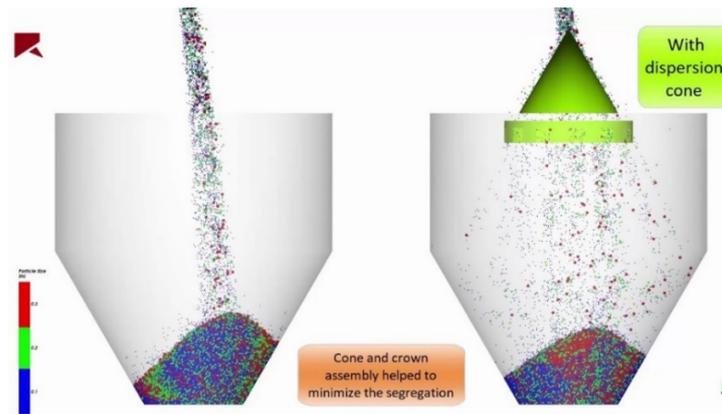


Рис 4. Ілюстрація моделювання методом дискретних елементів. Процес засипання сипучого тіла в силос. – за [22]. Кольорова шкала відповідає розміру часток: червоний – 7,62 мм, зелений – 5,08 мм, синій – 0,25 мм.

Якщо коротко, то він базується на моделюванні поведінки окремих часток, заданої форми, які мають 6 ступенів свободи, та взаємодіють між собою. В моделі можуть бути застосовані сили тертя, сили гравітації, для мікродисперсних речовин – кулонівські сили, тощо. Основним обмеженням методу є його надзвичайна ресурсоемність. В зв'язку з цим в моделі часто вводять спрощення, наприклад розглядаючи взаємодію в межах кластеру, групуючи елементи в «галактики» при визначенні далеких сил взаємодії, тощо. Розвиток методу дозволяє вирішувати задачі тепло-масо-переносу, гідродинаміки, механіки сипучих тіл тощо.

На що окремо варто звернути увагу, так це те, що DEM дозволяє аналізувати матеріал з врахуванням сегрегації (самосортування частинок) при заповненні (рис. 4). Адже мінливість гранулометричного складу

продукту впливає на отримані значення коефіцієнтів тертя та укладки, і як наслідок, розподілу зусиль

Таким чином DEM можливо вважати одним із найперспективніших методів чисельного аналізу сипучих тіл, хоча він теж має певні недоліки, і основний з них це обмеження на точність моделей в зв'язку зі значною ресурсо-затратністю.

Метод скінчених елементів (МСЕ, FEM)

Іншим чисельним методом моделювання стану споруд слід вказати метод скінчених елементів.

Його широке застосування також пов'язане з розвитком комп'ютерної техніки. Він дає можливість проводити аналіз напружено-деформованого стану (НДС) конструкцій, що мають складну форму, непостійні значення температури, сил тощо. Прикладом реалізації можуть бути роботи [23], [24], в останній розглядалася робота тонколистових конструкцій силоса рис. 5а та рис. 5б.

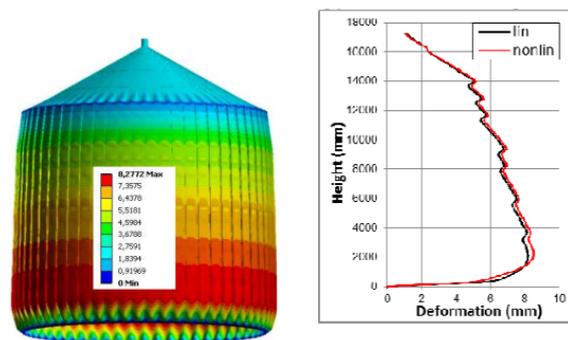


Рис 5а. НДС тонкостінних листових конструкцій, переміщення. – за [24].

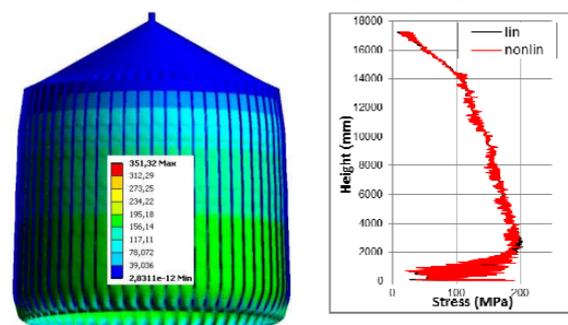


Рис 5б. НДС тонкостінних листових конструкцій, напруження. – за [24].

Потужність МСЕ свідчить також те, що його використовують при аналізі стійкості споруд при несприятливих зовнішніх факторах, в тому числі землетрусах [19].

Одним із моментів, що вносить значні неточності у МСЕ, є задавання впливів від зерна в явній формі. Для того, щоб отримати зусилля за допомогою симуляції, авторами проводилися порівняння моделювання поведінки зерна за допомогою критерія Друкера-Прагера. В результаті отримані результати, що якісно відрізняються від моделі Янсена.

Висновки. Хоча питанню силосних споруд науковцями приділено достатньо уваги, але слід відзначити наступне:

- Відсутність «загальної» теорії, що консолідує в собі поведінку (статичну та динамічну) сипучих тіл. Дослідження в цьому напрямку ведуться, але вони мають певні обмеження, як наприклад, модель Баннікова.

- Класичний погляд на матеріали кожного разу піддається уточненню, змінюються підходи та методи аналізу, зокрема у випадку залізобетону, через розвиток нових деформаційно-силових моделей його опору [25].

- Чисельні методи досліджень хоч і з високою точністю моделюють поведінку споруд чи сипучих тіл, їм притаманна одна загальна властивість: це результати комп'ютерного експерименту над певною моделлю.

Від правильності вибору моделі та підбору параметрів значення результатів можуть змінюватися і точку зможе поставити лише експериментальний дослід.

Також, на що необхідно звернути увагу, зазвичай досліджуються окремостоячі силоси. Тоді як вплив наповненості силосів в одному силосному корпусі досліджувалося слабо, хоча розвиток цього напрямку представлено в роботах [26], [27], [28]. Хоча розподіл продукції по окремим силосам силосного корпусу змінює загальну картину розподілу зусиль, і тому, як наслідок, необхідно до процесу розміщення підходити зважено, адже перехід від планової до ринкової економіки змінює методи та підходи до режиму завантаження силосних корпусів, вимагаючи від управлінців та експлуатаційних служб гнучкого підходу до розміщення інколи різнорідних партій зерна та олійних культур в вищезгаданих спорудах з однієї сторони, з іншої сторони не допускаючи порушень критеріїв міцності та надійності.

Серед типів зернохосвищ, що експлуатуються, особливу увагу привертають силосні корпуси зі збірного залізобетону, побудовані в 1970 .. 1980 -х роках ХХ століття [9, 11, 16, 29, 30]. Ці споруди будувалися за типовими проектами, термін їх експлуатації складає 30-50 років, а кількість циклів завантаження - розвантаження кратна сотням циклів. За період експлуатації в спорудах накопилися втомні деформації, відбулася деградація бетону та арматури [31], що потребує застосування спеціальних методів відновлення їх експлуатаційної придатності [32] Командою авторів в публікації [28] приводиться аналіз

напружено-деформованого стану силосного корпусу та порівнюються отримані результати та фактичні пошкодження.

Загалом стабільність та надійність конструкції є результатом впливу досить різних чинників. Опис та систематизація роботи в цьому напрямку проведена в [33].

Вищевикладене настановує на наступні висновки. Споруди, які були спроектовані за нормами другої половини ХХ століття, потенційно можуть мати прорахунки внаслідок неповної моделі поведінки «силос-супуче тіло».

Також вищезгадані споруди можуть мати відступи від проектною документації, матеріали, що деградували з часом, значний експлуатаційний знос.

У зв'язку з вищевикладеним, задача оцінки НДС споруди силосного корпусу підприємства по зберіганню зерна, є актуальною проблемою при експлуатації елеваторних споруд і така оцінка має проводитися перед прийняттям рішення по розміщенню обсягів зерна з метою недопущення перевищень нормативних значень параметрів НДС. Інтеграція оцінки НДС та систем прийняття рішень, що розробляються для елеваторних комплексів [34], дозволить не тільки оптимізувати розміщення партій зерна по технологічним вимогам, але й проводити ці роботи з урахуванням надійності споруд, що експлуатуються. Таким чином, формується завдання щодо побудови методів та алгоритмів прогнозу стану споруди на основі даних щодо заповнюваності, обсягів зберігання та відвантаження, які будуть покликані раціонально розмістити кожен партію зерна, забезпечивши міцність та надійність, а також максимізувати технологічну ефективність роботи із зерновою продукцією

Список літератури

1. Гавриленко Н., Широкий Г. Світовий ринок зерна: стан та тенденції : аналіт. доп. / Національний інститут стратегічних досліджень. – 2022. – URL: https://niss.gov.ua/sites/default/files/2022-02/rynok-zerna_gavrylenko_0422022.pdf [дата звернення: 03.12.2025].
2. АПК-Інформ. В Україні спостерігається дефіцит сучасних елеваторних спроможностей // *Інформаційно-аналітичне агентство «АПК-Інформ»*. – 2018. – 14 серпня. – URL: <https://www.apk-inform.com/uk/news/1100055> [дата звернення: 03.12.2025].
3. LCDM Corporation. The History and Evolution of Grain Storage. – 2024. – 15 березня. – URL: <https://lcdmcorp.com/grain-flow-101/the-history-and-evolution-of-grain-storage/> [дата звернення: 03.12.2025].
4. Match F., Steen H. The Story of Americas First Silo // *The Prairie Farmer*. – 1922. – 28 Jan. – P. 3. – URL: <https://idnc.library.illinois.edu/?a=d&d=PFR19220128.2.4> [дата звернення: 03.12.2025].
5. Janssen H. A. Versuche uber getreidedruck in silozellen // *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*. – 1895. – Vol. 39, No. 35. – P. 1045–1049.
6. Бібік М. В., Бібік В. М., Бібік І. О. Класифікація силосних зернохосвищ // *Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво)*. – 2014. – Вип. 1 (40). – С. 157–165.
7. Ємності для сипких вантажів в транспортно-вантажних системах: навч. посібник / І. В. Горюшинський, В. М. Сидоров, О. П. Литвинов ; під заг. ред. І. В. Горюшинського. – Самара : СамГАПС, 2003. – 232 с.

8. ДСТУ-Н Б EN 1991-4:2012 Єврокод 1: Впливи на конструкції. Частина 4. Силоси та резервуари (EN 1991-4:2006, IDT). – [Чинний від 2013-07-01]. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2012. – IV, 98 с. – (Національний стандарт України).
9. СНіП 2.10.05-85. Підприємства, будівлі та споруди по зберіганню та переробці зерна: введ. 01.01.1986. – М. : ЦІТП Держбуду СРСР, 1985. – 49 с.
10. Банніков Д. О. Сипучий матеріал в ємнісній конструкції : моногр. – Дніпропетровськ : Нова ідеологія, 2009. – 171 с.
11. СНіП II-21-75. Бетонні та залізобетонні конструкції: введ. 01.01.1977. – М. : Будіздат, 1976. – 87 с.
12. ДСТУ Б В.2.7-214:2009. Будівельні матеріали. Бетони. Методи визначення міцності за контрольними зразками : [Чинний від 2011-01-01]. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2010. – IV, 23 с. – (Національний стандарт України).
13. ДСТУ Б В.2.7-223:2009. Будівельні матеріали. Бетони. Методи визначення міцності за зразками, відібраними з конструкції : [Чинний від 2011-01-01]. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2010. – IV, 15 с. – (Національний стандарт України).
14. ДБН В.1.2-14:2009. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ : [Чинний від 2011-07-01]. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. – 31 с.
15. Посібник П 1-98 до СНіП 2.03.01-84*. Підсилення залізобетонних конструкцій. – Мінск : НИИС, 1998. – 245 с.
16. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення : [Чинний від 2011-07-01]. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. – 73 с.
17. Maraveas C. Concrete Silos: Failures, Design Issues and Repair / Strengthening Methods // *Applied Sciences*. – 2020. – Vol. 10, No. 11. – P. 3938. – <https://doi.org/10.3390/app10113938>.
18. Maraveas C., Bartzanas T. Sensors for Structural Health Monitoring of Agricultural Structures // *Sensors*. – 2021. – Vol. 21, No. 1. – P. 314. – <https://doi.org/10.3390/s21010314>.
19. Warade A. R., Shende T. G. Analysis and Design of Long Concrete Silo Having Different Height and Diameter under Earthquake Effect // *National Conference on 'Advances in Engineering, Technology and Applied Sciences' - NCAETAS-2019* : зб. матер. конф. – 2019. – P. 1–10. – URL: <https://ijrsrset.com/paper/5600.pdf> [дата звернення: 26.11.2023].
20. Гячев Л. В. Основи теорії бункерів та силосів : навч. посібник. – Барнаул : Алт. політехн. ін-т, 1986. – 84 с.
21. Gandia R. M., de Paula W. C., de Oliveira Junior E. A., Rodrigo G. H., Padin Á. R., Vegas A. T., Gomes F. C., Rodríguez P. J. A. Effect of the Hopper Angle of a Silo on the Vertical Stress at the Cylinder-to-Hopper Transition // *Agronomy*. – 2022. – Vol. 12, No. 4. – P. 830. – <https://doi.org/10.3390/agronomy12040830>.
22. Silo filling simulation : відео / RockyDEM Simulator // *YouTube*. – 2020. – 26 лютого. – URL: <https://youtu.be/o8eo-9CVpQ8> [дата звернення: 03.12.2025].
23. Hilal A., Sanad A. M., Abdelbarr M. H., Ramadan O. M. O., Abdalla H. A. Three-Dimensional Finite Element Analysis for Pressure on Flexible Wall Silos // *Applied Sciences*. – 2022. – Vol. 12, No. 18. – P. 9251. – <https://doi.org/10.3390/app12189251>.
24. Атрошенко О. О., Скріпченко Н. Б., Таран Ю. В., Фалько А. Л., Матвієнко Ю. І. Аналіз конструкційної міцності складених тонкостінних конструкцій з болтовим з'єднанням елементів // *Вісник НТУ "ХПИ"*. – 2016. – № 39 (1211). – С. 112–120.
25. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону та залізобетону : моногр. – Рівне : НУВГП, 2016. – 424 с.
26. Ларін О. І., Трубаєв О. І., Юдаєв В. В. Комп'ютерний аналіз міцності колон елеватора при різних варіантах навантаження (частина №1) // *Наукові нотатки : міжвуз. зб. наук. пр.* – 2018. – Вип. 63. – С. 98–106. – URL: <https://files01.core.ac.uk/download/pdf/287921115.pdf>.
27. Ларін О. І., Трубаєв О. І., Юдаєв В. В. Комп'ютерний аналіз міцності колон елеватора при різних варіантах навантаження (частина №2) // *Наукові нотатки : міжвуз. зб. наук. пр.* – 2018. – Вип. 63. – С. 107–113. – URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/server/api/core/bitstreams/70f20bce-ba33-4895-a4e1-4f9c6bdd9a9c/content>.
28. Водка О. О., Ларін О. О., Трубаєв А. І., Бондаренко Ю. В., Мольський М. М., Бабенко А. С., Юдаєв В. В. Оцінка напруженого стану днищ силосів елеваторів, що знаходяться в довготривалій експлуатації, з варуванням просадок колон та фактичних фізико-механічних властивостей бетону // *Науковий вісник будівництва*. – 2016. – Т. 83, № 1. – С. 81–91.
29. Типова документація на будівельні системи виробів будвель та споруд. Серія 3.702-1/79. Уніфіковані збірні залізобетонні конструкції силосних споруд підприємств по зберіганню та переробці зерна. Випуск 2. Збірні залізобетонні колони. Робочі креслення. / Держ. проект. ін-т ЦНДІПромзернопроект; затверджено постановою Держбуду СРСР від 18.03.1981 №37. – М. : ЦІТП Держбуду СРСР, 1981. – 67 арк. крес.
30. Вказівки по підвищенню експлуатаційної надійності елеваторних споруд / Держ. проект. ін-т ЦНДІПромзернопроект ; арх. №7961/645. – М., 1978. – 45 с.
31. Троян В. В. Прогнозування параметрів тріщиноутворення бетонів для монолітних конструкцій // *Будівельні матеріали, виробі та санітарна техніка: наук.-техн. зб.* – 2012. – Вип. 46. – С. 35–41.
32. Пшінько О. М., Савицький М. В., Зінкевич А. М. Відновлення експлуатаційної придатності бетонних, залізобетонних та кам'яних конструкцій : навч. посіб. – Дніпро : ДНУЗТ, 2018. – 220 с.
33. Khalil M., Ruggieri S., Uva G. Assessment of Structural Behavior, Vulnerability, and Risk of Industrial Silos: State-of-the-Art and Recent Research Trends // *Applied Sciences*. – 2022. – Vol. 12, No. 6. – P. 3006. – <https://doi.org/10.3390/app12063006>.
34. Світій І. М. Моделювання динаміки запасів зерна на хлібоприймальному підприємстві: концептуальна, математична та імітаційна моделі // *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*. – 2018. – Т. 10, Вип. 1. – С. 58–63. – <https://doi.org/10.15673/atbp.v10i1.883>

References (transliterated)

1. Havrylenko, N. and Shyrokyi, H. (2022) *Svitoviy rynek zerna: stan ta tendentsii*. Kyiv: Natsionalnyi instytut stratehichnykh doslidzhen. Available at: https://niss.gov.ua/sites/default/files/2022-02/rynok-zerna_gavrylenko_0422022.pdf (Accessed: 3 December 2025).
2. APK-Inform (2018) *V Ukraini sposterihaetsia defitsyt suchasnykh elevatorynykh potuzhnostei*, 14 August. Available at: <https://www.apk-inform.com/uk/news/1100055> (Accessed: 3 December 2025).
3. LCDM Corporation (2024) *The History and Evolution of Grain Storage*, 15 March. Available at: <https://lcdmcorp.com/grain-flow-101/the-history-and-evolution-of-grain-storage/> (Accessed: 3 December 2025).
4. Match, F. and Steen, H. (1922) 'The Story of Americas First Silo', *The Prairie Farmer*, 28 January, p. 3. Available at: <https://idnc.library.illinois.edu/?a=d&d=PFR19220128.2.4> (Accessed: 3 December 2025).
5. Janssen, H. A. (1895) 'Versuche uber getreidedruck in silozellen', *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 39(35), pp. 1045–1049.
6. Bibik, M. V., Bibik, V. M. and Bibik, I. O. (2014) 'Klasyfikatsiia sylosnykh zernoskhovyshch', *Zbirnyk naukovykh prats (haluzeve mashynobuduvannia, budivnytstvo)*, 1(40), pp. 157–165.
7. Horiushynskyi, I. V. (ed.) (2003) *Emkosti dlia sypuchykh hruzov v transportno-hruzovykh systemakh*. Samara: SamHAPS.
8. DSTU-N B EN 1991-4:2012 (2012) *Vyevrokod 1: Vplyvy na konstruktzii. Chastyna 4. Sylosy ta rezervuary (Eurocode 1: Actions on structures. Part 4: Silos and tanks)*. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy.
9. SNiP 2.10.05-85 (1986) *Predpriatia, zdaniia i sooruzheniia po khranenniui i pererabotke zerna*. Moscow: TsITP Gosstroia SSSR.
10. Bannikov, D. O. (2009) *Sypuchy material v yemnisnii konstruktzii*. Dnipropetrovsk: Nova ideolohiia.
11. SNiP II-21-75 (1977) *Betonnye i zhelezobetonnye konstruktzii*. Moscow: Stroiizdat.
12. DSTU B V.2.7-214:2009 (2010) *Budivelni materialy. Betony. Metody vyznachennia mitsnosti za kontrolnymy zrazkamy*. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy.
13. DSTU B V.2.7-223:2009 (2010) *Budivelni materialy. Betony. Metody vyznachennia mitsnosti za zrazkamy, vidibranyy z konstruktzii*. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy.
14. DBN V.1.2-14:2009 (2011) *Systema zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivelynykh ob'ektiv. Zahalni pryntsypy zabezpechennia nadiinosti ta konstruktivnoi bezpeky budivel, sporud, budivelynykh konstruktzii ta osnov*. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy.

15. Posobie P 1-98 k SNiP 2.03.01-84* (1998) *Usylenie zhelezobetonnykh konstrukttsii*. Minsk: NIIS.
16. DBN V.2.6-98:2009 (2011) *Betonna ta zalizobetonni konstrukttsiyi. Osnovni polozhennia*. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy.
17. Maraveas, C. (2020) 'Concrete Silos: Failures, Design Issues and Repair/Strengthening Methods', *Applied Sciences*, 10(11), p. 3938. Available at: <https://doi.org/10.3390/app10113938>.
18. Maraveas, C. and Bartzanas, T. (2021) 'Sensors for Structural Health Monitoring of Agricultural Structures', *Sensors*, 21(1), p. 314. Available at: <https://doi.org/10.3390/s21010314>.
19. Warade, A. R. and Shende, T. G. (2019) 'Analysis and Design of Long Concrete Silo Having Different Height and Diameter under Earthquake Effect', in *Proceedings of the National Conference on Advances in Engineering, Technology and Applied Sciences (NCAETAS-2019)*. Available at: <https://ijrsrset.com/paper/5600.pdf> (Accessed: 26 November 2023).
20. Hiachev, L. V. (1986) *Osnovy teorii bunkerov i sylosov*. Barnaul: Altai Polytechnic Institute.
21. Gandia, R. M., de Paula, W. C., de Oliveira Junior, E. A., Rodrigo, G. H., Padín, Á. R., Vegas, A. T., Gomes, F. C. and Rodríguez, P. J. A. (2022) 'Effect of the Hopper Angle of a Silo on the Vertical Stress at the Cylinder-to-Hopper Transition', *Agronomy*, 12(4), p. 830. Available at: <https://doi.org/10.3390/agronomy12040830>.
22. RockyDEM Simulator (2020) *Silo filling simulation*, 26 February. Available at: <https://youtu.be/o8eo-9CVpQ8> (Accessed: 3 December 2025).
23. Hilal, A., Sanad, A. M., Abdelbarr, M. H., Ramadan, O. M. O. and Abdalla, H. A. (2022) 'Three-Dimensional Finite Element Analysis for Pressure on Flexible Wall Silos', *Applied Sciences*, 12(18), p. 9251. Available at: <https://doi.org/10.3390/app12189251>.
24. Atroshenko, O. O., Skripchenko, N. B., Taran, Yu. V., Falko, A. L. and Matviienko, Yu. I. (2016) 'Analiz konstrukttsiinoi mitsnosti skladanykh tonkostinnykh konstrukttsii z boltovym ziednanniam elementiv', *Visnyk NTU "KhPI"*, 39(1211), pp. 112–120.
25. Romashko, V. M. (2016) *Deformatsiino-sylova model oporu betonu ta zalizobetonu*. Rivne: NUVHP.
26. Larin, O. I., Trubaiev, O. I. and Yudaiev, V. V. (2018) 'Komp'uternyi analiz mitsnosti kolon elevatora pry riznykh variantakh navantazhennia (chastyna №1)', *Naukovi notatky*, 63, pp. 98–106.
27. Larin, O. I., Trubaiev, O. I. and Yudaiev, V. V. (2018) 'Komp'uternyi analiz mitsnosti kolon elevatora pry riznykh variantakh navantazhennia (chastyna №2)', *Naukovi notatky*, 63, pp. 107–113.
28. Vodka, A. A., Larin, A. A., Trubaiev, A. I., Bondarenko, Yu. V., Molskii, M. M., Babenko, A. S. and Yudaiev, V. V. (2016) 'Otsenka napryazhennoho sostoyannya dnyshch sylosov elevatorov, nakhodyashchyyhsya v dlytel'noy ekspluatatsyyi, s uchetom prosadky kolonn y faktycheskykh fizyko-mekhanicheskyykh svoystv betona', *Naukovyi visnyk budivnytstva*, 83(1), pp. 81–91.
29. Derzhavnyi proektnyi instytut TsNDIPromzernoproekt (1981) *Typovaya dokumentatsyya na stroitel'nye systemy yzdelyy zdanyy y sooruzhenyy. Seryya 3.702-1/79. Unyfityrovannye sbornye zhelezobetonnye konstrukttsyy sylosnykh sooruzhenyy predpnyatyy po khranenyuu y pererabotke zerna. Vypusk 2. Sbornye zhelezobetonnye kolonny. Rabochye chertezhy. Moscow: TsITP Derzhbudu SRSR.
30. Derzhavnyi proektnyi instytut TsNDIPromzernoproekt (1978) *Ukazannya po povyshenyyu ekspluatatsyonnoy nadezhnosti elevatornykh sooruzhenyy*. Moscow.
31. Troian, V. V. (2012) 'Prohnozuvannia parametriv trishchynoutvorennia betoniv dlia monolitnykh konstrukttsii', *Budivelni materialy, vyroby ta sanitarna tekhnika*, 46, pp. 35–41.
32. Pshinko, O. M., Savvitskyi, M. V. and Zinkevych, A. M. (2018) *Vidnovlennia ekspluatatsiinoi prydatnosti betonnykh, zalizobetonnykh ta kamianykh konstrukttsii*. Dnipro: DNUZT.
33. Khalil, M., Ruggieri, S. and Uva, G. (2022) 'Assessment of Structural Behavior, Vulnerability, and Risk of Industrial Silos: State-of-the-Art and Recent Research Trends', *Applied Sciences*, 12(6), p. 3006. Available at: <https://doi.org/10.3390/app12063006>.
34. Svityi, I. M. (2018) 'Modeliuvannia dynamiky zapasiv zerna na khlibopriimalnomu pidpriemstvi: kontseptualna, matematychna ta imitatsiina modeli', *Avtomatyzatsiia tekhnolohichnykh i biznes-protsesiv*, 10(1), pp. 58–63. <https://doi.org/10.15673/atbp.v10i1.883>

Надійшла (received) 10.12.2025

Прийнята до друку (accepted) 22.12.2025

Опублікована (published) 29.12.2025

Відомості про авторів / About the Authors

Манілич Микола Сергійович (Manilich Mykola) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: +38 (099) 42 43 066; ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-1307-1789>; e-mail: mykola.manilich@infiz.khpi.edu.ua.

Трубаєв Олександр Іванович (Alexander Trubaev) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: (068) 511-91-46; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7318-6526>; e-mail: oleksandr.trubaev@khpi.edu.ua