

ВІСНИК

Національного технічного університету «Харківський політехи стий інститут»

Харків

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCES OF UKRAINE

National technical university "Kharkiv polytechnic institute"

ВІСНИК

Національного технічного університету «ХПІ» Серія: Динаміка і міцність машин

№ 2 2024

BULLETIN

of the National Technical University "KhPI" Series: Dynamics and Strength of Machines

No. 2 2024

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Collection of Scientific papers

The edition was founded in 1961

Харків НТУ «ХПІ», 2024 Kharkiv NTU "KhPI", 2024

Вісник Національного технічного університету «ХШ». Серія: Динаміка і міцність машин : збірник наукових праць. – Харків : НТУ «ХШ». – 2024. – № 2. – 96 с. ISSN 2078-9130

У збірнику представлено теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок статичної і динамічної міцності елементів конструкцій сучасних машин і енергетичних установок, виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій та установ.

Для викладачів, наукових співробітників, спеціалістів.

Ідентифікатор медіа R30-01543, згідно з рішенням Національної ради України з питань телебачення і радіомовленнявід 16.10.2023 № 1075.

Засновник видання Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

Мова статей – українська, англійська.

Web-сайт (web-сторінка) наукового видання – https://jdsm.khpi.edu.ua/

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин внесено до «Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук», затвердженого Наказом МОН України №886 від 02.07.2020 року.

Від 2013 р. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин включено до довідника періодичних видань бази даних Ulrich's Periodicals Directory (New Jersey, USA).

Від 2014 р. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин включено до наукометричної бази даних індекс ICV (Index Copernicus Value)

Від 2013 р. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин включено до БД «Наукова періодика України» Національної бібліотеки України імені В. І. Вернадського.

Від 2001 р. статті Вісника Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин представлені у репозитарії «Електронний архів Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», у розділі Вісники НТУ «ХПІ» за роками видання

Головний редактор

Морачковський О. К., доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ», Харків, Україна (Morachkovskyi, О. К.) Редакційна колегія

Аврамов К. В., доктор технічних наук, професор, Інститут проблем машинобудування НАН України, Харків, Україна (Avramov, K. V.)

Альтенбах Х., доктор технічних наук, професор, Інститут механіки, Університет Отто фон Геріке, Магдебург, Німеччина (Altenbach, H., Prof. Dr.-Ing. habil., Institut für Mechanik (IFME), Magdeburg, Germany) Барканов Є. М., доктор інженерних наук, професор, Інститут матеріалів і конструкцій, Ризький технічний університет, Латвія (Barkanov, E. N.)

Бреславський Д. В., доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ», Харків, Україна (Breslavskyi, D. V.)

Воробйов Ю. С., доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник, Інститут проблем машинобудування НАН України, Харків, Україна (Vorobiov, Yu. S.)

Зіньковський А. П., доктор технічних наук, професор, Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ, Україна (Zinkovskyi, A. P.)

Курпа Л. В., доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ», Харків, Україна (Kurpa, L. V.)

Ларін О. О., доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ», Харків, Україна (Larin, O. O.)

Львов Г. І., доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ», Харків, Україна (Lvov, H. I.)

Мартиненко Г. Ю., доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ», Харків, Україна (Martynenko, H. Yu.)

Міхлін Ю. В., доктор фізико-математичних наук, професор, НТУ «ХПІ», Харків, Україна (Mikhlin, Yu. V.)

Науменко К., доктор технічних наук, професор, Інститут механіки, Університет Отто фон Геріке, Магдебург,

Німеччина (Naumenko, K., Prof. Dr.-Ing. habil., Institut für Mechanik (IFME), Magdeburg, Germany)

Пеллікано Ф., доктор механіки, професор, Університет Модени і Реджо-Емілії, Італія (Pellicano, F., Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Modena, Italy)

Ткачук М. А., доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ», Харків, Україна (Tkachuk, М. А.)

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».

Протокол № 10 від 26 грудня 2024 р.

© Національний технічний університет «ХПІ», 2024

УДК 620.3:539.3

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.314978

В. Г. МАРТИНЕНКО

МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ, ВИЗНАЧЕННЯ МІЦНОСТІ ТА ОЦІНКИ КОНСТРУКЦІЙНОЇ СТІЙКОСТІ КОМПОЗИЦІЙНИХ ЛОПАТОК РОТОРНИХ МАШИН

Робота розглядає методи кріплення та аналізу композиційних лопаток роторних машин, а саме варіанти з'єднання металевих та композиційних частин, підходи до створення розрахункової моделі та моделювання статичної і динамічної механічної поведінки композиційних лопаток та способи визначення їхньої міцності за різними критеріями з урахуванням особливостей з'єднань. З цією метою проведений детальний огляд наявних в літературі застосувань композиційних лопаток в роторних машинах різного призначення, а також наведені варіанти поєднання композиційних та металевих частин для визначення найбільш оптимального підходу до створення міцної лопатки, що складається з таких частин. Спосіб побудови розрахункової моделі включає в себе особливості кріплення, проілюстровані на прикладі композиційної лопатки ротора, яка містить сталевий хвостовик та композиційний аеродинамічний профіль із шарами різної товщини та ребрами жорсткості, що з'єднують дві бокові поверхні профілю та проходять вздовж радіального напрямку ротора від кореневого до периферійного перерізів профілю лопатки для забезпечення його міцності та конструкційної стійкості. Аналіз міцності композиційної лопатки виконується на основі критеріїв, спеціально розроблених для композиційних матеріалів, зокрема критерію Хашина. Конструкційну стійкість композиційного профілю лопатки запропоновано аналізувати під дією аеродинамічного тиску потоку для визначення його критичного значення, при якому може статись втрата стійкості за визначеними формами. Динамічні характеристики профілю знаходяться у вигляді власних частот та власних форм коливань з урахуванням переднапруженого стану від відцентрових сил та аеродинамічного тиску потоку. Ідентифікацію властивостей композиційного матеріалу аеродинамічного профілю лопатки пропонується проводити за допомогою чисельних експериментів та натурних експериментальних досліджень, а адекватність моделювання його механічної поведінки та міцності може бути перевірена на основі розглянутого у роботі стенду.

Ключові слова: профіль лопатки; композиційний матеріал; міцність; конструкційна стійкість; експериментальне дослідження.

V. MARTYNENKO

METHODS OF THE DYNAMIC BEHAVIOR MODELLING, THE STRENGTH ASSESSMENT AND THE STRUCTURAL STABILITY EVALUATION OF COMPOSITE BLADES OF ROTARY MACHINES

The work considers methods of joining and analysis of composite blades of rotary machines, namely options for connecting metal and composite parts, approaches to creating a calculation model and modeling the static and dynamic mechanical behavior of composite blades, and techniques of determining their strength according to various criteria, taking into account the characteristics of connections. For this purpose, a detailed review of the applications of composite blades in rotary machines for various purposes, available in the literature, was carried out, as well as options for combining composite and metal parts were given to determine the most optimal approach to creating a strong blade consisting of such parts. The method of construction of the calculation model includes features of joints, illustrated on the example of a composite rotor blade, which contains a steel root and a composite airfoil with layers of different thicknesses and stiffening ribs connecting two side surfaces of the airfoil and passing along the radial direction of the rotor from the root to peripheral sections of the blade airfoil to ensure its strength and structural stability. The analysis of the strength of the composite blade is performed on the basis of criteria specially developed for composite materials, in particular, the Hashin criterion. It is proposed to analyze the structural stability of the composite blade profile under the influence of the aerodynamic pressure of the flow to determine is and value, at which the buckling may occur by certain shapes. The dynamic characteristics of the airfoil are found in the form of natural frequencies and natural forms of vibrations, taking into account the prestressed state from centrifugal forces and the aerodynamic pressure of the flow. It is proposed to identify the properties of the composite material of the blade airfoil using numerical experiments and full-scale experimental studies, and the adequacy of the modelling of its mechanical behavior and strength can be checked on the ba

Keywords: blade airfoil; composite material; strength; structural stability; experimental investigation.

Композиційні матеріали Вступ. широко застосовуються в багатьох галузях промисловості від пластин і оболонок, які використовуються в системах газопроводи ремонту, таких як [1], ло високонавантажених ступенів вентиляторів турбореактивних двигунів, які можуть бути під впливом не тільки від статичних і перехідних навантажень [2], а й від ударів сторонніх предметів [3; 4], а також відповідальних компонентів ракет [5].

Одним із найпопулярніших застосувань композитів у роторних машинах є ті, що базуються на відновлюваній енергії, а саме вітрові [6] та припливні [7] турбіни.

Лопаті вітрогенератора є складними тонкостінними конструкціями [8], які потребують кількох етапів попереднього проектування [9] та оптимізації [10], одним із яких є забезпечення міцності та довговічності конструкції. На відміну від елементів роторів машин, виготовлених із металевих сплавів, таких як сталь, міцність яких зазвичай оцінюється за критерієм фон Miseca (von Mises) [11], міцність композитних лопатей вітряних турбін визначається за більш складними критеріями, такими як Цай-Ву (Tsai-Wu) [12], Пака (Puck) [13] та Хашина (Hashin) [14]. Існує багато досліджень щодо міцності та динаміки лопатей вітрових турбін з урахуванням різних ефектів. Наприклад, у роботі [15] досліджено залишкову міцність лопаті вітрової турбіни під ультрафіолетового впливом температури, випромінювання та вологості в поєднанні з втомними навантаженнями. У роботі [12] наведено методику врахування аеродинамічних навантажень на лопаті вітрогенератора під час виконання його міцнісного та модального аналізу. Інший модальний аналіз, але для умов заледеніння, проведено в дослідженні [16]. Незважаючи на те, що прогнозування терміну служби на основі розрахунків втоми матеріалу для вітрових турбін досліджувалося десятиліттями [17], це все ще є важливою темою в сучасних публікаціях [18]. Іншою важливою темою дослідження міцності лопатей

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

вітрових турбін є механічні випробування зразків, виготовлених із матеріалів лопатей, для визначення та використання їх властивостей у розрахункових моделях, а також випробування лопатей турбін в цілому в повному масштабі [19] або в масштабованій [20] формі.

напрямком використання Другим композиційних матеріалів (не тільки скловолоконних. але й армованих вуглеволокном) для обертових машин є лопаті несучого гвинта вертольотів. Лослілження можливості використання шоло композитних лопатей для несучих гвинтів гелікоптерів почалися десятиліття тому і тривали в державних дослідницьких центрах, таких як NASA [21; 22], у кваліфікаційних роботах для ступенів магістра [23; 24] та доктора філософії [25; 26], а також в окремих наукових виданнях [27]. Сучасний стан розробки розв'язку задачі міцності композитних лопатей гелікоптерів дозволяє з високою точністю прогнозувати їхні напруження [28; 29], створювати внутрішні структури лопатей шляхом морфінгу скручування для підвищення їхньої довговічності [30], виконувати моделювання та експериментальні дослідження стільникових та армованих волокнами лопатевих частин головних [31] та хвостових [32] лопаток гвинтів, проводити оптимізацію конструкції лопатей з огляду на міцність композиційного матеріалу [33], створювати моделі механічної композиційних лопатей поведінки піл лією аеродинамічних навантажень [34] та ударів сторонніх предметів [35]. Останні дослідження, пов'язані з цією темою, також проводяться для гіропланів [36].

Іншим напрямком використання композиційних матеріалів для обертових лопаток турбомашин є газові турбіни і зокрема газотурбінні двигуни (ГТД). Хоча ранні дослідження розглядають металеві композити як матеріали для лопаток ГТД [37], а також композитні шари, що покривають центральне суцільне ядро, яке утворює цілісну монолітну єдину частину лопатки [38], найбільш перспективним застосуванням композитних матеріалів для ГТД, яке було запропоновано приблизно два десятиліття тому [39] і розвивається протягом останніх років, є композитні лопатки вентиляторів газотурбінних двигунів. Оскільки ці турбомашини є високонавантаженими, питання структурного аналізу та оптимального проектування композиційних лопаток вентиляторів ГТД стало одним із ключових факторів для їх успішного впровадження в реальні зразки [40; 41]. Не менш важливими є теми та дослідження, пов'язані з линамічними ефектами, виникають шо V композиційних лопатках вентилятора ГТД, як, наприклад, прогнозування довговічності [42], вібрації лопаток, спричинені тертям [43], та аналіз зіткнення з птахами з подальшим покращенням зон удару [44]. Крім того, є деякі дослідження щодо застосування та структурного аналізу композиційних матеріалів для зустрічних обертових ступенів вентилятора авіаційних двигунів [45], а також турбодетандерів [46].

Крім розглянутих раніше напрямків, в останні

роки актуальною темою стало використання композиційних лопаток в вентиляторах цивільного застосування. Наприклад, у роботі [47] досліджуються коливання вентилятора аеродинамічної труби за допомогою експериментальних вимірювань. У статтях [48; 49] виконано механічне моделювання та експериментальне дослідження армованих скловолокном композиційних лопаток вентиляторів метро. У роботі [50] розглядається конструкція композиційних лопаток стельового вентилятора.

Приклади використання армованих вуглецем і скловолокном композитів у лопатках промислових осьових вентиляторів можна знайти в Інтернеті [51-53] і кожен з них відповідає різним застосуванням. Однак ця тема недостатньо задокументована як наукова проблема з точки зору міцності, і виробники, ймовірно, зберігають методології v формі внутрішнього дослідження як конфіденційну інформацію.

Отже, застосування композиційних матеріалів для виготовлення лопаток роторних машин € тому актуальною задачею, саме дана робота присвячена розробці методів теоретичного та експериментального дослідження міцності та динаміки композиційних аеродинамічних профілів лопаток роторів, що можуть бути використані як для створення нових зразків роторних машин, так і для заміни компонентів у вже існуючих.

1. Методи з'єднання, побудови розрахункової моделі та моделювання механічної поведінки композиційних лопаток. Необхідність з'єднання металевих і композиційних частин у турбомашинах виникає через потребу інженерів використовувати такі переваги композитів, як легка вага та відносно висока міцність, але зберегти металеве виконання для деталей, де композити не застосовуються.

Як вже зазначалось, така необхідність може виникнути в елементах машин різного застосування, наприклад, у сегментах лопатей вертольотів [54] або з'єднаннях лопатей вітрових турбін [55-57].

Поєднання композиційних і металевих деталей може здійснюватися за допомогою клейових [58] та болтових [59; 60] з'єднань, а також заклепок, неклейових з'єднань за формою, петлевого з'єднання [61; 62]. Штифтовим з'єднанням металевих деталей і композитів присвячено багато досліджень [63-67]. Крім того, існують різні способи металокомпозитних проникних з'єднань, наприклад одиночне з'єднання внахлест, ялинкове з'єднання Comeld, з'єднання HYPER, фронтальне з'єднання полвійними з пластинами. фронтальне з'єднання з шарами металевого сплаву, Т-подібне з'єднання тощо [68; 69]. На додачу до перелічених способів, з'єднання між металевими та композиційними частинами може включати застосування процесів зварювання [70; 71] та інтерференційних мікроштифтів [72].

При побудові розрахункової моделі для моделювання механічної поведінки композиційної лопатки роторної машини також постає питання її

з'єднання з іншими елементами, зробленими із металевих сплавів, зокрема сталі. Якщо композиційна лопатка є суцільною та з'єднується з металевими елементами за допомогою тертя [73] або болтових з'єднань [74], фіксацію композиційної частини ротора пропонується робити у місцях контакту з металевими частинами, відкидаючи їх як ті, що мають набагато більшу жорсткість у порівнянні з композиційним матеріалом. Проте існують й інші методи з'єднання композиційних та металевих частин.

Одним з найновіших методів нерозривного з'єднання металевих та композиційних елементів конструкції є метод, який передбачає переплетіння металевих волокон із скляними або вуглецевими зі сторони композиційної частини та зварювання цих металевих волокон із металевою частиною [75]. Згідно з дослідженнями, потрібно всього декілька шарів металевих волокон для того, щоб нерозривно з'єднати металеву та композиційну частини. У разі ж металевих волокон або матриці композиту, зварювання може відбуватись безпосередньо із ними.

Прикладом такого з'єднання може служити лопатка ротора із склопластиковим аеродинамічним профілем та сталевим хвостовиком, що в свою чергу за допомогою переднатягу з'єднується з втулкою робочого колеса [76].

На рисунку 1 показано процес розробки розрахункової моделі такої конструкції, яка може використовуватися для статичних та динамічних аналізів механічної поведінки композиційної лопатки, а також для аналізу конструкційної стійкості оболонкової композиційної частини.



Рис. 1 – Розрахункова модель композиційної лопатки ротора під дією відцентрових та аеродинамічних навантажень

Одна лопатка зі сталевим коренем і композиційним аеродинамічним профілем піддається відцентровим і аеродинамічним навантаженням. Сталевим коренем пропонується нехтувати, щоб спростити розрахункову модель. Фіксація лопатки вважається абсолютно жорсткою для розрахунків на міцність, тому що з'єднання її профілю зі сталевим кореневим перерізом забезпечується по всьому нижньому торцю профілю завдяки значно більшій жорсткості сталі в порівнянні з композитом.

Для забезпечення жорсткості оболонкової частини композиційного аеродинамічного профілю, в його конструкцію можуть додаватись ребра жорсткості, що з'єднують дві бокові поверхні профілю та проходять вздовж радіального напрямку ротора від кореневого до периферійного перерізів профілю лопатки [77].

На рисунку 2 представлено схематичне зображення аеродинамічного профілю лопатки робочого колеса роторної машини.



Рис. 2 - Схематичне зображення композиційного аеродинамічного профілю лопатки ротора з трьома ребрами жорсткості

На додачу до цього, для забезпечення оптимального співвідношення міцності та ваги композиційного профілю лопатки його частини можуть мати різну кількість та спрямованість композиційних шарів, тобто товщину, що показує рисунок 3.



Рис. 3 – Частини композиційного профілю різної товщини

Таким чином, усі перелічені особливості композиційного аеродинамічного профілю лопатки повинні бути адекватно враховані під час побудови розрахункової моделі для моделювання механічної поведінки лопаток роторів, що повністю зроблені з композиційних матеріалів або містять в собі композиційні частини. Подальша побудова розрахункової моделі потребує використання методів дискретизації та моделювання, які є адаптованими для використання при розрахунках механічної поведінки та визначенні міцності композиційних конструкцій, що потребує розробки підходів до моделювання важливих ефектів та використання спеціальних критеріїв, що буде описано в наступному розділі.

2. Теоретичні підходи до визначення міцності, конструкційної стійкості та моделювання динаміки композиційних лопаток.

2.1. Рівняння турбулентної течії рідини. Визначення навантажень (тиску) на контактні тверді поверхні від рухомої рідини в рідкому або газоподібному стані потребує аналізу механіки суцільних середовищ. Найбільш часто використовуваний підхід Ейлера розглядає компоненти векторів швидкості иі в декартовій системі координат з осями x_i (i = 1, 2, 3). Система рівнянь Рейнольдса представляє рівняння збереження імпульсу для моделювання турбулентного потоку стисливої рідини та має вигляд (в нотації Ейнштейна):

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j}), \end{cases}$$
(1)

де *t* – змінна часу;

p – тиск рідини;

μ – динамічна в'язкість;

 $\rho u'_{i} u'_{j} = \tau^{T}_{ij}$ – компоненти турбулентного тензору напружень Рейнольдса, які повинні бути

визначені за допомогою додавання спеціальної

моделі турбулентності до повної системи рівнянь Рейнольдса, серед яких [78]:

- модель Спаларта-Аллмараса [79];
- модель k-ε [80];
- модель k-ω [81];
- модель SST (shear stress transport), що є поєднанням двох попередніх [82].

2.2. Критерії статичної міцності композиційних елементів роторів. Розв'язування задачі міцності твердих тіл, що деформуються, використовує підхід Лагранжа для механіки суцільних середовищ, який розглядає компоненти вектора переміщень твердих тіл як основну невідому.

На відміну від міцності ізотропних та анізотропних пластичних металевих конструкцій, які можна оцінити відповідно за критеріями Мізеса [83] та Хілла [84] шляхом порівняння розрахованих за цими критеріями еквівалентних напружень з експериментально визначеними границями міцності матеріалу, оцінка міцності композитних конструкцій вимагає спеціально розроблених для них критеріїв.

Рівняння Хілла дозволило Хоффману [85] розробити критерій крихкої міцності ортотропних матеріалів на прикладі односпрямованих композитних шарів. Цай та Ву в [86] розглянули загальний вигляд поверхні руйнування другого порядку за координатними напруженнями та вивели їх критерії міцності для окремих випадків симетрії анізотропних властивостей матеріалів. Хашин в [87:88] запропонував критерій міцності односпрямованих шарів армованих композитів. У роботах [89; 90] виконано критичний аналіз критерію міцності Хашина, встановлено рамки його застосування та запропоновано власний критерій для цього типу композитів, позначений як LaRC03. Проте, як випливає із зазначених робіт і досліджень міцності скловолокна [91; 92], для розглянутого випадку достатньо використовувати двовимірний критерій Хашина.

Критерій Хашина пропонує розглядати функцію інваріантів напруженого стану, які утворюються координатними напруженнями σ_{ij} (*i*, *j* = 1, 2, 3 у нотації Фойгта):

$$f_{H} = A_{1}I_{1} + B_{1}I_{1}^{2} + A_{2}I_{2} + B_{2}I_{2}^{2} + C_{12}I_{1}I_{2} + A_{3}I_{3} + A_{4}I_{4}, (2)$$

де A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , B_1 , B_2 , C_{12} – експериментально визначені коефіцієнти апроксимації поверхні $f_H = 1$, що містить стани матеріалу, які відповідають відсутності руйнування, всередині неї, тобто при $f_H < 1$;

*I*₁, *I*₂, *I*₃, *I*₄ – інваріанти напруженого стану, визначені формулами:

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_{11}; \\ I_2 = \sigma_{22} + \sigma_{33}; \\ I_3 = \sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}; \\ I_4 = \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2. \end{cases}$$
(3)

Тут передбачається, що напрямок 1 збігається з напрямком армування композиційного шару.

Зі сказаного вище випливає, що критерій міцності Хашина можна записати у вигляді:

$$f_H < 1, \tag{4}$$

а значення функції критерію Хашина $f_H \in$ показником статичної міцності композиційного матеріалу.

Слід зазначити, що міцність одного шару односпрямованого композиту можна визначити за критерієм Хашина. Оскільки композитна конструкція, як правило, є сендвічем шарів, розташованих у певних напрямках, міцність кожного з цих шарів слід визначати окремо, і аналіз інформації щодо найбільш небезпечного шару дає відповідь про міцність композиту, як показано на рисунку 4.



Рис. 4 – Графік розподілу функції критерію міцності Хашина в небезпечному шарі композиційного пера лопатки

2.3. Конструкційна стійкість оболонкових елементів композиційних лопаток. Розмір одного скінченного елемента дозволяє розглядати порожнисту багатошарову оболонку для будь-якої Тому для геометричної моделі. розрахунку критичного тиску такої оболонки можна використати таке співвідношення [93-95] (наведено для оболонки обертання для стислого викладу):

$$q(\lambda, n) = \frac{D_1}{R^2} \Phi_1(\lambda, n) + \frac{\overline{B}_2 R^2}{R_2^2} \frac{\Phi_R(\lambda, n)}{\Phi_2(\lambda, n)}, \qquad (5)$$

ле

$$\begin{split} \Phi_{1}(\lambda, n) &= \lambda^{2} + \alpha_{1}\lambda^{2}n^{2} + \beta_{1}n^{2}; \\ \Phi_{2}(\lambda, n) &= \lambda^{4} + \alpha_{2}\lambda^{2}n^{2} + \beta_{2}n^{4}; \\ \Phi_{R}(\lambda, n) &= (\lambda^{2} + \frac{R_{2}}{R_{1}}n^{2})^{2}; \\ \alpha_{1} &= 2(2\frac{D_{12}}{D_{1}} + \nu_{2}), \ \beta_{1} &= \frac{D_{2}}{D_{1}}; \\ \alpha_{2} &= \frac{\overline{B}_{2}}{B_{12}} - 2\nu_{2}, \ \beta_{2} &= \frac{B_{2}}{B_{1}}, \ \overline{B}_{2} &= B_{2}(1 - \nu_{1}\nu_{2}); \end{split}$$

 B_1, B_2, B_{12} — жорсткості багатошарового сендвіча на розтяг-стиск і зсув у площині обертання; D_1, D_2, D_{12} — мінімальні жорсткості багатошарового сендвіча на згин і кручення; R_1, R_2 — радіуси оболонки, які залежать від координати, що збігається з віссю x; R, l — характерні розміри оболонки; $m, n, \lambda = \frac{m\pi R}{l}$ — параметри форми хвилі,

включені у вираз вигину оболонки:

$$w(x, y) = w_0 \sin \frac{\lambda x + ny}{R}, \qquad (6)$$

де у – окружна координата.

На рисунку 5 показані форми такого вигину оболонки композиційного пера лопатки для прикладу, що розглядається.



Рис. 5 – Форми втрати стійкості оболонки композиційного пера лопатки під дією критичних значень тиску

2.4. Динаміка аеродинамічного профілю композиційної лопатки. Для розрахунків динамічної поведінки композиційного профілю лопатки може бути використаний метод скінченних елементів рівняння динаміки пружного тіла, що деформується, в лінійній постановці та матричній формі [96]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t), \qquad (7)$$

де M, C, K – матриці маси, демпфування та жорсткості відповідно;

 $\mathbf{u}(t), \mathbf{f}(t)$ – вектори вузлових переміщень та сил.

Рівняння власних коливань отримують, якщо C = 0 and f(t) = 0:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = 0.$$
(8)

Гармонічна функція відгуку механічної системи розкладається на форми власних коливань (сума по *i*):

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_i \cos(\omega_i t) \,. \tag{9}$$

Це дозволяє переписати рівняння (8):

$$(\mathbf{K} - \boldsymbol{\omega}_i \mathbf{M}) \mathbf{u}_i = 0.$$
 (10)

Попередньо напружений стан, що залежить від вектору початкових вузлових напружень σ_0 , визначає матрицю зміцнення **S** як доповнення до матриці жорсткості, в результаті чого отримують остаточне рівняння власних коливань системи:

$$(\mathbf{K} + \mathbf{S} - \boldsymbol{\omega}_i \mathbf{M}) \mathbf{u}_i = 0, \qquad (11)$$

де ω_i – частоти власних коливань (власні частоти); **u**_i – форми власних коливань (власні форми), показані для прикладу на рисунку 6.



Рис. 6 – Форми власних коливань композиційного пера

3. Експериментальне визначення міцності композиційних лопаток.

3.1. Чисельна та експериментальна ідентифікація властивостей та критерію міцності матеріалу композиційної лопатки. З метою визначення параметрів за критеріями міцності для композиційних матеріалів можуть використовуватись як чисельні [97], так і експериментальні [92] методи.

Перевагою перших є відсутність потреби у натурних експериментах, а других – більша точність завдяки випробуванням реальних зразків, що враховують усі особливості виготовлення композиційного матеріалу.

При використанні чисельних експериментів для визначення параметрів критерію міцності композиційного матеріалу, зокрема критерію Хашина у виразах (2) та (3), може використовуватись представницький об'єм композиту, показаний на рисунку 7 для ортогонального армування.



Рис. 7 – Геометрична (зліва) та розрахункова (справа) моделі представницького об'єму ортогонально армованого композиційного матеріалу

Модель представницького об'єму у розрахунках треба навантажити до руйнування вздовж координатних осей на розтягування та зсув таким чином, щоб утворити шість чисельних експериментів і, відповідно, рівнянь відносно шести коефіцієнтів у виразі (2), праві частини в яких дорівнюють 1, що відповідає руйнуванню композиційного матеріалу. Фактом руйнування композиційного матеріалу в розрахунковій моделі, що використовує неявні методи розв'язання системи рівнянь, можуть слугувати порушення критерію міцності матеріалів армуючих елементів, матриці чи клейового шару, або ж процес руйнування може моделюватись за допомогою розрахункової моделі, що використовує явні методи розв'язання системи рівнянь.

Таким же чином навантажуються композиційні зразки, зображені на рисунку 8, при проведенні реального експерименту. Оскільки навантаження композиційної пластини перпендикулярно до її площини ускладнено, альтернативно може використовуватись навантаження у площині під кутом до напрямку армування або під кутом до площини. Так виконується шість типів експериментів з метою руйнування композиційних зразків та подальшого визначення коефіцієнтів критерію міцності.



Рис. 8 – Вирізані під різними кутами композиційні зразки

На рисунку 9 показані зруйновані композиційні зразки, що були вирізані під різними кутами. На ньому видно, що характер руйнування зразків при навантаженні їх вздовж волокон (зліва) відрізняється від характеру руйнування зразків при навантаженні їх під кутом 45° до напрямку волокон (справа).



Рис. 9 – Розірвані композиційні зразки

Визначені за допомогою одновісних експериментів властивості та критерії міцності композиційного матеріалу використовуються для моделювання механічної поведінки та визначення міцності композиційного профілю лопатки за допомогою розрахунків (рис. 4). В подальшому такі розрахунки можуть бути підтверджені за допомогою експериментального дослідження на стенлі. спеціально розробленому для навантаження складних та композиційних профілів лопаток роторів, що описаний в наступному пункті.

3.2. Експериментальний стенд для визначення міцності композиційної лопатки. Як було зазначено в розділі 1 та показано на рисунку 1, з'єднання композиційного пера лопатки зі сталевим кореневим перерізом може бути виконано за допомогою перехідного шару металевих волокон, приварених до сталевої частини та вплетених у композиційну частину разом із скляними волокнами. Оскільки таке з'єднання включає в себе вже три шари різних матеріалів, розрахункові визначення його міцності можуть бути підтверджені експериментальними дослідженнями, з метою проведення яких може бути використаний стенд, що застосовувався лля визначення міцності з'єднання біметалічної лопатки [73] та зображений на рисунку 10.





Рис. 10 – Експериментальний стенд для визначення міцності з'єднання аеродинамічних профілів та хвостовиків композиційних лопаток: *a* – стенд без лопатки; *б* – стенд з лопаткою

Під час використання цього стенду сталевий хвостовик навантажується двома металевими брусами за допомогою гідравлічного преса, тоді як композиційний профіль лопатки утримується у середніх перерізах. Таким чином забезпечується навантаження з'єднання меж сталевою та композиційної частинами на розрив, що відповідає відцентровому навантаженню, що розтягує лопатку у радіальному напрямку при роботі машини.

Отже, підходи до визначення міцності та забезпечення надійної роботи композиційних лопаток роторів включають в себе теоретичні та чисельні дослідження, розрахункові та натурні експерименти для визначення властивостей композиційних матеріалів, а також моделювання і експериментальні дослідження механічної поведінки та міцності лопатки в цілому, зокрема з'єднання композиційних і металевих частин, що було продемонстровано в даній роботі на прикладі лопатки із композиційним аеродинамічним профілем та сталевим хвостовиком.

Висновки. В роботі були розглянуті засоби з'єднання металевих та композиційних частин, в результаті чого обраний найбільш оптимальний варіант для виконання лопатки, що складається зі сталевого хвостовика та композиційного аеродинамічного профілю, що кріпляться між собою у кореневому перерізі за допомогою сталевих волокон, вплетених в армуючі елементи композиційного матеріалу та зварені із сталевою частиною. Для цього варіанту запропонована розрахункова модель для моделювання його механічної поведінки, а також визначення міцності, конструкційної стійкості та

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

а

динамічних характеристик, для чого був проведений детальний літературний огляд та обрані підходи, що адекватно відповідають найбільш потребам дослідження композиційної лопатки. Для отримання властивостей композиційного матеріалу та перевірки розрахункових результатів розглянуті підходи до та експериментального визначення чисельного констант пружності та критерію міцності, а також експериментальний стенд, що дозволяє проводити дослідження міцності з'єднання композиційних та сталевих частин лопатки, моделюючи розтягуюче навантаження дiï відцентрових від сил при встановленні лопатки у ротор машини, що обертається.

Таким чином, робота наводить замкнутий цикл до моделювання та експериментального дослідження статичної та динамічної механічної поведінки, а також міцності та конструкційної стійкості композиційної лопатки, поєднаної зi сталевими частинами. Проведений в роботі аналіз поточного стану вирішення проблеми, наведені методи, що найбільше підходять саме для композиційних лопаток, запропонована розрахункова модель та підходи до чисельного i експериментального визначення властивостей та міцності композиційної лопатки можуть бути корисними для інженерів та науковців, що є залученими до проектування нових роторних машин, які включають в себе композиційні елементи. що поєднані із металевими частинами та знаходяться під дією різних типів навантажень, зокрема у громадянському та аерокосмічному застосуваннях.

Фінансування. Це наукове дослідження виконане за підтримки МОН України в рамках реалізації науково-дослідної роботи «Розробка математичних моделей та методів розв'язання задач динаміки і міцності конструкцій з монокристалічних сплавів та метал-матричних композитів» (ДР № 0124U000975).

Список літератури

- Martynenko V. G. An original technique for modeling of anisotropic viscoelasticity of orthotropic materials in finite element codes applied to the mechanics of plates and shells / V. G. Martynenko // Mechanics and Mechanical Engineering. – 2017. – Vol. 21, No. 2. – P. 389-413.
- Merculov V. Force Simulation of Bird Strike Issues of Aircraft Turbojet Engine Fan Blades / V. Merculov, M. Kostin, G. Martynenko, N. Smetankina, V. Martynenko // Lecture Notes in Networks and Systems. – 2022. – Vol. 305. – P. 129-141. https://doi.org/10.1007/978-3-030-83368-8 13
- Merculov V. Peculiarities of the Modelling of the Bird Dynamic Impact on Fan Blades of an Aircraft Turbojet Engine at Operating Modes / V. Merculov, M. Kostin, G. Martynenko, N. Smetankina, V. Martynenko // Lecture Notes in Networks and Systems. – 2022. – Vol. 367. – P. 462-473. https://doi.org/10.1007/978-3-030-94259-5_39
- Merculov V. Improving the accuracy of the behaviour simulation of the material of the turbojet aircraft engine fan rotor blades in the event of a bird strike by using adapted finite element computational models / V. Merculov, M. Kostin, G. Martynenko, N. Smetankina, V. Martynenko // Materials Today: Proceedings. – 2022. – Vol. 59. – P. 1797-1803. https://doi.org/10.1016/j atpr.2022.04.381
- Martynenko G. Numerical simulation of missile warhead operation / G. Martynenko, M. Chernobryvko, K. Avramov, V. Martynenko, A. Tonkonozhenko, V. Kozharin, D. Klymenko // Advances in

Engineering Software. – 2018. – Vol. 123. – P. 93-103. https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2018.07.001

- Brøndsted P. Advances in wind turbine blade design and materials / P. Brøndsted, R. P. L. Nijssen, S. Goutianos. – Cambridge: Woodhead Publishing, 2023. – 510 p.
- Jiang Y. Structural analysis of a fibre-reinforced composite blade for a 1 MW tidal turbine rotor under degradation of seawater / Y. Jiang, W. Finnegan, F. Wallace, M. Flanagan, T. Flanagan, J. Goggins // Journal of Ocean Engineering and Marine Energy. – 2023. – Vol. 9, No. 3. – P. 477-494. https://doi.org/10.1007/s40722-023-00279-w
- Silva Junior L. Stress analysis of a thin-walled composite blade of a large wind turbine / L. M. Silva Junior. – Florianópolis: Federal University of Santa Catarina, 2016. – 116 p.
- Bir G. Preliminary structural design of composite blades for twoand three-blade rotors / G. Bir, P. Migliore. – Golden: National Renewable Energy Laboratory, 2004. – 30 p. https://doi.org/10.2172/15009673
- DiPalma M. Optimization of extension-twist coupled composite blades for high-speed rotorcraft / M. DiPalma, E. Ferede, F. Gandhi // 74th American Helicopter Society Annual Forum. – Phoenix: Phoenix Convention Center, 2018. – P. 1-14.
- Martynenko V. Analysis of Strength and Bearing Capacity of the Auxiliary Mine Ventilation Fan Connected to the Rotor of Its Electrical Drive / V. Martynenko // 2020 IEEE KhPI Week on Advanced Technology. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2020. – P. 19-23. https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250078
- Fernandez G. An efficient procedure for the calculation of the stress distribution in a wind turbine blade under aerodynamic loads / G. Fernandez, H. Usabiaga, D. Vandepitte // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. – 2018. – Vol. 172. – P. 42-54. https://doi.org/10.1016/j weia.2017.11.003
- Ozyildiz M. Strength analysis of a composite turbine blade using Puck failure criteria / M. Ozyildiz, C. Muyan, D. Coker // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 1037. – P. 1-11. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1037/4/042027
- 14. Dimitrov N. Reliability analysis of a composite wind turbine blade section using the model correction factor method: Numerical study and validation / N. Dimitrov, P. Friis-Hansen, C. Berggreen // Applied Composite Materials. – 2013. – Vol. 20, No. 1. – P. 17-39. https://doi.org/10.1007/s10443-011-9246-3
- Gao J. X. Residual strength assessment of wind turbine rotor blade composites under combined effects of natural aging and fatigue loads / J. X. Gao, Z. W. An, Q. Ma, X. Z. Bai // Eksploatacja i Niezawodnosc. – 2020. – Vol. 22, No. 4. P. 601-609. https://doi.org/10.17531/ein.2020.4.3
- Lagdani O. Modal analysis of an iced offshore composite wind turbine blade / O. Lagdani, M. Tarfaoui, M. Nachtane, M. Trihi, H. Laaouidi // Wind Engineering. – 2022. – Vol. 46, No. 1. – P. 134-149. https://doi.org/10.1177/0309524X211011685
- Nijssen R. Fatigue life prediction and strength degradation of wind turbine rotor blade composites / R. Nijssen. – Wieringerwerf: Knowledge Centre: Wind Turbine Materials and Constructions, 2006. – 242 p.
- Muyan C. Strength analysis of a 5-m composite wind turbine blade under static and fatigue loading conditions / C. Muyan, D. Coker // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020.
 Vol. 942. – P. 1-15. https://doi.org/10.1088/1757-899X/942/1/012045
- Zhou H. A review of full-scale structural testing of wind turbine blades / H. Zhou, H. Dou, L. Qin, Y. Chen, Y. Ni, J. Ko // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2014. – Vol. 33. – P. 177-187. https://doi.org/10.1016/j.rser.2014.01.087
- Morăraş C. Structural testing by torsion of scalable wind turbine blades / C. Morăraş, V. Goanță, B. Istrate, C. Munteanu, G. S. Dobrescu // Polymers. - 2022. - Vol. 14, No. 19. - P. 3937. https://doi.org/10.3390/polym14193937
- Nixon M. Preliminary structural design of composite main rotor blades for minimum weight / M. Nixon. – Hampton: NASA Scientific and Technical Information Office, 1987. – 25 p.
- Piatak D. Stiffness characteristics of composite rotor blades with elastic couplings / D. Piatak, M. Nixon, J.B. Kosmatka. – Hampton: NASA Scientific and Technical Information Office, 1997. – 44 p.
- Moura G. A. Approach for analysis and design of composite rotor blades / G. A. Moura, R. Kolar // Journal of Aircraft. – 1992. – Vol. 29, No. 4. – P. 516-523. https://doi.org/10.2514/3.46221

- 24. Işık A. A. Structural optimization of composite helicopter rotor blades / A. A. Işık. – Ankara: Middle East Technical University, 2018. – 142 p.
- Li L. Structural design of composite rotor blades with consideration of manufacturability, durability, and manufacturing uncertainties / L. Li. – Georgia: Georgia Institute of Technology, 2008. – 107 p.
- Kumar D. Design and analysis of composite rotor blades for active/passive vibration reduction / D. Kumar. – Michigan: University of Michigan, 2013. – 375 p.
- 27. Chandra R. Structural behavior of two-cell composite rotor blades with elastic couplings / R. Chandra, I. Chopra // AIAA Journal. – 1992. – Vol. 30, No. 12. – P. 2914-2921. https://doi.org/10.2514/3.11637
- Han S. High-fidelity, 3D stress prediction for composite rotor blades / S. Han, O. A. Bauchau // 73rd American Helicopter Society Annual Forum. – Fort Worth, 2017. – P. 1-8.
- Kliza R. Strength analysis of a prototype composite helicopter rotor blade spar / R. Kliza, K. Ścisłowski, K. Siadkowska, J. Padyjasek, M. Wendeker // Applied Computer Science. – 2022. – Vol. 18, No. 1. – P. 5-19. https://doi.org/10.35784/acs-2022-1
- Gu H. Twist morphing of a composite rotor blade using a novel metamaterial / H. Gu, A. Shaw, M. Amoozgar, J. Zhang, C. Wang, M. Friswell // Composite Structures. – 2020. – Vol. 254. – P. 1-10. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112855
- Maksimović S. Strength analysis of helicopter main rotor blade made from composite material / S. Maksimović, K. Maksimović, I. Vasović, M. Maksimović, D. Stamenković // Acta Technica Corviniensis - Bulletin of Engineering. – 2020. – Vol. 13. – P. 23-26.
- 32. Hadăr A. A novel composite helicopter tail rotor blade with enhanced mechanical properties / A. Hadăr, A. Voicu, F. Baciu, D. Vlăsceanu, D. Tudose, Ş. Pastramă // Aerospace. – 2023. – Vol. 10, No. 7. https://doi.org/10.3390/aerospace10070647
- Tian S. Structural design optimization of composite rotor blades with strength considerations / S. Tian, F. Tao, H. Du, W. Yu, J. Lim, R.B. Haehnel, Y. Wenren, L. Allen // AIAA SCITECH 2022 Forum. – San Diego: Manchester Grand Hyatt San Diego, 2022. https://doi.org/10.2514/6.2022-2454
- 34. Roy A. Finite element framework for efficient design of three dimensional multicomponent composite helicopter rotor blade system / A. Roy // Eng. – 2021. – Vol. 2, No. 1. – P. 69-79. https://doi.org/10.3390/eng2010006
- 35. Yu G. Performance and damage study of composite rotor blades under impact / G. Yu, X. Li, W. Huang // Polymers. – 2024. – Vol. 16, No. 5. – P. 1-20. https://doi.org/10.3390/polym16050623
- Czyż Z. Autogyro main rotor blade strength tests / Z. Czyż, *P. Podolak, K. Skiba, P. Jakubczak, P. Karpiński, P. Różylo //* 2023 IEEE 10th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace). – Milan: Politecnico di Milano, 2023. – P. 199-204. https://doi.org/10.1109/MetroAeroSpace57412.2023.10190031
- Signorelli R. A. Review of status and potential tungsten-wire superalloy composites for advanced gas turbine engine blades / *R.A. Signorelli.* – Washington, D.C.: National Aeronautics and Space Administration, 1972. – 22 p.
- Abumeri G. H. Composite fan blade design for advanced engine concepts / G. H. Abumeri, L. H. Kuguoglu, C. C. Chamis. – Cleveland: NASA Glenn Research Center, 2004. – 12 p.
- Coroneos R. Structural analysis and optimization of a composite fan blade for future aircraft engine / R. Coroneos, R. S. R. Gorla // International Journal of Turbo and Jet-Engines. – 2012. – Vol. 29, No. 3. – P. 131-164. https://doi.org/10.1515/tjj-2012-0024
- Sung Y. A study on stacking sequence design of composite fan blades using multi-level optimization / Y. Sung, Y. U. Jun, J. S. Park // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1509. – P. 1-10. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1509/1/012019
- Vimal R. K. Improving fatigue life of gas turbine fan blade using advanced composite materials / R. K. Vimal, G. Dhanjayan // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 455. – P. 1-9. https://doi.org/10.1088/1757-899X/455/1/012035

- 43. Xiao J. Numerical investigation of rub-induced composite fan blade vibrations and abradable coating removals / J. Xiao, Y. Chen, J. Tian, H. Ou-Yang, A. Wang // Composite Structures. 2019. Vol. 226. P. 1-16. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111274
- 44. Yella G. Bird-strike analysis on hybrid composite fan blade: bladelevel validation / G. Yella, P. Jadhav, C. Lande // Aerospace. – 2023. – Vol. 10, No. 5. – P. 1-13. https://doi.org/10.3390/aerospace10050435
- 45. Schmid T. Optimization of a carbon-fiber composite blade of a counter-rotating fan for aircraft engines / T. Schmid, T. Lengyel-Kampmann, T. Schmidt, E. Nicke // 13th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne EPFL, 2019. P. 1-12. https://doi.org/10.29008/ETC2019-432
- 46. Nakonetchnyi Y. Calculation of the stress-strain state of blades made of polymer composite materials of starting turboexpanders in resonance zones / Y. Nakonetchnyi, I. Yarema, V. Batiuk // Scientific Journal of the Ternopil National Technical University. – 2021. – Vol. 102, No. 2. – P. 45-53.
 - https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2021.02.045
- Porco P. Analysis of fan blade vibration with a non-contact method / P. Porco, R. Przysowa, D. Botto // Journal of Konbin. – 2020. – Vol. 50, No. 1. – P. 341-357. https://doi.org/10.2478/jok-2020-0020
- Zhu L. Mechanical simulation analysis of lightweight blades using glass fiber phenolic resin composites / L. Zhu, J. Xu, W. Zhang // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2021. – Vol. 769. – P. 1-8. https://doi.org/10.1088/1755-1315/769/3/032071
- 49. Qi B. Research on design of lightweight-blade metro fan based on glass fiber and phenolic resin composite / B. Qi, S. He, X. Cao // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2021. – Vol. 769. – P. 1-6. https://doi.org/10.1088/1755-1315/769/3/032070
- Chandragowda M. Designing and enhancing the mechanical properties of composite fan blades by glass fiber reinforced polymer composites / M. Chandragowda, C. Chakrasali, R.S. Yogeshwara, G. Krishna, P. Abhishek // Journal of Scholastic Engineering Science and Management. – 2022. – Vol. 1, No. 1. – P. 16-25.
- HORTON On-Highway Fans. Available at: https://www.hortonww.com/on-highway/fans.html. – Accessed: 5th of November 2024.
- MOSS COMPOSITES Axial Fan Composite Rotorblade. Available at: https://www.oss-composites.com/axial-fan-compositeblades. – Accessed: 5th of November 2024.
- ESTA LTD Industrial Fans. Available at: https://estaltd.com.ua/en/products-3/fan-3. – Accessed: 5th of November 2024.
- Simonović A. Laboratory tests of a hybrid metal-composite transport helicopter blade segment / A. Simonović, I. Kostić, S. Stupar, Z. Petrović // Experimental Techniques. – 2012. – Vol. 36. – P. 22-32. https://doi.org/10.1111/j.1747-1567.2011.00708.x
- Wang Y. A finite element and experimental analysis of composite Tjoints used in wind turbine blades / Y. Wang, C. Soutis // Applied Composite Materials. – 2018. – Vol. 25. – P. 953-964. https://doi.org/10.1007/s10443-018-9711-3
- Petersen E. Potential of fibre metal laminates in root joints of wind energy turbine rotor blades / E. Petersen, N. Englisch, L.-M. Brand, T. Mahrholz, C. Hühne // Journal of Physics: Conference Series. – 2022. – Vol. 2265. – P. 1-11. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2265/3/032039
- Sørensen B. Joining structural parts of composite materials for large rotorblades (invited paper) / B. Sørensen, T. K. Jacobsen // Polymer composite materials for wind power turbines. Proceedings. – 2006. – P. 69-82.
- Nasreen A. Effect of surface treatment on stiffness and damping behavior of metal-metal and composite-metal adhesive joints / A. Nasreen, M. K. Bangash, K. Shaker, Y. Nawab // Polymers. – 2023. – Vol. 15. – P. 1-15. https://doi.org/10.3390/polym15020435
- Galińska A. Mechanical joining of fibre reinforced polymer composites to metals—a review. Part I: Bolted joining / A. Galińska // Polymers. – 2020. – Vol. 12, No. 10. – P. 1-48. https://doi.org/10.3390/polym12102252
- An Q. Aeronautical composite/metal bolted joint and its mechanical properties: a review / Q. An, C. Wang, T. Ma, F. Zou, Z. Fan, E. Zhou, E. Ge, M. Chen // Journal of Intelligent Manufacturing and Special Equipment. – 2024. – Vol. 5. – P. 70-91. https://doi.org/10.1108/JIMSE-12-2023-0012

- Galińska A. Mechanical joining of fibre reinforced polymer composites to metals—a review. Part II: Riveting, clinching, nonadhesive form-locked joints, pin and loop joining / A. Galińska, C. Galiński // Polymers. – 2020. – Vol. 12, No. 8. – P. 1-40. https://doi.org/10.3390/polym12081681
- Lambiase F. A state-of-the-art review on advanced joining processes for metal-composite and metal-polymer hybrid structures / F. Lambiase, S. Scipioni, C.-J. Lee, D.-C. Ko, F. Liu // Materials. – 2021. – Vol. 14, No. 8. – P. 1-24. https://doi.org/10.3390/ma14081890
- Di Scalea F. On the effect of interference fits in compo-site pinjoints / F. Di Scalea, F. Cappello, G. Cloud // Journal of Thermoplastic Composite Materials. – 1999. – Vol. 12, No. 1. – P. 23-32. https://doi.org/10.1177/089270579901200103
- 64. Parkes P.N. Static strength of metal-composite joints with penetrative reinforcement / P. N. Parkes, R. Butler, J. Meyer, A. de Oliveira // Composite Structures. – 2014. – Vol. 118. – P. 250-256. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.07.019
- 65. Tang H. A novel metal-composite joint and its structural performance / H. Tang, L. Liu // Composite Structures. – 2018. – Vol. 206. – P. 33-41. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.07.111
- Sarantinos N. Review of through-the-thickness reinforced composites in joints / N. Sarantinos, S. Tsantzalis, S. Ucsnik, V. Kostopoulos // Composite Structures. – 2019. – Vol. 229. – P. 1-
- https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111404
 Liu L. A study of the damage tolerance of composite-metal hybrid joints reinforced by multiple and penetrative thin pins / *L. Liu //* Composites and Advanced Materials. 2022. Vol. 31. P. 1-13.
- https://doi.org/10.1177/26349833221105523
 68. Jahn J. Assessment strategies for composite-metal joining technologies a review / J. Jahn, M. Weeber, J. Boehner, R. Steinhilper // Procedia CIRP. 2016. Vol. 50. P. 689-694. https://doi.org/10.1016/j rocir.2016.05.034
- Wang X. Characterisation of composite-titanium alloy hybrid joints using digital image correlation / X. Wang, J. Ahn, C. Kaboglu, L. Yu, B. R. K. Blackman // Composite Structures. – 2016. – Vol. 140. – P. 702-711. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.12.023
- Baffari D. Experimental and numerical investigation on a new FSW based metal to composite joining technique / D. Baffari, G. Buffa, D. Campanella, E. Valvo, L. Fratini // Journal of Manufacturing Processes. 2018. Vol. 34, Part B. P. 758-764. https://doi.org/10.1016/j mapro.2018.03.048
- Dong J. Summary of composite material-metal connection technology / J. Dong, X. Cui, P. Zhao, D. Wang // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. - 2021. - Vol. 632. - P. 1-7. https://doi.org/10.1088/1755-1315/632/5/052035
- 72. Das R. Composite-to-metal joining using interference fit micropins / R. Das, A. Mouritz // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. – 2022. – Vol. 156. – P. 1-12. https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2022.106895
- 73. Мартиненко В. Г. Проектування, аналіз та експериментальне дослідження статичної міцності композиційної біметалічної лопатки вентилятора головного провітрювання шахти / В. Мартиненко, М. І. Гриценко, С. В. Мавродій // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. – 2018. – № 38 (1314). – С. 20-31. https://doi.org/10.20998/2078-9130.2018.38.152477
- 74. Мартиненко В. Чисельне та експериментальне дослідження конічного з'єднання лопатки роторної машини / В. Г. Мартиненко // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. – 2023. – № 1. – С. 14-20. https://doi.org/10.20998/2078-9130.2023.1.284029
- 75. Luterbacher R. Connection element for composite and steel structures / R. Luterbacher, L. Molter // Lightweight Design Worldwide. – 2018. – Vol. 11. – P. 14-19. https://doi.org/10.1007/s41777-018-0007-y
- Мартиненко В. Г. Комплексна оцінка міцності композиційної лопатки вентилятора головного провітрювання шахти / В. Г. Мартиненко // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. 2021. № 1. С. 10-14. https://doi.org/10.20998/2078-9130.2021.1.232865

- Martynenko V. Technique for evaluating the strength of composite blades / V. Martynenko, M. Hrytsenko, G. Martynenko // Journal of The Institution of Engineers (India): Series C. – 2020. – Vol. 101. – P. 451-461. https://doi.org/10.1007/s40032-020-00572-9
- Moukalled F. The finite volume method in computational fluid dynamics – an advanced introduction with OpenFOAM[®] and Matlab / F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish. – Springer Cham, 2016. – 791 p. https://doi.org/10.1007/978-3-319-16874-6
- Spalart P. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows / P. Spalart, S. Allmaras // 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. – Reno: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. – P. 5-21. https://doi.org/10.2514/6.1992-439
- Jones W. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence / W. Jones, B. E. Launder // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1972. – Vol. 15, Is. 2. – P. 301-314. https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90076-2
- Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD / D.C. Wilcox. La Cañada: DCW Industries, 1998. – 522 p.
- 82. Menter F. R. Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective / F. R. Menter // International Journal of Computational Fluid Dynamics. – 2009. – Vol. 23, No. 4. – P. 305-316. https://doi.org/10.1080/10618560902773387
- Mises R. Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand / R. Mises // Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Gottingen (Mathematisch-physikalische Klasse). – 1913. – Vol. 1. – P. 582-592.
- 84. Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals / R. Hill // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. – 1948. – Vol. 193. – P. 281-297. https://doi.org/10.1098/rspa.1948.0045
- 85. Hoffman O. The brittle strength of orthotropic materials / O. Hoffman // Journal of Composite Materials. – 1967. – Vol. 1, No. 2. – P. 200-206. https://doi.org/10.1177/00219983670010021062
- Tsai S. A general theory of strength for anisotropic materials / S. Tsai, E. Wu // Journal of Composite Materials. – 1971. – Vol. 5, No. 1. – P. 58-80. https://doi.org/10.1177/002199837100500106
- 87. Hashin Z. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials / Z. Hashin, A. Rotem // Journal of Composite Materials. – 1973. – Vol. 7, No. 4. – P. 448-464. https://doi.org/10.1177/002199837300700404
- Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites / Z. Hashin // ASME Journal of Applied Mechanics. – 1980. – Vol. 47, No. 2. – P. 329-334. https://doi.org/10.1115/1.3153664
- Davila C. Failure criteria for FRP laminates in plane-stress / C. Davila, J. Navin. – Hampton: NASA Langley Research Center, 2003. – 23 p.
- 90. Davila C. Failure criteria for FRP laminates / C. Davila, P. Camanho, C. Rose // Journal of Composite Materials. – 2005. Vol. 39, Is. 4. – P. 323-345. https://doi.org/10.1177/0021998305046452
- 91. Мартиненко В. Г. Чисельно-експериментальна процедура визначення ефективних характеристик та міцності армованого композита / В. Мартиненко, Г. І. Львов // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія Технічні науки. – 2018. – № 68 (6). – С. 7-14.
- 92. Martynenko V. Experimental investigation of anisotropic viscoelastic properties of glass fiber-reinforced polymeric composite material / V. Martynenko, G. Lvov, Y. N. Ulianov // Polymers and Polymer Composites. 2019. Vol. 27, Is. 6. P. 323-336. https://doi.org/10.1177/0967391119846362
- Vinson J. R. Buckling of composite material shells / J.R. Vinson // Solid Mechanics and Its Applications. – 1993. – Vol 18. – P. 417-426. https://doi.org/10.1007/978-94-015-8141-7_20
- 94. Ferreira A. Buckling behaviour of composite shells / A. Ferreira, J. T. Barbosa // Composite Structures. – 2000. – Vol. 50, Is. 1. – P. 93-98. https://doi.org/10.1016/S0263-8223(00)00090-8
- 95. Zhang X. Buckling of composite shells with a novel initial imperfection model subjected to hydrostatic pressure / X. Zhang, Z. Li, Z. Yang, L. Jiang, G. Pan // Composite Structures. – 2022. – Vol. 297. – P. 115949. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115949

- 96. Chen X. Finite element modeling and simulation with ANSYS Workbench / X. Chen, Y. Liu. – Boca Raton: CRC Press, 2018. – 457 p. https://doi.org/10.1201/9781351045872
- 97. Martynenko V. Numerical prediction of temperature-dependent anisotropic viscoelastic properties of fiber reinforced composite / V. Martynenko, G. Lvov // Journal of Reinforced Plastics and Composites. – 2017. – Vol. 36, Is. 24. – P. 1790-1801. https://doi.org/10.1177/0731684417727064

References (transliterated)

- 1. Martynenko V. An original technique for modeling of anisotropic viscoelasticity of orthotropic materials in finite element codes applied to the mechanics of plates and shells. *Mechanics and Mechanical Engineering*. 2017, vol. 21, no. 2, pp. 389-413.
- Merculov V., Kostin M., Martynenko G., Smetankina N., Martynenko V. Force Simulation of Bird Strike Issues of Aircraft Turbojet Engine Fan Blades. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022, vol. 305, pp. 129-141. https://doi.org/10.1007/978-3-030-83368-8_13
- Merculov V., Kostin M., Martynenko G., Smetankina N., Martynenko V. Peculiarities of the Modelling of the Bird Dynamic Impact on Fan Blades of an Aircraft Turbojet Engine at Operating Modes. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022, vol. 367, pp. 462-473. https://doi.org/10.1007/978-3-030-94259-5_39
- Merculov V., Kostin M., Martynenko G., Smetankina N., Martynenko V. Improving the accuracy of the behaviour simulation of the material of the turbojet aircraft engine fan rotor blades in the event of a bird strike by using adapted finite element computational models. *Materials Today: Proceedings.* 2022, vol. 59, pp. 1797-1803. https://doi.org/10.1016/j atpr.2022.04.381
- Martynenko G., Chernobryvko M., Avramov K., Martynenko V., Tonkonozhenko A., Kozharin V., Klymenko D. Numerical simulation of missile warhead operation. *Advances in Engineering Software.* 2018, vol. 123, pp. 93-103. https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2018.07.001
- Brøndsted P., Nijssen R., Goutianos S. Advances in wind turbine blade design and materials. Cambridge, Woodhead Publishing, 2023. 510 p.
- Jiang Y., Finnegan W., Wallace F., Flanagan M., Flanagan T., Goggins J. Structural analysis of a fibre-reinforced composite blade for a 1 MW tidal turbine rotor under degradation of seawater. *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*. 2023, vol. 9, no. 3, pp. 477-494. https://doi.org/10.1007/s40722-023-00279-w
- Silva Junior L. Stress analysis of a thin-walled composite blade of a large wind turbine. Florianópolis, Federal University of Santa Catarina, 2016. 116 p.
- Bir G., Migliore P. Preliminary structural design of composite blades for two- and three-blade rotors. Golden, National Renewable Energy Laboratory, 2004. 30 p. https://doi.org/10.2172/15009673
- DiPalma M., Ferede E., Gandhi F. Optimization of extension-twist coupled composite blades for high-speed rotorcraft. *74th American Helicopter Society Annual Forum*. Phoenix, Phoenix Convention Center, 2018, pp. 1-14.
- Martynenko V. Analysis of strength and bearing capacity of the auxiliary mine ventilation fan connected to the rotor of its electrical drive. 2020 IEEE KhPI Week on Advanced Technology. Kharkiv, NTU "KhPI", 2020, pp. 19-23. https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250078
- Fernandez G., Usabiaga H., Vandepitte D. An efficient procedure for the calculation of the stress distribution in a wind turbine blade under aerodynamic loads. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2018, vol. 172, pp. 42-54. https://doi.org/10.1016/j weia.2017.11.003
- Ozyildiz M., Muyan C., Coker D. Strength analysis of a composite turbine blade using Puck failure criteria. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018, vol. 1037, P. 1-11. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1037/4/042027
- Dimitrov N., Friis-Hansen P., Berggreen C. Reliability analysis of a composite wind turbine blade section using the model correction factor method: Numerical study and validation. *Applied Composite Materials*. 2013, vol. 20, no. 1, pp. 17-39. https://doi.org/10.1007/s10443-011-9246-3
- 15. Gao J. X., An Z., Ma Q., Bai X. Residual strength assessment of wind turbine rotor blade composites under combined effects of

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 natural aging and fatigue loads. *Eksploatacja i Niezawodnosc*. 2020, vol. 22, no. 4, pp. 601-609. https://doi.org/10.17531/ein.2020.4.3

- Lagdani O., Tarfaoui M., Nachtane M., Trihi M., Laaouidi H. Modal analysis of an iced offshore composite wind turbine blade. *Wind Engineering*. 2022, vol. 46, no. 1, pp. 134-149. https://doi.org/10.1177/0309524X211011685
- Nijssen R. Fatigue life prediction and strength degradation of wind turbine rotor blade composites. Wieringerwerf, Knowledge Centre: Wind Turbine Materials and Constructions, 2006. 242 p.
- Muyan C., Coker D. Strength analysis of a 5-m composite wind turbine blade under static and fatigue loading conditions. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, vol. 942, pp. 1-15. https://doi.org/10.1088/1757-899X/942/1/012045
- Zhou H., Dou H., Qin L., Chen Y., Ni Y., Ko J. A review of fullscale structural testing of wind turbine blades. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2014, vol. 33, pp. 177-187. https://doi.org/10.1016/j.rser.2014.01.087
- Morăraş C., Goanță V., Istrate B., Munteanu C., Dobrescu G. S. Structural testing by torsion of scalable wind turbine blades. *Polymers.* 2022, vol. 14, no. 19, pp. 3937. https://doi.org/10.3390/polym14193937
- Nixon M. Preliminary structural design of composite main rotor blades for minimum weight. Hampton, NASA Scientific and Technical Information Office, 1987. 25 p.
- Piatak D., Nixon M., Kosmatka J. B. Stiffness characteristics of composite rotor blades with elastic couplings. Hampton, NASA Scientific and Technical Information Office, 1997. 44 p.
- Moura G. A., Kolar R. Approach for analysis and design of composite rotor blades. *Journal of Aircraft*. 1992, vol. 29, no. 4, pp. 516-523. https://doi.org/10.2514/3.46221
- 24. Işık A. A. Structural optimization of composite helicopter rotor blades. Ankara, Middle East Technical University, 2018. 142 p.
- Li L. Structural design of composite rotor blades with consideration of manufacturability, durability, and manufacturing uncertainties. Georgia, Georgia Institute of Technology, 2008. 107 p.
- Kumar D. Design and analysis of composite rotor blades for active/passive vibration reduction. Michigan, University of Michigan, 2013. 375 p.
- Chandra R., Chopra I. Structural behavior of two-cell composite rotor blades with elastic couplings. *AIAA Journal*. 1992, vol. 30, no. 12, pp. 2914-2921. https://doi.org/10.2514/3.11637
- Han S., Bauchau O. A. High-fidelity, 3D stress prediction for composite rotor blades. 73rd American Helicopter Society Annual Forum. Fort Worth, 2017, pp. 1-8.
- Kliza R., Ścisłowski K., Siadkowska K., Padyjasek J., Wendeker M. Strength analysis of a prototype composite helicopter rotor blade spar. *Applied Computer Science*. 2022, vol. 18, no. 1, pp. 5-19. https://doi.org/10.35784/acs-2022-1
- Gu H., Shaw A., Amoozgar M., Zhang J., Wang C., Friswell M. Twist morphing of a composite rotor blade using a novel metamaterial. *Composite Structures*. 2020, vol. 254, pp. 1-10. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112855
- Maksimović S., Maksimović K., Vasović I., Maksimović M., Stamenković D. Strength analysis of helicopter main rotor blade made from composite material. *Acta Technica Corviniensis -Bulletin of Engineering*. 2020, vol. 13, pp. 23-26.
- 32. Hadăr A., Voicu A., Baciu F., Vlăsceanu D., Tudose D., Pastramă Ş. A novel composite helicopter tail rotor blade with enhanced mechanical properties. *Aerospace*. 2023, vol. 10, no. 7. https://doi.org/10.3390/aerospace10070647
- 33. Tian S., Tao F., Du H., Yu W., Lim J., Haehnel R. B., Wenren Y., Allen L. Structural design optimization of composite rotor blades with strength considerations. *AIAA SCITECH 2022 Forum*. San Diego, Manchester Grand Hyatt San Diego, 2022. https://doi.org/10.2514/6.2022-2454
- 34. Roy A. Finite element framework for efficient design of threedimensional multicomponent composite helicopter rotor blade system. *Eng.* 2021, vol. 2, no. 1, pp. 69-79. https://doi.org/10.3390/eng2010006
- 35. Yu G., Li X., Huang W. Performance and damage study of composite rotor blades under impact. *Polymers*. 2024, vol. 16, no. 5 pp. 1-20. https://doi.org/10.3390/polym16050623
- 36. Czyż Z., Podolak P., Skiba K., Jakubczak P., Karpiński P., Różylo P. Autogyro main rotor blade strength tests. 2023 IEEE 10th International Workshop on Metrology for AeroSpace

(MetroAeroSpace). Milan, Politecnico di Milano, 2023, pp. 199-204. https://doi.org/10.1109/MetroAeroSpace57412.2023.10190031

- Signorelli R. A. Review of status and potential tungsten-wire superalloy composites for advanced gas turbine engine blades. Washington, D.C., National Aeronautics and Space Administration, 1972. 22 p.
- Benoit J., Dambrine B., David L., Fouche P., Girault D., Grosbois C.R., Guet C. Gas turbine blade comprising layers of composite material. Google Patents US5308228, 1994. Available at: https://patents oogle.com/patent/US5308228A. (accessed 5.11.2024)
- Abumeri G. H., Kuguoglu L. H., Chamis C. C. Composite fan blade design for advanced engine concepts. Cleveland, NASA Glenn Research Center, 2004. 12 p.
- 40. Coroneos R., Gorla R. S. R. Structural analysis and optimization of a composite fan blade for future aircraft engine. *International Journal* of *Turbo and Jet-Engines*. 2012, vol. 29, no. 3, pp. 131-164. https://doi.org/10.1515/tjj-2012-0024
- Sung Y., Jun Y. U., Park J. S. A study on stacking sequence design of composite fan blades using multi-level optimization. *Journal of Physics: Conference Series.* 2020, vol. 1509, pp. 1-10. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1509/1/012019
- 42. Vimal R. K. Improving fatigue life of gas turbine fan blade using advanced composite materials / R. K. Vimal, G. Dhanjayan // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 455. – P. 1-9. https://doi.org/10.1088/1757-899X/455/1/012035
- 43. Xiao J., Chen Y., Tian J., Ou-Yang H., Wang A. Numerical investigation of rub-induced composite fan blade vibrations and abradable coating removals. *Composite Structures*. 2019, vol. 226, pp. 1-16. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111274
- 44. Yella G., Jadhav P., Lande C. Bird-strike analysis on hybrid composite fan blade: blade-level validation. *Aerospace*. 2023, vol. 10, no. 5, pp. 1-13. https://doi.org/10.3390/aerospace10050435
- 45. Schmid T., Lengyel-Kampmann T., Schmidt T., Nicke E. Optimization of a carbon-fiber composite blade of a counter-rotating fan for aircraft engines. *13th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics*. Lausanne, École Polytechnique Fédérale de Lausanne EPFL, 2019, pp. 1-12. https://doi.org/10.29008/ETC2019-432
- 46. Nakonetchnyi Y., Yarema I., Batiuk V. Calculation of the stressstrain state of blades made of polymer composite materials of starting turboexpanders in resonance zones. *Scientific Journal of the Ternopil National Technical University.* 2021, vol. 102, no. 2, pp. 45-53. https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2021.02.045
- Porco P., Przysowa R., Botto D. Analysis of fan blade vibration with a non-contact method. *Journal of Konbin.* 2020, vol. 50, no. 1, pp. 341-357. https://doi.org/10.2478/jok-2020-0020
- Zhu L., Xu J., Zhang W. Mechanical simulation analysis of lightweight blades using glass fiber phenolic resin composites. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021, vol. 769, pp. 1-8. https://doi.org/10.1088/1755-1315/769/3/032071
- 49. Qi B., He S., Cao X. Research on design of lightweight-blade metro fan based on glass fiber and phenolic resin composite. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021, vol. 769, pp. 1-6. https://doi.org/10.1088/1755-1315/769/3/032070
- Chandragowda M., Chakrasali C., Yogeshwara R. S., Krishna G., Abhishek P. Designing and enhancing the mechanical properties of composite fan blades by glass fiber reinforced polymer composites. *Journal of Scholastic Engineering Science and Management.* 2022, vol. 1, no. 1, pp. 16-25.
- 51. HORTON On-Highway Fans. Available at: https://www.hortonww.com/on-highway/fans.html. (accessed 5.11.2024)
- MOSS COMPOSITES Axial Fan Composite Rotorblade. Available at: https://www.oss-composites.com/axial-fan-composite-blades. (accessed 5.11.2024)
- 53. ESTA LTD Industrial Fans. Available at: https://estaltd.com.ua/en/products-3/fan-3. (accessed 5.11.2024)
- 54. Simonović A., Kostić I., Stupar S., Petrović Z. Laboratory tests of a hybrid metal-composite transport helicopter blade segment. *Experimental Techniques*. 2012, vol. 36, pp. 22-32. https://doi.org/10.1111/j.1747-1567.2011.00708.x
- 55. Wang Y., Soutis C. A finite element and experimental analysis of composite T-joints used in wind turbine blades. *Applied Composite Materials*. 2018, vol. 25, pp. 953-964. https://doi.org/10.1007/s10443-018-9711-3

- Petersen E., Englisch N., Brand L.-M., Mahrholz T., Hühne C. Potential of fibre metal laminates in root joints of wind energy turbine rotor blades. *Journal of Physics: Conference Series.* 2022, vol. 2265, pp. 1-11. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2265/3/032039
- Sørensen B., Jacobsen T. K. Joining structural parts of composite materials for large rotorblades (invited paper). *Polymer composite* materials for wind power turbines. Proceedings. 2006, pp. 69-82.
- Nasreen A., Bangash M. K., Shaker K., Nawab Y. Effect of surface treatment on stiffness and damping behavior of metal-metal and composite-metal adhesive joints. *Polymers*. 2023, vol. 15, p. 1-15. https://doi.org/10.3390/polym15020435
- 59. Galińska A. Mechanical joining of fibre reinforced polymer composites to metals—a review. Part I: Bolted joining. *Polymers*. 2020, vol. 12, no. 10, pp. 1-48. https://doi.org/10.3390/polym12102252
- 60. An Q., Wang C., Ma T., Zou F., Fan Z., Zhou E., Ge E., Chen M. Aeronautical composite/metal bolted joint and its mechanical properties: a review. *Journal of Intelligent Manufacturing and Special Equipment*. 2024, vol. 5, pp. 70-91. https://doi.org/10.1108/JIMSE-12-2023-0012
- 61. Galińska A., Galiński C. Mechanical joining of fibre reinforced polymer composites to metals—a review. Part II: Riveting, clinching, non-adhesive form-locked joints, pin and loop joining. *Polymers.* 2020, vol. 12, no. 8, pp. 1-40. https://doi.org/10.3390/polym12081681
- Lambiase F., Scipioni S., Lee C.-J., Ko D.-C., Liu F. A state-of-theart review on advanced joining processes for metal-composite and metal-polymer hybrid structures. *Materials*. 2021, vol. 14, no. 8, pp. 1-24. https://doi.org/10.3390/ma14081890
- Di Scalea F., Cappello F., Cloud G. On the effect of interference fits in compo-site pin-joints. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*. 1999, vol. 12, no. 1, pp. 23-32. https://doi.org/10.1177/089270579901200103
- Parkes P. N., Butler R., Meyer J., de Oliveira A. Static strength of metal-composite joints with penetrative reinforcement. *Composite Structures*. 2014, vol. 118, pp. 250-256. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.07.019
- Tang H., Liu L. A novel metal-composite joint and its structural performance. *Composite Structures*. 2018, vol. 206, pp. 33-41. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.07.111
- 66. Sarantinos N., Tsantzalis S., Ucsnik S., Kostopoulos V. Review of through-the-thickness reinforced composites in joints. *Composite Structures.* 2019, vol. 229, pp. 1-20. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111404
- 67. Liu L. A study of the damage tolerance of composite-metal hybrid joints reinforced by multiple and penetrative thin pins. *Composites and Advanced Materials*. 2022, vol. 31, pp. 1-13. https://doi.org/10.1177/26349833221105523
- Jahn J., Weeber M., Boehner J., Steinhilper R. Assessment strategies for composite-metal joining technologies – a review. *Procedia CIRP*. 2016, vol. 50, pp. 689-694. https://doi.org/10.1016/j rocir.2016.05.034
- Wang X., Ahn J., Kaboglu C., Yu L., Blackman B. R. K. Characterisation of composite-titanium alloy hybrid joints using digital image correlation. *Composite Structures*. 2016, vol. 140, pp. 702-711. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.12.023
- Baffari D., Buffa G., Campanella D., Valvo E., Fratini L. Experimental and numerical investigation on a new FSW based metal to composite joining technique. *Journal of Manufacturing Processes.* 2018, vol. 34, part B, pp. 758-764. https://doi.org/10.1016/j mapro.2018.03.048
- Dong J., Cui X., Zhao P., Wang D. Summary of composite materialmetal connection technology. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021, vol. 632, pp. 1-7. https://doi.org/10.1088/1755-1315/632/5/052035
- 72. Das R., Mouritz A. Composite-to-metal joining using interference fit micropins. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2022, vol. 156, pp. 1-12. https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2022.106895
- 73. Martynenko V., Hrytsenko N., Mavrody S. Proektuvannya, analiz ta eksperymental'ne doslidzhennya statychnoyi mitsnosti kompozytsiynoyi bimetalichnoyi lopatky ventylyatora holovnoho provitryuvannya shakhty [Design, analysis and experimental study of static strength of composite bimetal blade of mine main

ventilation fan]. Visnyk NTU "KhPI" [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkov, NTU "KhPI" Publ., 2018, no. 38 (1314), pp. 20-31. https://doi.org/10.20998/2078-9130.2018.38.152477

- 74. Martynenko V. Chysel'ne ta eksperymental'ne doslidzhennya konichnoho z'yednannya lopatky rotornoyi mashyny [Numerical and experimental study of the conical connection of the blade of a rotary machine] *Visnyk NTU "KhPI"* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkov, NTU "KhPI" Publ., 2023, no 1, pp. 14-20. https://doi.org/10.20998/2078-9130.2023.1.284029
- Luterbacher R., Molter L. Connection element for composite and steel structures. *Lightweight Design Worldwide*. 2018, vol. 11, pp. 14-19. https://doi.org/10.1007/s41777-018-0007-y
- 76. Martynenko V. Kompleksna otsinka mitsnosti kompozytsiynoyi lopatky ventylyatora holovnoho provitryuvannya shakhty [Comprehensive assessment of the mine main ventilation fan composite blade strength]. *Visnyk NTU "KhPI"* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkov, NTU "KhPI" Publ., 2021, no. 1, pp. 10-14. https://doi.org/10.20998/2078-9130.2021.1.232865
- Martynenko V., Hrytsenko M., Martynenko G. Technique for evaluating the strength of composite blades. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series C.* 2020, vol. 101, pp. 451-461. https://doi.org/10.1007/s40032-020-00572-9
- Moukalled F., Mangani L., Darwish M. The finite volume method in computational fluid dynamics – an advanced introduction with OpenFOAM[®] and Matlab. Springer Cham, 2016. 791 p. https://doi.org/10.1007/978-3-319-16874-6
- 79. Spalart P., Allmaras S. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992, pp. 5-21. https://doi.org/10.2514/6.1992-439
- Jones W., Launder B. E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat* and Mass Transfer. 1972, vol. 15, is. 2, pp. 301-314. https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90076-2
- Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD. La Cañada, DCW Industries, 1998. 522 p.
- Menter F. R. Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. 2009, vol. 23, no. 4, pp. 305-316. https://doi.org/10.1080/10618560902773387
- 83. Mises R. Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand [Mechanics of solid bodies in plastic deformation state]. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Gottingen (Mathematisch-physikalische Klasse) [News from the Society of Sciences in Göttingen (Mathematical-Physical Class)]. 1913, vol. 1, pp. 582-592.
- 84. Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. 1948, vol. 193, pp. 281-297. https://doi.org/10.1098/rspa.1948.0045

- Hoffman O. The brittle strength of orthotropic materials. Journal of Composite Materials. 1967, vol. 1, no. 2, pp. 200-206. https://doi.org/10.1177/00219983670010021062
- Tsai S., Wu E. A general theory of strength for anisotropic materials. Journal of Composite Materials. 1971, vol. 5, no. 1, pp. 58-80. https://doi.org/10.1177/002199837100500106
- Hashin Z., Rotem A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. *Journal of Composite Materials*. 1973, vol. 7, no. 4, pp. 448-464. https://doi.org/10.1177/002199837300700404
- Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. ASME Journal of Applied Mechanics. 1980, vol. 47, no. 2, pp. 329-334. https://doi.org/10.1115/1.3153664
- 89. Davila C., Navin J. Failure criteria for FRP laminates in planestress. Hampton, NASA Langley Research Center, 2003. 23 p.
- Davila C., Camanho P., Rose C. Failure criteria for FRP laminates. Journal of Composite Materials. 2005, vol. 39, ss. 4, pp. 323-345. https://doi.org/10.1177/0021998305046452
- 91. Martynenko V., Lvov G. Chysel'no-eksperymental'na protsedura vyznachennya efektyvnykh kharakterystyk ta mitsnosti armovanoho kompozyta [Numerical-experimental procedure for determining effective characteristics and strength of reinforced composite]. Vcheni zapysky Tavriys'koho natsional'noho universytetu imeni V. Vernads'koho. Seriya Tekhnichni nauky [Academic notes of the Tavri National University named after V. Vernadsky. Series Technical sciences]. 2018, no 68 (6), pp. 7-14.
- 92. Martynenko V., Lvov G., Ulianov Y. N. Experimental investigation of anisotropic viscoelastic properties of glass fiber-reinforced polymeric composite material. *Polymers and Polymer Composites*. 2019, vol. 27, is. 6, pp. 323-336. https://doi.org/10.1177/0967391119846362
- 93. Vinson J. R. Buckling of composite material shells. Solid Mechanics and Its Applications. 1993, vol 18, pp. 417-426. https://doi.org/10.1007/978-94-015-8141-7_20
- 94. Ferreira A., Barbosa J. T. Buckling behaviour of composite shells. Composite Structures. 2000, vol. 50, is. 1, pp. 93-98. https://doi.org/10.1016/S0263-8223(00)00090-8
- 95. Zhang X., Li Z., Yang Z., Jiang L., Pan G. Buckling of composite shells with a novel initial imperfection model subjected to hydrostatic pressure. *Composite Structures*. 2022, vol. 297, pp. 115949. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115949
- 96. Chen X., Liu Y. Finite element modeling and simulation with ANSYS Workbench. Boca Raton, CRC Press, 2018. 457 p. https://doi.org/10.1201/9781351045872
- 97. Martynenko V., Lvov G. Numerical prediction of temperaturedependent anisotropic viscoelastic properties of fiber reinforced composite. Journal of Reinforced Plastics and Composites. 2017, vol. 36, is. 24, pp. 1790-1801. https://doi.org/10.1177/0731684417727064

Надійшла (received) 12.11.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Мартиненко Володимир Геннадійович (Martynenko Volodymyr) – кандидат технічних наук, старший дослідник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», докторант кафедри «Математичне моделювання та інтелектуальні обчисленя в інженерії»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-68-79; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-9471-0905;</u> e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com

УДК 539.3

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.316243

Д. В. БРЕСЛАВСЬКИЙ, М. О.ГРОШЕВИЙ, А. С. ХОРОШУН, О. А. ТАТАРІНОВА

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ ПРИ ПЛОСКОМУ НАПРУЖЕНОМУ СТАНІ

Запропоновано підхід до моделювання процесів накопичення пошкоджень при повзучості, коли напружений стан у конструктивному елементі характеризується наявністю областей з різним рівнем напружень. Внаслідок процесів старіння, оксидації та інших високотемпературних деградаційних процесів у зонах з малими рівнями напружень швидкість накопичення прихованих пошкоджень може збільшуватись, що не відображається у класичних формулюваннях механіки пошкоджуваності. Надано опис еволюційного рівняння для скалярного параметру пошкоджуваності, в якому параметри, що до нього входять, є функціями величин напружень, які при даному часі до припинення прихованого руйнування є руйнівними. Математичну постановку задачі та її скінченноелементне формулювання виконано для випадку плоского напруженого стану. Проведено чисельне моделювання процесів накопичення пошкоджень у пластинах з коловими надрізами, виготовлених з жароміцного сплаву СМSХ-4. Порівнюються розподіли параметру пошкоджуваності за пластиною, отримані при використанні класичного рівняння для параметру пошкоджуваності Качанова-Работнова та запропонованого у даній роботі для широкого діапазону напружень. Показано, що врахування іншої, підвищеної швидкості накопичення пошкоджень в областях з малим рівнем напружень в аналізі довготривалої міцності призводить до істотного скорочення часу до завершення прихованого руйнування. Продемонстровано, що у випадку застосування модифікованого еволюційного рівняння зони з високим рівнем пошкоджуваності розповсюджується по всьому об'єму пластини, що може свідчити про подальше швидке руйнування. Запропонований підхід до модифікації еволюційного рівняння для параметру пошкоджуваності можливо використати у разі, коли є інформація щодо реального значення часу до руйнування в експлуатаційних умовах з подальшим виконанням циклу чисельних експериментів для отримання характеристик кривої довготривалої міцності, які будуть закладені у молифіковане еволюційне рівняння.

Ключові слова: чисельне моделювання, плоский напружений стан, метод скінченних елементів, довготривала міцність, повзучість, пошкоджуваність, пластина з надрізами.

D. BRESLAVSKY, M. HROSHEVYI, A. KHOROSHUN, O. TATARINOVA

MODELLING OF DAMAGE ACCUMULATION PROCESSES AT PLANE STRESS STATE

An approach to modeling the processes of damage accumulation during creep is proposed- The case of the stress state in a structural element is characterized by the presence of areas with different stress levels is considered. As a result of aging, oxidation, and other high-temperature degradation processes in zones with low stress levels, the rate of accumulation of hidden damage may increase, which is not reflected in the classical formulations of Damage Mechanics. A description of the evolution equation for the scalar damage parameter is provided, in which the parameters included in it are the functions of the stress values, which at a given time before the finishing of hidden damage accumulation are destructive. The mathematical formulation of the problem and its finite element formulation are performed for the case of a plane stress state. Numerical modeling of damage accumulation processes in plates with circular notches made of heat-resistant alloy CMSX-4 is carried out. The distributions of the damage parameter along the plate obtained using the classical Kachanov-Rabotnov damage parameter equation and the one proposed in this work for a wide range of stresses are compared. It is shown that taking into account a different, increased rate of damage accumulation. It is demonstrated that in the case of using the modified evolution equation, the zone with a high level of damage is distributed throughout the volume of the plate, which may indicate further rapid fracture. The proposed approach to modifying the evolution equation for the damage parameter can be used in the case when there is an information about the real value of the time to fracture in operational conditions with the subsequent execution of a cycle of numerical experiments to obtain the characteristics of the long-term strength curve, which will be incorporated into the modified evolution equation.

Key words: numerical modeling, plane stress state, Finite Element method, long-term strength, creep, damage, notched plate.

Вступ. Аналіз високотемпературної довготривалої мішності елементів конструкцій сучасного авіаційного енергетичного та машинобудування є важливою задачею як на етапі проєктування нових зразків техніки, так й для оцінювання ресурсу існуючих. Завдяки коштовності та тривалості доведення конструкцій в реальних умовах експлуатації на перше міспе висуваються розрахункові, чисельні методи оцінювання довговічності. Найпотужнішим засобом при цьому є використання концепцій континуальної механіки пошкоджуваності (КМП) [1; 2], які дозволяють визначати як час виникнення макроскопічного дефекту, що у багатьох випадках й є терміном життя конструктивного елементу, так й місцє його виникнення.

Основним інструментом КМП є формулювання та аналіз т. зв. еволюційних рівнянь, які встановлюють зв'язок між параметрами напружено-деформованого стану, насамперед напруженнями, іншими параметрами, наприклад температурою, та параметром, що визначає процес накопичення прихованих пошкоджень у матеріалі. Цей параметр, або декілька подібних параметрів, мають назву параметру пошкоджуваності [2].Вони можуть мати скалярну або тензорну природу.

Одним з важливих та складних питань при формулюванні еволюційних рівнянь є визначення значень констант, що входять до них. Зазвичай це потребує проведення тривалих експериментів, що істотно гальмує впровадження нових матеріалів та виготовлення з них високотемпературних конструкцій. Якщо з отриманням значень параметрів еволюційних рівнянь, що експериментально визначаються, у діапазоні великих та середніх напружень, проблема вирішується завдяки не дуже довгій тривалості експериментів [3; 4], то при малих значеннях, які виникають у багатьох місцях конструктивних елементів, опис процесу накопичення прихованих пошкоджень викликає труднощі. Завдяки процесам деградації металу при високих температурах (старіння, окислення та інших [3; 5 - 7]), приховане руйнування в областях з малими напруженнями завершується раніше, чим це прогнозується еволюційними рівняннями, константи для яких отримано за аналізом середнього діапазону напружень. В монографії [4] міститься опис характеру змінювання довготривалої міцності в залежності від діапазону напружень, що визначається різним превалюючим типом прихованих пошкоджень, що розвиваються.

Авторами роботи [8] аналізується чутливість еволюційного рівняння, побудованого за класичною моделлю Работнова-Качанова [2], до змінювання напружень за об'ємом. Представлено альтернативну модель пошкодження за використанням закону гіперболічного синусу. Для неї показано що прогнозування довговічності при повзучості за наявності концентрації напружень є менш чутливим до їхніх значень, менш залежить від скінченноелементної сітки та демонструє кращу збіжність, ніж у класичній моделі.

Підхід до застосування у задачах механіки декількох параметрів пошкоджуваності, кожен з яких моделює процеси різної фізичної природи, частина з яких описує процеси більшої тривалості, був запропонований роботах Д.Хейхерста y зi співавторами [9] та розвинений Х.Альтенбахом [10; 11]. Розроблена модель дозволяє оцінювати ступінь впливу різних механізмів пошкоджуваності на довготривалу міцність, але її побудова потребувала застосування дуже складних експериментальних Розвиток запропонованих підходів досліджень. обговорюється у роботах [11; 12].

Перевірка розроблених еволюційних рівнянь при складному напруженому стані є також важливим та складним завданням. Часто первісний аналіз виконується з використанням низки моделей, що мають один яскраво виражений концентратор напружень [2]. В задачах повзучості та що <u>ii</u> супроводжує, часто пошкоджуваності, використовуються зразки з надрізами [2; 3; 13; 14], які моделюються пластинами відповідної геометрії при плоскому напруженому стані з використанням методу скінченних елементів (МСЕ) [16; 17]. Аналогічний підхід використано в даній роботі, МСЕ застосовано для аналізу процесів накопичення пошкоджень у пластинах з надрізами з використанням різних еволюційних рівнянь.

Постановка задачі та метод розв'язку. Для аналізу деформування та накопичення пошкоджень при повзучості сформулюємо наступну початковокрайову задачу. Розглядається область V, що має поверхню S. На частині поверхні, позначеній як S_1 , задані значення переміщень. Інша частина поверхні S_2 навантажена поверхневим навантаженням p. В декартовій системі координат (1,2) повзучість тіла Vописується наступною системою рівнянь:

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(u_{i,j} + u_{j,i} \right), \quad x_i \in V;$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^c;$$

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \left(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^c \right); \quad \sigma_{ij} n_j = p_i, \quad x_i \in S_2; \quad (1)$$

$$u_i \Big|_{S_1} = \overline{u}_i, \quad u_i(x,0) = \varepsilon_{ij}^c(x,0) = 0 \quad i,j,k,l=1,2.$$

Застосовано наступні позначення: вектор переміщень $\underline{u} = \underline{u}(x_i, t)$, тензор напружень $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}(x_i, t)$, тензор деформацій $\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}(x_i, t)$, тензор деформацій повзучості $\underline{\varepsilon}^c = \underline{\varepsilon}^c(x_i, t)$, (i, j=1,2), t – змінна часу; \underline{n} – вектор нормалі до поверхні тіла, \underline{D} – тензор пружних констант. Початкові деформації вважаються пружними.

Розглядаються матеріали з ізотропними властивостями деформування та накопичення пошкоджень при фіксованій температурі. Швидкість деформацій повзучості опишемо за допомогою теорії плину (закону Одквіста [2; 3]). Пошкоджуваність при повзучості описується еволюційним рівнянням зі скалярним параметром пошкоджуваності.

Рівняння стану для опису повзучості та еволюційне рівняння для скалярного параметру пошкоджуваності записуємо з використанням матрично-векторного формулювання [4; 15]:

$$\underline{\varepsilon}^{c} = \frac{3}{2} B \frac{\sigma_{\rm vM}^{n-1}}{\left(1-\omega\right)^{m}} \left[\overline{B}\right] \underline{s}; \ x_{i} \in S_{2}; \tag{2}$$

$$\dot{\omega} = D \frac{\sigma_{vM}^m}{\left(1 - \omega\right)^m}, \quad \omega(0) = 0, \quad \omega(t_*) = \omega_* \quad . \tag{3}$$

де $\underline{s} = \underline{s}(x_i, t)$ – вектор компонентів девіатору тензору напружень, $\underline{\varepsilon}^c = \underline{\varepsilon}^c(x_i, t)$ – вектор компонентів деформацій повзучості, $f_{\nu M}$ – еквівалентне напруження Мізеса, $[\overline{B}]$ – матриця властивостей повзучості. *B*, *D*, *n*, *m* – матеріальні константи, t^* – значення часу до завершення процесу накопичення прихованих пошкоджень, \overline{f} граничне значення параметру пошкоджуваності, яким характеризується час t^* , $\omega_* \leq 1$

процесів Для відтворення накопичення пошкоджень при різних діапазонах змінювання повзучості напружень при при складному використаємо напруженому стані підхід, ЩО обговорюється у роботі [18], згідно якого рівняння для кривої довготривалої міцності апроксимується функцією часу. Як приклад, розглянемо рівняння, що описує досліджені у роботі [19] процеси повзучості та прихованого руйнування у жароміцному сплаві CMSX-4 при температурі 1273 К та діапазоні напружень 100-400 МПа. Константи до цього рівняння типу (3) отримано у роботі [20] з використанням класичних феноменологічних методів спільно з аналізом структури сплаву.

При малих значеннях напружень отримані у [20]

значення констант, що входять до еволюційного рівняння (3), описують процеси прихованого руйнування з недостатньою точністю. У зв'язку з цим, модифікуємо еволюційне рівняння, для чого розглянемо криву довготривалої міцності у діапазоні 0-300 МПа. На рис. 1 цю криву представлено у традиційних напівлогарифмічних координатах, а на рис.2 – у звичайних.



Рис.1 – Крива довготривалої міцності сплаву CMSX-4. Напівлогарифмічні координати



Рис.2 – Крива довготривалої міцності сплаву CMSX-4. Суцільна лінія – розрахункові дані з використанням рівняння (4), точки – експериментальні дані

За допомогою методу найменших квадратів отримано залежність величини напруження руйнування від часу. Її представлено рівнянням (4):

$$\sigma(t) = a_o + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 . \tag{4}$$

Значення коефіцієнтів у даному рівнянні: $a_0=330$ МПа, $a_1=-0.675$ МПа/год, $a_2=0.00113$ МПа/год², $a_3=6.59$ 10⁻⁷ МПа/год³.

Далі проведено перебудову рівняння типу (3) з урахуванням залежності (4):

$$\dot{\omega} = D(\sigma_{vM}(t_*)) \frac{\sigma_{vM}^{m(\sigma_{vM}(t_*))}}{\left(1-\omega\right)^m}, \, \omega(0) = 0, \, \omega(t_*) = \omega_* \,. \tag{5}$$

Тут, як й у [2], використано залежність ступеняконстанти *m* від величини еквівалентного напруження $m = m(\sigma_{vM}(t_*))$, але також запропоновано врахування залежності константи *D* від еквівалентного напруження $D = D(\sigma_{vM}(t_*))$. Такий вигляд рівняння забезпечує відбиття особливостей процесу накопичення прихованих пошкоджень в залежності від величини діючого напруження.

Далі задача переформулюється у варіаційну та розв'язується методом скінченних елементів (МСЕ) на кожному кроці за часом з використанням методу прогнозу-корекції 3-го порядку. Розглядаємо випадок плоского напруженого стану. Для використання алгоритмів МСЕ перейдемо до векторно-матричного формулювання задачі. Застосуємо трикутний скінченний елемент. Після перетворень приходимо до основної системи звичайних диференціальних рівнянь відносно вузлових переміщень скінченноелементної моделі [15;17]:

$$[K]\{\dot{u}\} = \{\dot{F}\} + \{\dot{F}^{C}\};$$

$$\{\dot{F}\} = \sum_{N_{\beta}} \int_{S_{2}^{\beta}} [N^{p}]^{T} \{\dot{p}\} dV;$$

$$\{\dot{F}^{C}\} = \sum_{N_{\beta}} \int_{V_{\beta}} [B]^{T} [D] \{\dot{\varepsilon}^{c}\} dV;$$

$$\{\dot{\varepsilon}^{c}\} = \frac{3}{2} B \frac{\sigma_{vM}^{n-1}}{(1-\omega)^{m}} [\overline{B}] \{s\};$$

$$\dot{\omega} = D \frac{\sigma_{vM}^{m}}{(1-\omega)^{m}},$$
(6)

де [K] – матриця жорсткості системи; [B] – матриця деформування; $\{u\}$ – глобальний вектор вузлових переміщень; $\{F\}$ – вектор миттєвих вузлових навантажень, обумовлених поверхневими силами та температурними деформаціями; $\{F^{C}\}$ – вузлові навантаження, обумовлені деформаціями повзучості; [D] – матриця пружних констант; $[\overline{B}]$ – матриця коефіцієнтів до закону повзучості; $[N^{p}]$ – матриця форм; β – номер скінченного елементу; V_{β} – об'єм скінченного елементу; $\sum_{N_{\beta}}$ – підсумовування за всіма скінченного елементу, який знаходиться під дією

скінченного елементу, який знаходиться під дією розподіленого навантаження. Позначення векторів компонентів напружено-деформованого стану та вектору пошкоджуваності у скінченному елементі відповідають позначенням тензорів, введених у попередньому розділі.

Після розв'язання системи (6) на кожному кроці інтегрування за часом визначаються компоненти напружено–деформованого стану, параметру пошкоджуваності у кожному скінченному елементі. Розрахунок триває до моменту завершення прихованого руйнування *t**, який визначається часом отримання параметром пошкоджуваності свого критичного значення (близького до 1 [2]).

В розрахунках застосовано програмний комплекс *FEM Creep* [17], в якому виконано модифікацію

модулю, призначеного для визначення величини параметру пошкоджуваності за законом (5).

Повзучість та пошкоджуваність у пластині з коловим вирізом. Аналіз впливу різних типів пошкоджуваності, що відбивається використанням еволюційного рівняння проведемо (5), використанням прикладу моделювання процесів розвитку деформування та прихованої пошкоджуваності у пластині з коловим вирізом, виготовленої з розглянутого жароміцного сплаву CMSX-4 (рис.3). Пластину рівномірно прогріто до температури 1273 К, розтягнуто поверхневим навантаженням р.



Рис. 3 – Пластина з двома коловими надрізами

Внаслідок симетрії пластини до моделювання залучено одну четверту її частину, використано нерівномірну скінченноелементну сітку зі згущенням у зоні отвору. На рис. 4 як приклад наведено розподіл інтенсивності напружень за фрагментом пластини у початковий момент навантаження при *p*=62 МПа.

Використання еволюційного рівняння 3 константами, отриманими за результатами аналізу результати структури матеріалу. Наведемо моделювання процесу накопичення чисельного прихованих пошкоджень у пластині з надрізами, що розглядається. Для розрахунків використовуємо еволюційне рівняння (3). Значення констант, що отримано у роботі [20]: B= 4.26 10⁻¹⁸ MPa⁻ⁿ/ с , n=3.04, $D = 9.5 \cdot 10^{-20} \text{MPa}^{-\text{m}/\text{c}}, m = 5.22$. Моделювання проведене для випадків навантаження розтягу 62 МПа та 10 МПа. Результати розрахунків у вигляді розподілів параметрів пошкоджуваності за пластиною наведено на рис. 5 (навантаження розтягу 62 МПа, час завершення прихованого руйнування 527 год) та рис.6 (навантаження розтягу 10 МПа, час завершення прихованого руйнування 77142год).



Рис. 4 – Розподіл величин інтенсивностей напружень за пластиною, *t*=0

Як видно з отриманих результатів, завершення прихованого руйнування в обох випадках відбувається в околі надрізу.

У випадку застосування класичного еволюційного рівняння зменшення навантаження істотно збільшує час розвитку прихованих пошкоджень. За цей час, за 77142 год, області пластини з рівнем пошкоджуваності 0.01 - 0.05 поширюються в глибину пластини, при цьому при p=62 МПа вони лишаються істотно локалізованими в околі надрізу.



Рис. 5 – Розподіл параметру пошкоджуваності за пластиною, *p*=62 МПа , *t*^{*} =527 год. Використання еволюційного рівняння (3)



Рис. 6 – Розподіл параметру пошкоджуваності за пластиною, *p*=10 МПа , *t*^{*} =77142 год. Використання еволюційного рівняння (3)

Використання еволюційного рівняння з константами, що описують багатостадійну криву довготривалої міцності. Далі при чисельному моделюванні використано еволюційне рівняння (5). Як видно з рис. 4, при початковому деформуванні у пластині є присутніми значні зони з малим рівнем напружень (меншим за 180 МПа, при якому, згідно з рис. 1, є змінювання характеру кривої довготривалої міцності). У цих зонах починає працювати інші залежності напружень руйнування від часу, що визначаються рівнянням (4). Результати розрахунків представлено на рис. 7-8.

Рис. 7 містить розподіл параметру пошкоджуваності за пластиною при навантаженні розтягу 62 МПа (час завершення прихованого руйнування 527 год), а рис 8 – при навантаженні розтягу 10 МПа, (час завершення прихованого руйнування 2844 год).

Отримані результати свідчать, що у випадку достатньо великих напружень у зоні концентратору (217 МПа) час до завершення прихованого руйнування не змінюється у порівнянні з випадком використання класичного рівняння (3). Це пояснюється тим, що в обох випадках працюють однакові кількісні механізми пошкоджуваності. визначення Але v випадку застосування рівняння (5) зони 3 рівнем пошкоджуваності 0.1, яка завдяки нелінійності співвідношень характеризує досягнення часу більш швидкого накопичення пошкоджень, займає практично всю решту області пластини.

Ще більш істотні відмінності мають місце у випадку зменшених у 6 разів початкових напружень При цьому час до завершення прихованого руйнування зменшується у порівнянні з класичним випадком майже в 27 разів. При цьому, як видно з рис. 8, де зони зі значеннями параметру пошкоджуваності 0.75-0.82 займають більшу частину пластини, руйнування всієї пластини відбудеться дуже швидко: такі значення параметру пошкоджуваності передують завершенню прихованого руйнування. Також відмітимо більший розмір зони, в якій можливо виникнення та швидкий розвиток макроскопічного дефекту ($\neq 0.82-0.98$).



Рис. 7 – Розподіл параметру пошкоджуваності за пластиною, *p*=62 МПа , *t*^{*} = 527год. Використання еволюційного рівняння (5)



Рис. 8 – Розподіл параметру пошкоджуваності за пластиною, *p*=10 МПа , *t** =2844 год. Використання еволюційного рівняння (5)

Висновки. У статті представлено підхід до моделювання процесів накопичення пошкоджень при високотемпературному деформуванні в умовах повзучості матеріалу, коли напружений стан у конструктивному елементі характеризується наявністю областей з різним рівнем напружень. При цьому, завдяки високотемпературним деградаційним процесам у зонах з малими рівнями напружень процеси накопичення пошкоджень можуть йти інтенсивніше, ніж це випливає з кривих довготривалої міцності, які зазвичай будуються за результатами експериментальних досліджень при вищих рівнях напружень. Запропоновано підхід до побудови еволюційного рівняння для скалярного параметру пошкоджуваності, в якому параметри, що до нього входять, є функціями величин напружень, які при даному часі до припинення прихованого руйнування є руйнівними.

Проведено порівняння результатів чисельного моделювання процесів накопичення пошкоджень у пластинах з коловими надрізами, виготовлених з жароміцного сплаву CMSX-4, що отримані при використанні класичного рівняння для параметру пошкоджуваності та запропонованого у даній роботі. Показано, що врахування іншої, підвищеної швидкості накопичення пошкоджень в областях з малим рівнем напружень в аналізі довготривалої міцності призводить до істотного скорочення часу до завершення прихованого руйнування. Цей факт можливо вважати таким, що є більш наближеним до реального перебігу процесів накопичення пошкоджень у матеріалі, що завершується виникненням зародку макроскопічного дефекту. При цьому зони з високим рівнем пошкоджуваності розповсюджується по всьому об'єму пластини, що може свідчити про подальше швидке руйнування.

Запропонований модифікації підхід ло еволюційного рівняння параметру лля пошкоджуваності у загальному випадку потребує, безперечно, експериментального визначення кривої довготривалої міцності у повному діапазоні напружень, що мають місце у конструктивному елементі. Це вимагає тривалих експериментів. Але якщо є інформація щодо реального значення часу до руйнування в експлуатаційних умовах, то у певних випадках є можливим виконати цикл чисельних експериментів та отримати необхідні характеристики кривої довготривалої міцності, які будуть закладені у модифіковане еволюційне рівняння типу (5). Його надалі можливо буде використовувати у розрахунках довговічності інших конструктивних елементів.

Список літератури

- Öchsner A. Continuum damage mechanics. / A. Öchsner. Springer Singapore, 2016. – C. 65-84 <u>https://doi.org/10.1007/978-981-287-865-6 4</u>
- Lemaitre J. Mechanics of solid materials./ J. Lemaitre, J. L. Chaboche. – Cambridge: University press, 1994. – 556 p.
- Penny R. K. Design for creep. / R. K. Penny, D. L. Marriott. Lodon: Chapmann and Hall, 1995. – 430 p <u>https://doi.org/10.1007/978-94-011-0561-3</u>
- Naumenko K. Modeling High Temperature Materials Behavior for Structural Analysis, Part I: Continuum Mechanics Foundations and Constitutive Models. / K. Naumenko, H. Altenbach // Advanced Structured Materials. – 2016. – Vol. 28. – DOI: 10.1007/978-3-319-31629-1
- Holdsworth S. Creep-fatigue failure diagnosis / S. Holdsworth // Materials. – 2015. – T. 8. – №. 11. – C. 7757-7769. https://doi.org/10.3390/ma8115418
- 6. Obert S. Characterisation of the oxidation and creep behaviour of novel Mo-Si-Ti alloys. / S. Obert, A. Kauffmann, M. Heilmaier //

Вісник Національного технічного університету «ХПІ» Серія: Динаміка і міцність машин. №2 2024 Acta materialia. – 2020. – T. 184. – C. 132-142. https://doi.org/10.1016/j.actamat.2019.11.045

- Berthod P. Creep and oxidation kinetics at 1100 C of nickel-base alloys reinforced by hafnium carbides/ P. Berthod, E. Conrath // Materials & Design. - 2016. - T. 104. - C. 27-36 <u>https://doi.org/10.1016/j.matdes.2016.04.079</u>.
 Haque M. S. The stress-sensitivity, mesh-dependence, and
- Haque M. S. The stress-sensitivity, mesh-dependence, and convergence of continuum damage mechanics models for creep / M. S. Haque, C. M. Stewart // Journal of Pressure Vessel Technology. – 2017. – T. 139. – №. 4. – C. 041403 https://doi.org/10.1115/1.4036142.
- Kowalewski Z L. Mechanisms-based creep constitutive equations for an aluminium alloy. / Z L Kowalewski, D R Hayhurst, B F Dyson // The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. – 1994. – 29(4). – P. 309-316. – DOI:10.1243/03093247V294309
- Altenbach H. A nonclassical model for creep-damage processes / H. Altenbach //Materials Physics and Mechanics. – 2001. – T. 3. – C. 25-35.
- Altenbach H. On the main directions in creep mechanics of metallic materials / H. Altenbach, K. Knape // Proceedings of the National Academy of Sciences of Armenia. Mechanics. – 2020. – T. 73. – №. 3 <u>https://doi.org/10.33018/73.3.2</u>.
- Meng Q. Creep damage models and their applications for crack growth analysis in pipes: A review / Q. Meng, Z. Wang // Engineering Fracture Mechanics. – 2019. – T. 205. – C. 547-576 https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.09.055
- Barbera D. Advances on creep-fatigue damage assessment in notched components / D. Barbera, H. Chen, Y. Liu // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. – 2017. – T. 40. – №. 11. – C. 1854-1867 https://doi.org/10.1111/ffe.12603.
- Luo Y. Notch effect on creep damage for Hastelloy C276-BNi2 brazing joint / Y. Luo et al. //Materials & Design. – 2015. – T. 84. – C. 212-222 <u>https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.06.111</u>.
- 15. Бреславський Д. В. Деформування та довготривала міцність конструктивних елементів ядерних реакторів. / Д. В. Бреславський. Харків, Друкарня Мадрид, 2020. 249 с.
- Zienkiewicz O. C. The finite element method for solid and structural mechanics. / O C Zienkiewicz, R L Taylor, D D Wood. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014.
- 17. Бреславський Д. В. Проектування та розробка скінченноелементного програмного забезпечення / Д. В. Бреславський, Ю. М. Коритко, О. А. Татарінова. – Харків, «Підручник НТУ «ХПИ», 2017. – 232 с.
- 18. Бреславський Д. Програмний засіб для обробки даних з довготривалої міцності матеріалів з використанням кривих Едвардса / Д. Бреславський, А. Хорошун, А. Сенько, О. Татарінова // Вісник НТУ "ХПІ": Серія "Динаміка та міцність машин". – 2023. – № 2. – С. 28-33. <u>https://doi.org/10.20998/2078-9130.2023.2.292955</u>
- Hiraguchi H. A Novel Simulation Method for Phase Transition of Single Crystal Ni based Superalloys in Elevated Temperature Creep Regions via Discrete Cosine Transform and Maximum Entropy Method. / H. Hiraguchi // In "Creep in Structures VI", Advanced Structured Materials. – 2023. – P. 151-160. https://doi.org/10.1007/978-3-031-39070-8 10
- 20. Бреславьский Д. В. Алгоритми та програмний засіб для обробки зображень структури металевих матеріалів з метою визначення характеристик повзучості / Д. В. Бреславський, М. О. Грошевий, О. А. Татарінова, А. В. Сенько // Вісник НТУ "ХПІ": Серія "Динаміка та міцність машин". — 2023. – № 2. – С. 95-101. ttps://doi.org/10.20998/2078-9130.2023.1.293427

References (transliterated)

- Öchsner, A. Continuum Damage Mechanics. Springer Singapore, 2016, pp. 65–84. <u>https://doi.org/10.1007/978-981-287-865-6_4</u>
- Lemaitre, J., and J. L. Chaboche. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1994. 556 pp.
- Penny, R. K., and Marriott, D. L. *Design for Creep*. Chapman and Hall, 1995. 430 pp. <u>https://doi.org/10.1007/978-94-011-0561-3</u>
- Naumenko, K., and Altenbach, H. Modeling High Temperature Materials Behavior for Structural Analysis, *Part I: Continuum Mechanics Foundations and Constitutive Models*. Advanced Structured Materials, vol. 28, Springer, 2016. DOI: 10.1007/978-3-319-31629-1.

- Holdsworth, S. Creep-Fatigue Failure Diagnosis. *Materials*, vol. 8, no. 11, 2015, pp. 7757–7769. <u>https://doi.org/10.3390/ma8115418</u>
- Obert, S., Kauffmann, A. and Heilmaier, M. Characterisation of the Oxidation and Creep Behaviour of Novel Mo-Si-Ti Alloys. *Acta Materialia*, vol. 184, 2020, pp. 132–142. https://doi.org/10.1016/j.actamat.2019.11.045
- Berthod, P., and Conrath, E. Creep and Oxidation Kinetics at 1100°C of Nickel-Base Alloys Reinforced by Hafnium Carbides. *Materials & Design*, vol. 104, 2016, pp. 27–36. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2016.04.079.
- Haque, M. S., and Stewart, C. M. The Stress-Sensitivity, Mesh-Dependence, and Convergence of Continuum Damage Mechanics Models for Creep. *Journal of Pressure Vessel Technology*, vol. 139, no. 4, 2017, p. 041403. <u>https://doi.org/10.1115/1.4036142</u>.
- Kowalewski, Z. L., Hayhurst, D. R. and Dyson, B. F. Mechanisms-Based Creep Constitutive Equations for an Aluminium Alloy. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 29, no. 4, 1994, pp. 309–316. DOI: 10.1243/03093247V294309.
- Altenbach, H. "A Nonclassical Model for Creep-Damage Processes. Materials Physics and Mechanics, vol. 3, 2001, pp. 25–35.
- Altenbach, H., and Knape, K. On the Main Directions in Creep Mechanics of Metallic Materials. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Armenia. Mechanics*, vol. 73, no. 3, 2020. <u>https://doi.org/10.33018/73.3.2</u>.
- Meng, Q., and Wang, Z. Creep Damage Models and Their Applications for Crack Growth Analysis in Pipes: A Review. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 205, 2019, pp. 547–576. <u>https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.09.055</u>
 Barbera, D., Chen, H. and Li, Y. Advances on Creep–Fatigue
- Barbera, D., Chen, H. and Li, Y. Advances on Creep–Fatigue Damage Assessment in Notched Components. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 40, no. 11, 2017, pp. 1854– 1867. <u>https://doi.org/10.1111/ffe.12603</u>.
- Luo, Y., et al. "Notch Effect on Creep Damage for Hastelloy C276-BNi2 Brazing Joint. *Materials & Design*, vol. 84, 2015, pp. 212–222. <u>https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.06.111</u>
- 15. Breslavsky, D. V. Deformuvannia ta Dovhotryvala Mitsnist

Konstruktyvnykh Elementiv Yadernykh Reaktoriv [Deformation and Long-Term Strength of Structural Elements of Nuclear Reactors]. Drukarnia Madryd, 2020. 249 p.

- 16. Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., and Wood, D. D. *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*. Butterworth-Heinemann, 2014.
- Breslavsky, D. V., Korytko, Yu. M., and Tatarinova, O. A. *Proektuvannia ta Rozrobka Skinchennoelementnoho Prohramnoho Zabezpechennia* [Design and Development of Finite Element Software]. Pidruchnyk NTU "KhPI", 2017. 232 p.
- Breslavsky, D., Khoroshun, A., Senko, A., and Tatarinova, O. Prohramnyi Zasib dlia Obrobky Danykh z Dovhotryvaloi Mitsnosti Materialiv z Vykorystanniam Kryvykh Edvardsa [Software for Processing Long-Term Strength Data Using Edwards Curves]. Visnyk NTU "KhPI": Seriia "Dynamika ta Mitsnist Mashyn" [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute. Series Dynamics and strength of machines], no. 2, 2023, pp. 28–33. <u>https://doi.org/10.20998/2078-</u> 9130.2023.2.292955
- Hiraguchi, H. A Novel Simulation Method for Phase Transition of Single Crystal Ni-Based Superalloys in Elevated Temperature Creep Regions via Discrete Cosine Transform and Maximum Entropy Method. In *Creep in Structures VI*, edited by H. Altenbach and K. Naumenko, *Advanced Structured Materials*, vol. 194, Springer, 2023, pp. 151–160. <u>https://doi.org/10.1007/978-3-031-39070-8_10</u>
- 20. Breslavsky, D. V., Hroshevyi, M. O., Tatarinova, O. A., and A. V. Senko. Alhorytmy ta Prohramnyi Zasib dlia Obrobky Zobrazhen Struktury Metalovykh Materialiv z Metoiu Vyznachennia Kharakterystyk Povzuchosti [Algorithms and Software for Processing Images of Metallic Materials Structures to Determine Creep Characteristics]. *Visnyk NTU "KhPI": Seriia "Dynamika ta Mitsnist Mashyn"* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute. Series Dynamics and strength of machines], no. 2, 2023, pp. 95-101. https://doi.org/10.20998/2078-9130.2023.1.293427

Надійшла (received) 25.11.2024

Відомості про авторів/ About the Authors

Бреславський Дмитро Васильович (Breslavsky Dmytro) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)-707-64-54; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-3792-5504;</u> e-mail: <u>Dmytro.Breslavsky@khpi.edu.ua</u>

Грошевий Михайло Олександрович (Hroshevyi Mykhailo) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)7076454; ORCID: <u>https://orcid.org/0009-0001-3156-4402</u>; e-mail: <u>Mykhailo.Hroshevyi@khpi.edu.ua</u>

Хорошун Андрій Сергійович (Кhoroshun Andriy)– Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)7076454; email: ORCID: <u>https://orcid.org/0009-0001-4369-137X</u>; email: <u>a.s.khoroshun@gmail.com</u>

Татарінова Оксана Андріївна (Таtarinova Oksana) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувачка кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)-707-64-54; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-3090-8469</u>; e-mail: <u>Oksana.Tatarinova@khpi.edu.ua</u>

УДК 004.272.4:539.3

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.316338

Д. В. БРЕСЛАВСЬКИЙ, М. А. БОРОДІН, О. А. ТАТАРІНОВА, А. В. СЕНЬКО

СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНЕ ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРИВИМІРНИХ ЗАДАЧ З ВИКОРИСТАННЯМ ХМАРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Основні співвідношення методу скінченних елементів, представлені у статті у загальному тривимірному формулюванні. застосовано для побудови програмного засобу, призначеного для розрахункового аналізу напружено-деформованого стану з використанням хмарних ресурсів у випадку великих обсягів даних. Наведено математичну постановку задачі. Описано основні залежності, що застосовуються для побудови скінченноелементних співвідношень елементу у формі чотирьохвузлового тетраедру. Використано лінійні функції форми. Система лінійних алгебраїчних рівнянь розв'язується методом спряжених градієнтів. Обговорюється структура додаткових програм, призначених для пре- та постпроцесорної обробки даних. Наведено приклади роботи даних програм, що демонструють можливості аналізу скінченноелементних моделей, їхніх окремих фрагментів та розподілу компонентів напружено-деформованого стану за об'ємом елементу конструкції, що аналізується. Обговорюються результати верифікаційних досліджень, які показали задовільну достовірність даних, що отримуються при розв'язанні пружних задач. Описано запропонований для застосування хмарних ресурсів підхід з використанням технологій Теггаform та Кubernetes, який дозволяє виконувати чисельне моделюванні за допомогою розробленого програмного засобу. Виконано порівняння характеристик обчислювальних процесів з використанням програми для окремого персонального комп'ютера та розрахунку у хмарі. Наголошується, що за даними виконаних порівнянь випливає, що використання проаналізованих задач. Відмічається перевага запропонованого підходу у реалізації можливостей динамічного управління ресурсіе виконання проаналізованих задач. Відмічається перевага запропонованьного підходу у реалізації можливостей динамічного управління ресурсами системи відповідно до поточного обчислювального навантаження.

Ключові слова: тривимірний напружено-деформований стан, метод скінченних елементів, програмне забезпечення, хмарні технології, розподілені обчислення.

D. BRESLAVSKY, M. BORODIN, O. TATARINOVA, A. SENKO

FINITE ELEMENT SOFTWARE FOR SOLVING THREEDIMENSIONAL PROBLEMS BY USE OF CLOUD TECHNOLOGIES

The basic relations of the Finite Element Method are presented in the paper in a general three-dimensional formulation. They are used to build a software tool designed for computational analysis of the stress-strain state using cloud resources in the case of large amounts of data. The mathematical problem statement is given. The main dependencies used to build finite element relations for an element in the form of a four-node tetrahedron are described. Linear shape functions are used. The system of linear algebraic equations is solved by the conjugate gradient method. The structure of additional programs designed for pre- and post-processing of data is discussed. Examples of the work of these programs are given, demonstrating the possibilities of analyzing finite element models, their individual fragments and the distribution of the stress-strain state components over the volume of the structural element being analyzed. The results of verification studies are discussed, which showed satisfactory reliability of the data obtained when solving elastic problems. The proposed approach for the use of cloud resources using Terraform and Kubernetes technologies, which allows performing numerical modeling using in the cloud are compared. It is emphasized that according to the data of the comparisons performed, it follows that the use of the Microsoft Azure infrastructure in combination with the automated tools Terraform and Kubernetes significantly accelerates the execution of the analyzed tasks. The putational load is noted.

Key words: three-dimensional stress-strain state, Finite Element Method, software, cloud technologies, distributed computing.

Вступ. Застосування у прикладному інженерному аналізі методу скінченних елементів [1; 2] вимагає постійного розвитку інформаційних технологій, що є сервісними при його використанні. Одним з найважливіших питань є забезпечення для проведення моделювання необхідних ресурсів ЕОМ, насамперед оперативної пам'яті та швидкодії. Найпотужніші організації, що працюють у царині САЕ систем, мають можливість використовувати великі обчислювальні засоби, мейнфрейми або серверні комплекси [3]. Але більшість дослідників працює або з використанням десктопних варіантів, або, останнім часом, з застосуванням хмарних технологій [4]. Використання останніх надає можливість доступу до машинних ресурсів у необхідному обсязі, що у багатьох випадках є критичним при розв'язанні прикладних задач, які характеризуються складною геометрією об'єктів та крайових умов, та забезпечення збіжності чисельних розв'язків [5].

Використання	хмарних	технологій	У
скінченноелементному	моделю	ванні	також

забезпечується поширенням відповідних сервісів [4]. Прикладом є, наприклад, служба Amazon Elastic Compute Cloud (EC2), яка надає віртуальні машини замість прямого доступу до фізичних комп'ютерів [6], що дозволяє більш ефективно використовувати фактично необмежену обчислювальну потужність. З огляду на переваги хмарних обчислень, високопродуктивні обчислення (HPC) у хмарі мають потенціал, щоб дозволити користувачам не тільки прискорити обчислювально дороге моделювання з використанням МСЕ, але й зменшити витрати за рахунок використання тільки за запитом та масштабованості ресурсів хмарних обчислень [7]. Для інтенсифікації скінченноелементного моделювання з використанням хмарних ресурсів розробляються нові підходи. Так, наприклад, у роботі [8] запропоновано методологію, що дозволяє трансформувати хмару отриману результаті дослідження точок, В безпосередньо в 3D МСЕ, напівавтоматичним способом. Розроблений гібридний підхід зворотного проектування спрямовано як на максимізацію

відповідності між моделлю для аналізу напруженодеформованого стану і реальним об'єктом так й на мінімізацію часу виконання.

В роботах [4-9] використання МСЕ із залученням хмарних ресурсів надало можливість розв'язання достатньо складних та об'ємних задач: напруженодеформованого стану у механізмах, коробках передач, газотурбінних двигунах [4], будівельних спорудах [8], систем грунт- фундамент токарного верстату [9] тощо.

Недоліком існуючих хмарних ресурсів є неоднорідна та неоптимальна (через спільне використання фізичних ресурсів і накладні витрати на віртуалізацію) продуктивність [5]. В цій роботі наголошується, що зниження продуктивності віртуальних машин залежить від того, скільки ресурсів використовується спільно з іншими користувачами.

Можливим рішенням даної проблеми може бути використання спеціалізованого програмного забезпечення, що має бути розробленим саме для використання з залученням хмарних технологій. На сьогодні, завдяки розвитку ресурсів обчислювальних засобів, в тому числі й хмарних, найпоширенишею областю моделювання напружено-деформованого стану є повний тривимірний аналіз [10; 11]. Для моделювання об'єктів будь-якої геометрії є придатним скінченний елемент у формі тетраедру [2; 10], він є широко поширеним у практичних застосуваннях. Розробка спеціалізованого програмного забезпечення для скінченноелементного моделювання напруженодеформованого стану у загальній тривимірній постановці з використанням елементу у фомі тетраедру хмарних технологій є важливим завданням. Воно й є метою даною роботи.

Метод розв'язку та опис програм. На даному етапі розробки є завершеним алгоритмічне та програмне забезпечення для розв'язання пружних задач. Далі стисло опишемо застосовану постановку задачі, основні використані співвідношення МСЕ, структуру основної та постпроцесорної програм.

Розглянемо тіло V, що є обмеженим поверхнею $S = S_1 \cup S_2$ та навантаженим на частині поверхні S_1 будь-якою системою поверхневих сил **q** та об'ємними силами **F**. Тіло є закріпленим у просторі на частині його поверхні S_2 . За загально прийнятим у теорії пружності підходом [12], який використовується у МСЕ [1], запишемо варіаційну постановку задачі. Використовуючи найбільш придатний в даному випадку принцип мінімуму повної внутрішньої енергії системи, наведемо функціонал Лагранжу, що йому відповідає:

$$\Phi = \int_{V} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dv - \int_{V} F_{i} u_{i} dv - \int_{S_{1}} q_{i} u_{i} ds, i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

де u_i – компоненти вектору переміщень; \int_{ij} – компоненти тензору напружень; \sum_{ij} – компоненти тензору деформацій. Умова ™ $\sqrt{=0}$ відповідає задачі пошуку екстремуму функціоналу (1) [12].

Геометричні співвідношення використовуватимуться у формі рівнянь Коші:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(u_{i,j} + u_{j,i} \right), \qquad (2)$$

а фізичні – у формі узагальненого закону Гука:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \,. \tag{3}$$

Використовуються граничні умови у переміщеннях та напруженнях:

$$\sigma_{ij}n_j = q_i , x_i \in S_1; u_i \big|_{S_2} = \overline{u}_i , \qquad (4)$$

де D_{ijkl} – компоненти тензору пружних констант матеріалу, у загальному випадку анізотропного; n_j – компоненти вектора нормалі до поверхні *S*.

Перейдемо до скінченноелементного формулювання задачі. Використовуємо один з найбілш поширених скінченних елементів тривимірного аналізу – чотирьохвузловий тетраедр [1], рис. 1.



Рис. 1 – Чотирьохвузловий скінченний елемент у формі тетраедру

Вектор, що визначає переміщення у напряках осей декартової системи координат *x*, *y*, *z*, має вигляд:

$$\{u\}^{T} = \{u, v, w\}.$$
 (5)

Скористаємось лінійним законом для апроксимації переміщень за елементом. За допомогою лінійних функцій форми [1] отримуються вирази для переміщень за скінченним елементом. Наприклад, для компоненти $u_1 = u$ маємо:

$$u = \frac{1}{6V} \{ (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) u_i + (a_j + b_j x + c_j y + d_j z) u_j + (a_m + b_m x + c_m y + d_m z) u_m + (a_p + b_p x + c_p y + d_p z) u_p \},$$
(6)

де *V* – об'єм тетраедрального елементу, за коефіцієнти *ai* – *di* позначено визначники. Наприклад, для *ai* :

$$a_i = \det \begin{pmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_m & y_m & z_m \\ x_p & y_p & z_p \end{pmatrix}$$

За допомогою циклічного переставлення індексів *p*, *i*, *j*, *m* отримуються інші коефіцієнти.

Вектор переміщень {g} визначається дванадцятьма компонентами переміщень його вузлів:

$$\left\{g\right\}^{T} = \left\{u_{i}, u_{j}, u_{m}, u_{p}\right\}.$$
(7)

Переміщення точки тетраедру *и* може бути записаним у вигляді:

$$\{u\} = \left[IN_i, IN_j, IN_m, IN_p\right]\{g\}.$$
 (8)

де I – одинична матриця розміром (3 · 3).

Тут величини N визначаються співвідношеннями типу:

$$N_{i} = \frac{1}{6V} \left(a_{i} + b_{i}x + c_{i}y + d_{i}z \right).$$
(9)

Матриця деформування $[B_T]$, що забезпечує реалізацію геометричних співвідношень у випадку тривимірного деформованого стану:

$$\left\{ \mathcal{E} \right\} = \left[B_T \right] \left\{ g \right\}, \tag{10}$$

має вигляд:

$$\begin{bmatrix} B_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_i, B_j, B_m, B_p \end{bmatrix},$$

де

$$\begin{bmatrix} B_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} = \frac{1}{6V} \begin{pmatrix} b_i & 0 & 0 \\ 0 & c_i & 0 \\ 0 & 0 & d_i \\ c_i & b_i & 0 \\ 0 & d_i & c_i \\ d_i & 0 & b_i \end{pmatrix}.$$
(11)

Інші підматриці отримуються перестановкою індексів.

Фізичні співвідношення – узагальнений закон Гуку:

$$\{\sigma\} = [E_T]\{\varepsilon\}.$$
(12)

Використовується матриця пружних констант $[E_T]$, записана для загального випадку тривимірного напруженого стану [1].

Після підстановки отриманих виразів для векторів напружень (12) та деформацій (10) до функціоналу у випадку відсутності об'ємних сил для окремого скінченого елементу отримуємо:

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. №2 2024

$$\int_{V} [B_{T}]^{T} [E_{T}] [B_{T}] dv - \int_{V} [N]^{T} \{q\} dv = 0.$$
 (13)

Вираз для матриці жорсткості скінченного елементу у формі тетраедру [K^{el}] визначається першим інтегралом у (13). Другий інтеграл визначає величину вузлових сил, статично еквівалентних діючому поверхневому навантаженню.

Після отримання матриць жорсткості для всіх скінченних елементів виконується процедура ансамблювання всієї конструкції, представленої сукупністю тетраедрів, та отримується матриця жорсткості конструкції [К] та вектор вузлових сил {F} [1]. Отримана при цьому система лінійних алгебраїчних рівнянь (14) розв'язується методом спряжених градієнтів [13], який дозволяє виконувати розподілення обчислень.

$$[K]{U} = {F}.$$
(14)

Після отримання вектору вузлових переміщень $\{U\} \in Mожливим виконати перехід до значень локальних вузлових переміщень та за співвідношеннями (10) та (12) визначити вектори напружень та деформацій в кожному скінченному елементі.$

Описана реалізація МСЕ з використанням скінченного елементу у формі тетраедру реалізована у вигляді комп'ютерних програми *FEM Tetra*, написаною мовою C++ (десктопний варіант) та мовою Java (для використання при роботі з хмарними ресурсами). Програми побудовано з використанням структурно-логічної методології, вони містять функції побудови матриць жорсткості елементів та всієї конструкції, вектору правих частин, визначення напружень та деформацій в елементах.

Також реалізовано сервісні програми – препроцесор для відображення скінченноелементних моделей та постпроцесор для виведення розподілів компонентів напружено-деформованого стану за моделлю.

Препроцесор і постпроцесор реалізовані у вигляді комп'ютерної програми написаної на мові програмування Java. Відображення тривимірних фігур реалізовано з використанням бібліотеки OpenGL [14]. Вхідними даними для препроцесору є таблиця координат та матриця індексів скінченних елементів моделі. Бібліотека OpenGL [14], як і більшість бібліотек для роботи з 3Д графікою, приймає на вхід масив трикутників. В препроцесорі реалізована конвертація матриці індексів скінченних елементів в матрицю індексів трикутників, з яких складаються ці елементи. Алгоритм роботи препроцесора зображений на рис. 2.



Рис. 2 – Алгоритм відображення моделі у препроцесорі

Постпроцесорну програму призначено для відображення розподілів компонентів напруженолеформованого стану за скінченноелементною моделлю елементу конструкції. Для відображення моделі використовується алгоритм, реалізований в препроцесорі. Далі на побудованій моделі за допомогою представлення зон рівної інтенсивності кольорами відображаються значення компонентів напружено-деформованого стану в елементах, отримані з основної програми. Вхідними даними для постпроцесора є таблиця, в якій перший стовбець є номером елементу, другий – значення компоненту, що відображається. Реалізовано розбиття числових значень напружень на сім рівномірних діапазонів, кожному з яких відповідає один колір. За необхідності є можливим задати довільні діапазони значень напружень. Приклади роботи пре- та постпроцесорів наведено на рис. 3, 5.

Аналіз та верифікація розв'язків. Для аналізу достовірності отриманих за допомогою розроблених програмних засобів результатів проведено низку верифікаційних досліджень, які показали цілком задовільний ступінь відповідності отриманих даних та даних аналітичних розв'язків й виконаних за допомогою програмного комплекса *ANSYS* [5]. Як приклад, наведемо результати одного з них.

Розглянемо задачу згину жорстко закріпленого з одного боку брусу довжиною 1 м з прямокутним поперечним перерізом 0.05х0.05 м. На вільному краю брусу у середині верхньої поверхні його навантажено силою 1000 Н. Модуль пружності матеріалу брусу 2000 ГПа, коефіцієнт Пуассона 0.3.

Для аналізу збіжності послідовно аналізувались результати, отримані на скінченноелементних моделях з різним числом елементів. На рис. З наведено дві останні моделі з числом елементів 8514 (верхня) та 27026 (нижня).



Рис. 3 – Загальний вигляд скінченноелементних моделей бруса

Результати чисельних досліджень показали, що застосовані в розробленому програмному засобі моделі цілком задовільно описують напружено-деформований стан бруса. Так, при числі елементів 8514 значення максимального нормального переміщення складає 0,0027 м, а при 27026 елементів - 0,0031м. Аналітичне його значення [15] складає 0,0032 м, тобто відмінність не перевершує 3.3%.

Рис. 4 містить порівняння результатів розрахунків, проведених за допомогою даного розробленого програмного засобу *FEM Tetra* (синя крива) та ПК *ANSYS* (червона крива) для однакових скінченноелементних моделей з 27026 елементів. Як видно з рисунку, забезпечено цілком задовільне співпадіння результатів, максимальна розбіжність не перевищує 1%.

Максимальні значення нормальних згинних напружень \int_{22} , отримані за допомогою ПК *ANSYS* складають 62 МПа, а за допомогою ПК *FEM Tetra* – 58 МПа, тобто різниця не перевершує 6%.

Як приклад, на рис. 5 наведено розподіл величин інтенсивностей напружень за поверхнею бруса, отриманий за допомогою розроблених постпроцесорних засобів.



Рис. 4 – Порівняння значень нормальних переміщень, отриманих за допомогою ПК ANSYS (червона крива) та FEM Tetra (синя крива)



Рис. 5 – Розподіл величин інтенсивностей напружень за поверхнею бруса

Використання хмарних технологій. В роботі розроблено платформу на базі хмарних технологій, яка використовує сучасні інструменти для автоматизації та управління інфраструктурою обчислювальних процесів.

Для автоматизації процесу розгортання інфраструктури використовувалася технологія Terraform [16], що базується на підході «інфраструктура як код». Теггаform на сьогодні є провідним засобом у світі DevOps для визначення, запуску та керування інфраструктурою у вигляді коду (IaC) на різноманітних хмарних платформах і платформах віртуалізації, включаючи AWS, Google Cloud, Azure тощо [16]. Цей інструмент дозволяє описати необхідні компоненти інфраструктури у вигляді коду і розгорнути їх за допомогою однієї команди, значно спрощуючи налаштування середовища та скорочуючи час підготовки до проведення розрахунків.

Для динамічного управління ресурсами було використано Kubernetes [17], що дозволяє автоматично масштабувати кількість серверів залежно віл навантаження. Розроблена система передбачає основний сервіс, який запускає додаткові обчислювальні сервіси для розподілу обчислювального навантаження, що дозволяє суттєво зменшити час виконання розрахунків. На рис. 6 представлено структуру хмарної платформи для чисельного моделювання напружено-деформованого стану.

Продуктивність хмарної платформи Microsoft Azure було оцінено за допомогою розв'язання пружної задачі з використанням сітки з 3625143 тривимірних тетраедральних скінченних елементів. Кількість виконаних ітерацій склала 31588. Для того, щоб визначити швидкість виконання ітерацій та загальний час розрахунків проводилось порівняння різних конфігурацій обчислювальних нод Azure, а також характеристики обчислювального процесу з використанням локального комп'ютеру.

Обчислення проводилися в хмарному середовищі Azure (на нодах типів: Standard_D4as_v5 та Standard_D32pls_v5) та персональному комп'ютері з 8 ядрами і 12 ГБ оперативної пам'яті, виділеними для Java процесу. В таблиці наведено характеристики персонального комп'ютеру, нод в сервісі Azure та час виконання однієї ітерації алгоритму в кожному з середовищ.



Рис. 6 - Структура програми з використанням розподілених обчислень

Таблиця 1 – Порівняння швидкості обчислень на різних конфігураціях в середовищі Аzure та на персональному комп'ютері

Конфігурація	Характеристики	Час виконання ітерації
Персональний	М1 процесор з 8	4-6.7 секунд
комп'ютер	ядрами, 12ГБ	
	оперативної	
	пам'яті	
Standard_D4as_v5	4 ядра процесора	5-8.5 секунд
	AMD EPYC 7763,	
	12ГБ оперативної	
	пам'яті	
Standard_D32pls_v5	32 ядра процесора	1-1.8
	Ampere® Altra®,	секунди
	56ГБ оперативної	
	пам'яті	

Час виконання ітерацій на персональному комп'ютері становив 4-6.7 секунд, загальний час виконання розрахунку напружено деформованого стану моделі становив приблизно 2 доби. На ноді Azure типу Standard_D32pls_v5 час розрахунку ітерації алгоритму варіювався від 1 до 1.8 секунди, що в 4 рази швидше, ніж на персональному комп'ютері.

Висновки. У статті розглянуто основні співвідношення методу скінченних елементів, у представлені загальному тривимірному формулюванні для виконаної побудови програмного засобу, призначеного для аналізу напруженодеформованого стану. Обговорюються додаткові програми, призначені для пре- та постпроцесорної обробки даних. Наведені результати верифікаційних досліджень показали задовільну достовірність даних, що отримуються при розв'язанні пружних задач.

Розроблений програмний засіб призначено для розрахункового аналізу задач великої розмірності за використання допомогою хмарних технологій. Обговорюється запропонований підхід З використанням технологій Terraform та Kubernetes, що дозволяє виконувати чисельне моделювання 3a допомогою розробленого програмного засобу та хмарних ресурсів.

Виконано порівняння характеристик обчислювальних процесів з використанням десктопної програми та розрахунку хмарі. Результати v використання порівняння показали, що інфраструктури Microsoft Azure поєднанні У 3 автоматизованими інструментами Terraform i задач. Kubernetes прискорює виконання Також перевагою такого підходу є можливість динамічного управління ресурсами системи відповідно ЛО поточного обчислювального навантаження.

Список літератури

 Zienkiewicz O. C. The finite element method for solid and structural mechanics. / O. C. Zienkiewicz, R. L Taylor., D. D. Wood – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014. – 672 p. – https://doi.org/10.1016/b978-1-85617-634-7.00016-8

- Chandrupatla T. Introduction to finite elements in engineering. / T. Chandrupatla, T. Belegundu – Cambridge University Press, 2021. – 512 p. <u>https://doi.org/10.1017/9781108882293</u>
- Alfoqaha A. IBM POWER9 Systems, Shock Simulation and Testing Validation / A. Alfoqaha, K. O'Connell, E. Campbell // International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. – American Society of Mechanical Engineers, 2019. – T. 59285. – C. V008T10A040. – https://doi.org/10.1115/detc2019-97028
- Wu D. Digital design and manufacturing on the cloud: A review of software and services—RETRACTED / D. Wu, J. Terpenny, D. Schaefer // AI EDAM. - 2017. - T. 31, № 1. - P. 104-118. https://doi.org/10.1017/s0890060416000305
- Chen X. Finite element modeling and simulation with ANSYS Workbench. / X. Chen, X. Liu. – CRC press, 2018. – 471 p. https://doi.org/10.1201/9781351045872
- Törmä J. Cloud HPC strategies and performance for FEM. / J. Törmä. - 2016. – 45 p.
- Wu D. Performance evaluation of cloud-based high performance computing for finite element analysis / Dazhong Wu, Xi Liu, Steve Hebert, Wolfgang Gentzsch, Janis Terpenny // International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. – American Society of Mechanical Engineers, 2015. – T. 57045. – C. V01AT02A043. – https://doi.org/10.1115/detc2015-46381
- Quattrini R. From TLS to FE analysis: Points cloud exploitation for structural behaviour definition. The San Ciriaco's Bell Tower / R. Quattrini, F. Clementi, A. Lucidi, S. Giannetti, A. Santoni //The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. – 2019. – V. 42. – P. 957-964. – https://doi.org/10.5194/isprs-archives-xlii-2-w15-957-2019
- Cai L. Application of cloud computing to simulation of a heavy-duty machine tool / Ligang Cai, Yang Tian, Zhifeng Liu, Qiang Cheng, Jingjing Xu, Yue Ning //The International Journal of Advanced Pidaparti R. M. Engineering finite element analysis. – Morgan & Claypool Publishers, 2017. Manufacturing Technology. – 2016. – T. 84. – P. 291-303. – https://doi.org/10.1007/s00170-015-7916-2
- Pidaparti R. M. Engineering finite element analysis. / R. M. Pidaparti Morgan & Claypool Publishers, 2017. 253 p. <u>ttps://doi.org/10.1007/978-3-031-79570-1</u>
- Бреславський Д. В. Проектування та розробка скінченноелементного програмного забезпечення / Д. В. Бреславський, Ю. М. Коритко, О. А. Татарінова Харків, «Підручник НТУ «ХПИ». 2017. 232 с.
- Hetnarski R. B. The mathematical theory of elasticity. / R. B. Hetnarski, J. Ignaczak – CRC Press, 2016. – 837 p. https://doi.org/10.1201/9781439828892
- Schleicher K. The conjugate gradient method / K. Schleicher // The Leading Edge. – 2018. – T. 37, №. 4. – P. 296-298. https://doi.org/10.1190/tle37040296.1
- 14. *Buss S. R.* 3D computer graphics: a mathematical introduction with OpenGL. / *S. R. Buss* Cambridge University Press, 2003. 371 p. https://doi.org/10.1017/CBO9780511804991
- Öchsner A. Bending of Beams. / A. Öchsner, // Elasto-Plasticity of Frame Structure Elements. – Springer, Berlin, Heidelberg. 2014. – P. 55-149. <u>https://doi.org/10.1007/978-3-662-44225-8_4</u>
- Brikman Y. Terraform: Up and Running. / Y. Brikman O'Reilly Media, Inc., 2022. – 460 p.
- 17. Luksa M. Kubernetes in action. / M. Luksa. Simon and Schuster, 2017. 624 p.

References (transliterated)

- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Wood D. D. The finite element method for solid and structural mechanics. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014. 672 p. https://doi.org/10.1016/b978-1-85617-634-7.00016-8
- Chandrupatla T., Belegundu A. Introduction to finite elements in engineering. – Cambridge University Press, 2021. 512 p. https://doi.org/10.1017/9781108882293
- Alfoqaha A., O'Connell K., Campbell E. IBM POWER9 Systems, Shock Simulation and Testing Validation. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2019. T. 59285. C. V008T10A040. https://doi.org/10.1115/detc2019-97028
- 4. Wu D., Terpenny J., Schaefer D. Digital design and manufacturing on

the cloud: A review of software and services—RETRACTED. *AI EDAM*. 2017. V. 31. №. 1. C. 104-118. https://doi.org/10.1017/s0890060416000305

- Chen X., Liu Y. Finite element modeling and simulation with AN-SYS Workbench – CRC press, 2018. https://doi.org/10.1201/9781351045872
- 6. Törmä J. Cloud HPC strategies and performance for FEM. 2016. 45 p.
- Wu D. et al. Performance evaluation of cloud-based high performance computing for finite element analysis. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2015. T. 57045. C. V01AT02A043. https://doi.org/10.1115/detc2015-46381
- Quattrini R. et al. From TLS to FE analysis: Points cloud exploitation for structural behaviour definition. The San Ciriaco's Bell Tower. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. 2019. T. 42. C. 957-964. https://doi.org/10.5194/isprs-archives-xlii-2-w15-957-2019
- Cai L. et al. Application of cloud computing to simulation of a heavyduty machine tool. *The International Journal of Advanced Pidaparti R. M. Engineering finite element analysis.* Morgan & Claypool Publishers, 2017.Manufacturing Technology. 2016. T. 84. C. 291-303.

https://doi.org/10.1007/s00170-015-7916-2

- Pidaparti R. M. Engineering finite element analysis. Morgan & Claypool Publishers, 2017. 253 p. <u>ttps://doi.org/10.1007/978-3-031-79570-1</u>
- Breslavsky D. V., Korytko Yu. M., Tatarinova O. A. Proektuvannya ta rozrobka skinchennoelementnogo programnogo zabezpechennya [Design and development of finite element software]. Kharkov, NTU "KhPI"; Publ., 2017. 232 p.
- Hetnarski R. B., Ignaczak J. The mathematical theory of elasticity. CRC Press, 2016. 837p. <u>https://doi.org/10.1201/9781439828892</u>
- Schleicher K. The conjugate gradient method. *The Leading Edge*. 2018. T. 37. №. 4. C. 296-298. <u>https://doi.org/10.1190/tle37040296.1</u>
- Buss S. R. 3D computer graphics: a mathematical introduction with OpenGL. Cambridge University Press, 2003. <u>https://doi.org/10.1017/CBO9780511804991</u>
- Öchsner A. Bending of Beams. In: Elasto-Plasticity of Frame Structure Elements. Springer, Berlin, Heidelberg. C. 55-149.
- 16. Brikman Y. Terraform: Up and Running." O'Reilly Media, Inc.", 2022.460 p.
- 17. Luksa M. Kubernetes in action. Simon and Schuster, 2017. 624 p.

Надійшла (received) 27.11.2024

Відомості про авторів/ About the Authors

Бреславський Дмитро Васильович (Breslavsky Dmytro)– доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)7076454; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-3792-5504</u>; email: <u>Dmytro.Breslavsky@khpi.edu.ua</u>

Бородін Марія Анатоліївна (Borodin Mariia) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірантка кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)7076454; ORCID: https://orcid.org/0009-0003-4479-7103; email: Mariia.Borodin@khpi.edu.ua

Татарінова Оксана Андріївна (Таtarinova Oksana) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувачка кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)-707-64-54; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-3090-8469</u>; e-mail: Oksana.Tatarinova@khpi.edu.ua

Сенько Альона Володимирівна (Senko Alyona) – доктор філософії, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший викладач кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)7076454; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-9961-7419</u>; e-mail: Alyona.Senko@khpi.edu.ua

УДК 519.688

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.317116

Г. В. ШАБАНОВ, Ю. М. АНДРЕЕВ

АНАЛІТИЧНЕ РІШЕННЯ ОБЕРНЕНОГО І ПРЯМОГО ЗАВДАННЯ КІНЕМАТИКИ ПРОСТОРОВОГО КУТОВОГО МАНІПУЛЯТОРА АВВ З ПОДАЛЬШИМ ЗД-МОДЕЛЮВАННЯМ

У статті пропонується алгоритм вирішення оберненої задачі кінематики шестиступеневого кутового маніпулятора на базі моделі робота ABB. Алгоритм заснований на отриманих авторами аналітичних викладках, які становлять послідовність виразів, що дозволяють за заданим законом руху вихідної ланки – захвату визначити всі 6 кутів повороту частин кінематичних пар, що з'єднують ланки. Спочатку з умов виконання захватом виробничого завдання визначається закон його руху – функціями часу декартових координат полюса та орієнтаційних параметрів. За полюс може бути обрана будь-яка точка захвату. Як орієнтаційні параметри можуть використовуватися кватерніон або матриця повороту. Показано, як можна побудувати матрицю повороту та кватерніон за законами зміни декартових координат трьох точок захвату. Особливістю маніпулятора, що розглядається тут, є наявність загальної точки осей повороту трьох останніх ланок. Це дозволяє із закону руху захвату визначити закон руху цієї точки. Після чого однозначно визначаються законі зміни кутів повороту трьох перших ланок. При цьому одночасно вирішується орієнтаційна дих ланок. Для визначення кутів трьох останніх ланок складається матричне чи кватерніонне рівняння, виходячи з еквівалентності двох послідовностей поворотів ланок. Перша – сукупність вже відомих поворотів від третьої ланки через другу та першу ланку до абсолютної системи координат і, нарешті, від абсолютної системи до захвату. Ці невідомі кути визначаються з такого рівняння. Виклад складу запропонованого алгоритму ведеться з урахуванням маніпулятора ABB, але може бути прикладений до маніпуляторів класу ПУМА. Алгоритм реалізований за допомогою спеціальної системи комп'ютерної алебри КіДиМ та розробленої програми на C++, яка використовує можливості OpenGL та SolidWorks, що дозволяють 3D-візуалізацію результатів розрахунків.

Ключові слова: кутовий маніпулятор, обернена задача кінематики, комп'ютерне 3D-моделювання, ABB-маніпулятор.

H. SHABANOV, YU. ANDRIEIEV.

ANALYTICAL SOLUTION OF THE INVERSE AND DIRECT KINEMATICS PROBLEM FOR THE SPATIAL ANGULAR MANIPULATOR ABB WITH SUBSEQUENT 3D MODELING

This article proposes an algorithm for solving the inverse kinematics problem of a six-degree angular manipulator based on the ABB robot model. The algorithm is based on analytical derivations obtained by the authors, which consist of a sequence of expressions that allow determining all six rotation angles of the kinematic pair parts that connect the chains by a given law of movement of the output chain - the gripper. Initially, the law of its movement - functions of time of Cartesian coordinates of the pole and orientation parameters - is determined from the conditions of performing a production task by the gripper. Any point of the gripper can be chosen as the pole. Quaternion or rotation matrix can be used as orientation parameters. It is shown how a rotation matrix and quaternion can be constructed according to the laws of change of Cartesian coordinates of three gripper points. A distinctive feature of the manipulator discussed here is the presence of a common rotation axis point for the last three chains. This allows determining the law of movement of this point from the law of movement of the gripper. After which the laws of change of rotation angles of the first three chains are uniquely determined. At the same time, the orientation task of these chains is solved. To determine the angles of the last three links, a matrix or quaternion equation is compiled, based on the equivalence of two sequences of chain rotations. The first sequence is a combination of already known rotations from the third chain through the second and first chain to the absolute coordinate system and, finally, from the absolute system to the gripper. The parameters of these rotations are known. The second sequence consists of 3 rotations at unknown angles of the last three chain from the third again to the gripper. These unknown angles are determined from such an equation. The presentation of the proposed algorithm takes into account the ABB manipulator but can be applied to manipulators of the PUMA class. The algorithm is implemented using a special computer algebra system KidyM and a developed C++ program, which uses OpenGL and SolidWorks engineering graphic packet that allow 3D visualization of the calculation results. Keywords: angular manipulator, inverse kinematics problem, computer 3D modeling, ABB manipulator.

Вступ. Розв'язання задач оберненої кінематики є одним із основних факторів розробки систем керування роботами та маніпуляторами [1-5]. Також ці завдання відіграють важливу роль у проектуванні систем захоплення руху, анімації персонажів у комп'ютерній графіці [6].

Сьогодні задачі оберненої кінематики роботів і маніпуляторів розв'язуються як аналітичними, так і чисельними методами. Їх поєднання також є одним з можливих варіантів. Останнім часом розроблені і в деяких випадках показали свою ефективність методи, які при використанні традиційних підходів також залучають методи штучного інтелекту [7-9].

Незважаючи на це, класичні аналітичні та чисельні методи залишаються основним засобом вирішення цих завдань. Серед підходів, що набули поширення останніми роками, є реалізація кватерніонної алгебри [6; 10], використання якої в ряді випадків зменшує обсяг обчислень і виключає появу сингулярностей [10]. У багатьох випадках використовуються чисельні методи [5; 6; 11; 12]. Хоча в деяких, найбільш загальних випадках, неможливо отримати рішення без їх використання, одним з їхніх недоліків залишається відсутність чисельної стабільності та велика кількість обчислювальних операцій для досягнення збіжності рішень.

Починаючи з роботи [13], яка встановила стандарт формального опису механізмів з кінематичними парами п'ятого класу, більшість досліджень у цьому напрямі використовують такий опис (див., наприклад, останню публікацію [4]). Однак D-X методика не завжди ϵ оптимальною через використовувані обмеження (обов'язкове позначення осей кінематичних пар осями аплікат пов'язаних з ланками систем координат ланки). Це призводить до врахування зайвих для перетворення систем координат поворотів на 90° і 180°. Алгоритми, розроблені авторами даної статті, використовують прямий опис переміщень і поворотів систем координат ланок одна відносно іншої із зазначенням осей трансляції та повороту [9; 14-16]. У даній роботі для розв'язання оберненої задачі кінематики шестиступеневого кутового маніпулятора з шістьма ступенями свободи (DOF) запропоновано використовувати суто аналітичні методі, на результатах яких можуть бути побудовані уточнюючі чисельні. Такій підхід спирається на наявність так званого принципу Пейпера [17; 18] – наявність загальної точки перетину трьох останніх ланок і передбачає наявність досить точної механічної моделі робота. Що досягається визначенням креслень усіх деталей, використання Solid Works з подальшим уточненням параметрів моделі алгоритмами оптимального пошуку (наприклад, методом Левенберга-Марквардта [19]).

Слід сказати, що при виконанні Спочатку вирішується завдання позиціонування захвату з інструментом, або без нього, у початкове для робочого процесу положення з вихідного, наприклад, парковочного положення. Аналітичний розв'язок базується на вирішені двох пов'язаних завдань: спочатку за заданими координатами трьох точок робочого інструменту визначаються параметри його орієнтації в просторі. Вони пов'язані з кутами орієнтації (кутами повороту трьох останніх ланок). За заданими або визначеними координатами точки перетину осей обертання двох-трьох останніх ланок вирішується задача визначення транспортних кутів робота (кутів повороту перших трьох ланок). З умови спряженості орієнтації четвертої ланки відносно абсолютної системи відліку, що розглядається в транспортному та орієнтаційному кутах, вирішується вся обернена задача кінематики маніпулятора. Якщо в конкретній моделі припущення для вирішення такої задачі не виконуються повністю, обернена задача уточняється методом Ньютона з початковим наближенням, отриманим аналітичним рішенням.

Постановка задачі. В статті пропонується аналітичний алгоритм розв'язання оберненої задачі кінематики кутових 6-ступеневих маніпуляторів, що виконані за схемою ПУМА-560 [17; 18]. Показано, що наявність загальної точки перетину осей трьох останніх ланок дозволяє розбити задачу на дві – транспортну та орієнтаційну. Транспортна визначає кути повороту перших трьох ланок, а орієнтаційна – останніх трьох. Розглянуто також випадок, коли вісь четвертої ланки проходить поруч з точкою перетину п'ятої і шостої, що є доволі типовим. Вирішення завдання в цьому випадку зводиться до розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим. Наведено, як отримати таке рівняння і розв'язати його методом Ньютона або бінарним пошуком. Демонструсться використання пропонованого алгоритму рахунками реального маніпулятора в спеціальної системі комп'ютерної алгебри КіДиМ (ССКА КіДиМ).

Кінематична схема маніпулятора та отримання положення вихідної ланки – захвату з умов виконання робочого процесу.

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 На рис. 1 представлено зовнішній вид маніпулятора.



Рис. 1 – Модель маніпулятора АВВ

Тут показано ще три системи координат – зовнішня нерухома (далі – абсолютна) OXYZ, Dxyz – пов'язана з захватом і початком в т. D – положення такої системи відносно легко визначити під час руху в робочому процесі, Gxyz – система координат 6-ї ланки механізму. Точка K, через яку проходить вісь аплікат системи Dxyz – це точка перетину осей трьох останніх ланок робота. Точка E належить захвату і задає напрям осі ординат системи Dxyz (наприклад, перпендикуляр до осі аплікат Dy)

За положенням точок *K*, *E*, *D* можна побудувати орти системи координат *Dxyz* (отримати їх проекції на осі абсолютної системи координат)

$$\vec{k} = \frac{\overrightarrow{DK}}{DK}; \quad \vec{i} = \frac{\overrightarrow{DE}}{DE\sin(\angle KDE)} \times \vec{k}; \quad \vec{j} = \vec{k} \times \vec{i};$$

Тут $DE\sin(\angle KDE)$ – відстань т. *E* від осі *Dz*.

Таким чином, матриця, стовпцями якої є визначені орти

$$\mathbf{S}_{(Dxyz)}^{(abs)} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix}$$
(1)

буде матрицею повороту, що буде переводити вектори, задані в системі координат Dxyz, в вектори з координатами в абсолютній системі координат з початком в т. D. Для отримання абсолютних координат точки, координати якої x, y, z задано в системі Dxyz в системі з початком в деякої точці O очевидна формула

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \\ Z_D \end{bmatrix} + \mathbf{S}_{(Dxyz)}^{(abs)} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $\begin{bmatrix} X_D & Y_D & Z_D \end{bmatrix}^T$ – вектор т. *D* в системі *OXYZ*.

Тим самим, матриця $\mathbf{S}_{(Dxyz)}^{(abs)}$ задає орієнтацію захвату в абсолютній системі координат. Замість неї можна використовувати для того ж самого кватерніон.

Покажемо, як його можна побутувати з заданого положення в абсолютній системі точок *K*, *E*, *D*. Розглянемо рис. 2.



Рис. 2 – До отримання кватерніону орієнтації

Тут показана система координат Dxyz, її орти осей абсцис $(\vec{i} = \overrightarrow{DA_0})$ та ординат $(\vec{j} = \overrightarrow{DB_0})$ в початковому та повернутому стані $(\vec{i} = \overrightarrow{DA_1}, \vec{j} = \overrightarrow{DB_1})$ в деякий момент часу *t*. Треба знайти вісь та кут кінцевого повороту, що переводить систему координат Dxyz з початкового до кінцевого положення.

Позначимо координати точок

 $A_0 = \{1, 0, 0\}, A_1 = \{x_A, y_A, z_A\}, B_0 = \{0, 1, 0\}, B_1 = \{x_B, y_B, z_B\}.$ З'єднаємо точки A_0 і A_1 вектором $\overrightarrow{A_0A_1}$, а точки B_0 і B_1 вектором $\overrightarrow{B_0B_1}$. Очевидно, що точки A_0 і A_1 (B_0 і B_1) належать дугам, які описують кінці ортів \vec{i} та \vec{j} при кінцевому повороті. А, значить, точки осі кінцевого повороту знаходяться на однаковій відстані від точок A_0 і A_1 (B_0 і B_1). Тобто вони належать площинам, що перпендикулярні векторам $\overrightarrow{A_0A_1}$ та $\overrightarrow{B_0B_1}$. Таким чином ось кінцевого повороту зразу находиться з векторного добутку нормалей цих площин (векторів $\overrightarrow{A_0A_1}$ та $\overrightarrow{B_0B_1}$)

	$\begin{bmatrix} y_1 z_2 - (y_2 - 1) z_1 \end{bmatrix}$
$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{A_o A_1} \times \overrightarrow{B_0 B_1} =$	$x_2 z_1 - (x_1 - 1) z_2$
	$(x_1-1)(y_2-1)-x_2z_1$

Тоді визначаємо орт осі кінцевого повороту

$$\vec{e} = \frac{\vec{DP}}{\left|\vec{DP}\right|}$$

Для визначення кута кінцевого повороту – кута між площинами A_0OP и A_1OP (або – між площинами B_0OP и B_1OP) треба знайти для них нормалі. Це буде

abo
$$\vec{n}_0 = \vec{e} \times \overrightarrow{DA_0}, \quad \vec{n}_1 = \vec{e} \times \overrightarrow{DA_1},$$

abo $\vec{n}_0 = \vec{e} \times \overrightarrow{DB_0}, \quad \vec{n}_1 = \vec{e} \times \overrightarrow{DB_1}$

в залежності які з них не дорівнюють нулю. Тоді шуканий кут визначиться за формулою

$$\Psi = \arccos\left(\frac{\vec{n}_0 \cdot \vec{n}_1}{|\vec{n}_0| \cdot |\vec{n}_1|}\right)$$

За цим кватерніон кінцевого повороту отримає вираз

$$\Lambda = \cos\frac{\Psi}{2} + \vec{e}\sin\frac{\Psi}{2}.$$
 (3)

Замість формули (1) можна тоді використовувати формулу

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \\ Z_D \end{bmatrix} + Vect \left(\Lambda \begin{bmatrix} 0 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tilde{\Lambda} \right), \quad (4)$$

де функція Vect повертає векторну частину кватерніону.

Розв'язання транспортної задачі маніпулятора.

Отримані формули (1) або (3) дають змогу визначити потрібне положення т. К в абсолютній системі координат. А це дає змогу розв'язати задачу визначення кутів повороту одна від одної перших трьох ланок механізму. Тобто – розв'язати транспорту задачу – задачу доставки точки К – перетину осей трьох останніх ланок у визначене положення.

Розглянемо рис. 3. Тут наведено дві проекції схеми маніпулятора – на вертикальну площину його симетрії ($O\xi Y$, вверху) та на горизонтальну (OXY, внизу). Показано розміри – $l_1=AB$, $l_2=BC$, $d_3=CD$, $l_3=DK$, $l_4=CK$, кути – α , β , γ , φ_1 , φ_2 , φ_3 . Причому кути α , β – конструктивні, γ – проміжний, φ_1 , φ_2 , φ_3 – узагальнені координати.

Кут φ_1 легко знаходиться з рис. З нижньої проекції (використано функцію **atan2** для отримання кута в межах ($-\pi$, $+\pi$])

$$\varphi_1 = \operatorname{atan2}(Z_K, X_K); \tag{5}$$



Рис. 3 – Проекції схеми робота на вертикальну (вверху) і горизонтальну площину

Для визначення кутів φ_2 , φ_3 , що задають положення ланок *BC* та *CDK*, вирішимо трикутники ΔBB_1K та ΔBCK

$$BK^{2} = (\xi_{K} - \xi_{B})^{2} + (Y_{K} - Y_{B})^{2}; \qquad \theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{Y_{K} - Y_{B}}{\xi_{K} - \xi_{B}}\right);$$

$$\gamma = \operatorname{arccos}\left(\frac{l_{2}^{2} + l_{4}^{2} - BK^{2}}{2l_{2}l_{4}}\right); \qquad \delta = \operatorname{arccos}\left(\frac{l_{2}^{2} + BK^{2} - l_{4}^{2}}{2l_{2}BK}\right);$$

$$\varphi_{2} = \pi - \delta - \theta; \qquad \varphi_{3} = \pi/2 - \gamma + \beta. \qquad (6)$$

Tyr
$$Y_B = h + l_1 \sin \alpha; \ \xi_B = l_1 \sin \alpha; \ \xi_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2}.$$

Розв'язання орієнтаційної задачі.

Отримані кути φ_1 , φ_2 , φ_3 визначають, крім віддаленості т. *К* від стійки маніпулятора, орієнтацію у просторі ланки *CDK* (див. рис. 3). Запишемо вираз для її матриці повороту відповідно до послідовності поворотів на кути (5), (6) множенням матриць елементарних поворотів

$$\mathbf{S}_{(CDK)}^{(abs)} = \mathbf{S}_{y} \left(-\boldsymbol{\varphi}_{1}\right) \mathbf{S}_{z} \left(-\boldsymbol{\varphi}_{2} - \boldsymbol{\varphi}_{3}\right), \tag{7}$$

де позначення $S_{\xi}(\phi)$, $\xi=x, y, z$ – тут і далі означають матрицю елементарного повороту навколо відповідно одній з осей *x*, *y*, *z* на кут, вказаний у дужках.

Виходячи з цього, відповідна матриця повороту матиме вигляд

$$\mathbf{S}_{(CDK)}^{(abs)} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3) & -\cos\varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) & -\sin\varphi \\ \cos(\varphi_2 + \varphi_3) & \sin(\varphi_2 + \varphi_3) & 0 \\ \sin\varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3) & -\sin\varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) & \cos\varphi_1 \end{bmatrix}$$
(8)

Для отримання орієнтації «захвату» систему координат 3-ї ланки треба повернути (див. рис. 1, 3) на кути φ 4 (у шарнірі *CD*) та φ 5 і φ 6 у шарнірах, осі яких проходять через точку. Система координат захвату *Gxyz*, яка при цьому отримується, позначена червоним кольором на рис. 1. Її треба ще послідовно повернути щодо осі *Gy* на 90° та – нового положення осі *Gx* теж на 90°. Тоді її орієнтація збігається з орієнтацією системи координат захвату, орієнтація якої була задана в абсолютній СК з умов робочого процесу матрицею $\mathbf{S}_{(Dyz)}^{(abs)}$ (1). Матриця $\mathbf{S}_{(Dyz)}^{(abs)}$ може визначатися у робочому процесі, або через кватерніон (4). Для розв'язання орієнтаційної задачі, очевидно треба отримати матрицю, яка сформується послідовними поворотами на кути φ 4, φ 5, φ 6. Позначимо її так

$$\mathbf{S}_{(Gxyz)}^{(CDK)} = \mathbf{S}_{y}(\boldsymbol{\varphi}_{4})\mathbf{S}_{z}(\boldsymbol{\varphi}_{5})\mathbf{S}_{y}(\boldsymbol{\varphi}_{6})$$
(9)

Запишемо рівняння матриць повороту від абсолютної до системи координат *Gxyz*. З одного боку – це поворот від системи *Kxyz* на кути -90° щодо осі *Kx* та -90° щодо нового положення осі *Gy*. З другого боку – це послідовність поворотів на кути φ_1 , φ_2 , φ_3 , φ_4 , φ_5 , φ_6 . В наших позначеннях це буде матричне рівняння

$$\mathbf{S}_{(CDK)}^{(abs)}\mathbf{S}_{(Gxyz)}^{(CDK)} = \mathbf{S}_{(Dxyz)}^{(abs)}\mathbf{S}_{x}(-\pi/2)\mathbf{S}_{y}(-\pi/2)$$

Звідси, з урахуванням (8),

$$\mathbf{S}_{(Gxyz)}^{(CDK)} = \left[\mathbf{S}_{(CDK)}^{(abs)}\right]^T \mathbf{S}_{(Dxyz)}^{(abs)} \mathbf{S}_x \left(-\pi/2\right) \mathbf{S}_y \left(-\pi/2\right).$$
(10)

Тут вигідно отримати вираз не для матриці (9) – лівої частині виразу (10), а для матриці

$$\mathbf{S}_{(Dxyz)}^{(CDK)} = \mathbf{S}_{(Gxyz)}^{(CDK)} \mathbf{S}_{y} \left(\boldsymbol{\varphi}_{2} + \boldsymbol{\varphi}_{3} \right) \mathbf{S}_{x} \left(\boldsymbol{\varphi}_{1} \right)$$
(11)

так як вона може рахуватися простіше

$$\mathbf{S}_{(Dxyz)}^{(CDK)} = \left[\mathbf{S}_{(CDK)}^{(abs)} \right]^{I} \mathbf{S}_{(Dxyz)}^{(abs)}.$$

Згідно з формулою (10) вона має наступну структуру

$$\mathbf{S}_{(Dyz)}^{CDK} = \begin{bmatrix} S_{\varphi_5} C_{\varphi_6} & C_{\varphi_5} & S_{\varphi_5} S_{\varphi_6} \\ S_{\varphi_4} C_{\varphi_5} C_{\varphi_6} + C_{\varphi_4} S_{\varphi_6} & -S_{\varphi_4} S_{\varphi_5} & S_{\varphi_4} C_{\varphi_5} S_{\varphi_6} - C_{\varphi_4} C_{\varphi_6} \\ -(C_{\varphi_4} C_{\varphi_5} C_{\varphi_6} - S_{\varphi_4} S_{\varphi_6}) & C_{\varphi_4} S_{\varphi_5} & -(C_{\varphi_4} C_{\varphi_5} S_{\varphi_6} + S_{\varphi_4} C_{\varphi_6}) \end{bmatrix} . (12)$$

Звідси знаходимо всі кути

$$\varphi_5 = \arccos(s_{12}); \varphi_4 = -\operatorname{atan2}(s_{22}, s_{32}); \varphi_6 = \operatorname{atan2}(s_{13}, s_{11}), (13)$$

де в дужках стоятиме елементи матриці (12).

Формули (13) мають сенс тільки для кута $\phi_5 \neq 0$ та $\phi_5 \neq \pm \pi$. Конструктивно, можливе тільки значення $\phi_5 = 0$. Тоді матриця (12) перетвориться до виду

$$\mathbf{S}_{(Gxyz)}^{CDK} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\\ \sin(\phi_4 + \phi_6) & 0 & -\cos(\phi_4 + \phi_6)\\ -\cos(\phi_4 + \phi_6) & 0 & -\sin(\phi_4 + \phi_6) \end{bmatrix}.$$
(14)

Це означає, що осі кінематичних пар №4 та №6 стануть тотожними, або паралельними (див. далі). В такому випадку зі значень елементів матриці (14) можна визначити суму кутів

$$\varphi_4 + \varphi_6 = \operatorname{atan2}(s_{13}, s_{33}). \tag{15}$$

повороту абсолютної СК ОХҮΖ до СК «схвата» Кхуг представляється в цьому випадку твором матриці повороту від СК ОХҮΖ до СК В2хуг «ліктя» та матриці повороту від СК В2хуг «ліктя» до СК Кхуг «схвата».

Залежність кутів повороту кривошипу та ланки №3 відносно ланки №2

Отримані формули (5), (6), (13), (15) визначають, взагалі кажучи, кути між ланками в кінематичних парах, що їх з'єднують. Але в цьому маніпуляторі, що тут розглядається є одна особливість, що потребує її розглянути окремо.

На рис. 4 показано розташування чотириланки, що приводить до руху ланку №3. Його ведуча ось *А* змонтована ні на ланці №2, а на ланці №1.



Рис. 4 – Чотирьохланковий механізм

Таким чином потрібно розв'язати задачу визначення кута ψ повороту кривошипа *AB*, який забезпечить визначений в результаті розв'язання транспортної задачі кут φ_3 . Тобто потрібно побудувати залежність $\psi(\varphi_3)$.

Розглянемо рис. 5, де показано два положення чотириланки *ABCD*: початкове – AB_0C_0D , відповідного куту повороту $\varphi_3=0$, і поточне, *ABCD*, що визначається довільним значенням кута φ_3 . Нехай задані розміри ланок чотириланки (в *мм*):



Рис. 5 – До визначення кінематики чотириланки

Знайдемо кут ψ_0 , що відповідає «нульовому» ($\phi_3=0$) положенню (червоний колір, див. рис. 5):

$$\alpha_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{R}{d}\right), \quad AC_0 = \sqrt{d^2 + R^2},$$
$$\alpha_1 = \operatorname{arccos}\left(\frac{r^2 + d^2 + R^2 - b^2}{2r \cdot AC_0}\right), \quad \Psi_0 = \pi - \alpha_1 - \alpha_2.$$

Після чого знайдемо кут ψ (або $\psi+\psi_0$, див. рис. 5), що відповідає будь-якому значенню кута φ_3

$$AC = \sqrt{d^{2} + R^{2} + 2d \cdot R \sin \varphi_{3}}, \ \beta_{1} = \arccos\left(\frac{AC^{2} + r^{2} - b^{2}}{2AC \cdot r}\right),$$
$$\beta_{2} = \arccos\left(\frac{AC^{2} + d^{2} - R^{2}}{2AC \cdot d}\right), \quad \psi = \pi - \psi_{0} - \beta_{1} - \beta_{2}.$$

Випадок відсутності перетину осі 4-ї кінематичної пари з точкою перетину осей 5-ї та 6-ї.

В практиці розрахунків кінематики маніпуляторів такого класу, які тут розглядаються, зустрічаються випадки, коли ось повороту 3-ї ланки проходить поруч точки K – точки перетину, через яку проходять осі 5-ї та 6-ї (рис. 6).



Рис. 6 – Вигляд вздовж 4-ї ланки на т. К

Це дещо ускладнює розглянутий алгоритм. Зупинимося на цьому.

Вказаний факт приводить до того, що при розв'язанні транспортної задачі фізичну точку *К*– точку перетину осей 5-ї та 6-ї ланок – треба поєднати з визначеною розрахунками з урахуванням такого неузгодження. І це неузгодження визначається цілком кутом повороту 4-ї

ланки, який на даний момент ε невідомим. І це дає проблему.

Розглянимо рис. 7, де показана ось ординат Dy_3 системи координат 3-ї ланки (див. рис. 3), т. K – вузлова точка в умовах відсутності неузгодження, т. K_1 – існуюче положення вузлової точки, φ_4 – кут повороту системи координат 4-ї ланки щодо 3-ї, e – відстань між точками K і K_1 , Kx_3 , Kz_3 – паралельні осі осям 3-ї ланки.



Рис. 7 – До ліквідації неузгодження тт. К

Тут слід підкреслити, що в результаті поворотів перших трьох ланок вісь Kz_3 залишиться горизонтальною. Тим самим проекція відстані KK_1 на цю ось $(z_{K_1} = e \cos \varphi_4)$ буде теж горизонтальною (див. рис. 3 внизу). Друга проекція на вертикальну площину $(x_{K_1} = e \sin \varphi_4)$ приводить до зміни відстані точки K від точки A та її аплікати в абсолютній системи координат. Все це приводить до того, що змінюються формули для кутів θ , δ , γ та відстань BK вони стають функціями від кута φ_4 .

$$\varphi_{1} = \operatorname{atan2}(Z_{K}, X_{K}) - 2\operatorname{arctg} \frac{e \sin \varphi_{4}}{AK}$$
$$\varphi_{2} = \pi - \delta(\varphi_{4}) - \theta(\varphi_{4}); \qquad (16)$$
$$\varphi_{3} = \pi/2 - \gamma(\varphi_{4}) + \beta;$$

Це, в свою чергу, веде до того, що елементи матриці $\mathbf{S}_{(CDK)}^{(abs)}$ теж стають функціями кута φ_4 . І ми приходимо до того, формули (13) набувають вигляду

$$\begin{aligned} \phi_{5} &= \arccos(s_{12}(\phi_{4})); \\ \phi_{4} &= -\operatorname{atan2}(s_{22}(\phi_{4}), s_{32}(\phi_{4})); \\ \phi_{6} &= \operatorname{atan2}(s_{13}(\phi_{4}), s_{11}(\phi_{4})), \end{aligned} \tag{17}$$

Тепер зрозуміло, що для остаточного розв'язання задачі оберненої кінематики у випадку неузгодженості осей останніх трьох ланок треба знайти корінь рівняння

$$\varphi_4 = -\operatorname{atan2}(s_{22}(\varphi_4), s_{32}(\varphi_4)),$$

після чого все знайдеться з побудованих формул (16) і (17).

3D моделювання та налагоджування математичної моделі. Для дослідження математичної моделі доцільно використовувати сучасні технології для 3D моделювання. Це дозволяє отримувати швидкі результати у порівнянні з використанням фізичної моделі. 3D моделювання дозволяє спростити аналіз та

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 усунення геометричних похибок у підрахунках, що на фізичних моделях призвело до руйнівних процесів.

Необхідною умовою при створенні подібних автоматизацій є можливість внесення та автоматична зміна кутів за допомоги табличних даних або мікропрограм-скриптів описуючих траєкторії руху.

Загальний вигляд головного екрану програми можна побачити на рисунку (3)



Рис. 8 – Загальний вигляд додатку 3D симуляції моделі робота

За допомоги панелі керування (правий верхній кут на рис. 3) є можливість змінювати кути в ручному режимі, змінюючи кути відповідних ланцюгів робота. Для розрахунку положення ланок використовується два методи, які можна обрати у інтерфейсі. Перший використовує підхід для розрахунку через кути Ейлера, другий використовує кватерніонну алгебру. Механізм робота, що тут розглядається, не може отримувати ефект так званого «шарнірного замку» або ефекту складання рамок, з причини фізичної конфігурації. Однак метод було додано у якості оптимізації обчислювальних операцій, та для подальшого розвитку.

Додатковою можливістю, є вбудований інтерфейс Руthon, який дозволяє користувачам писати та виконувати скрипти безпосередньо в середовищі без компіляції всього модуля. Ця функція дозволяє автоматизувати складні послідовності, де робот може виконувати завдання, такі як обертання та нахили на основі попередньо визначених скриптів. Спроможність написання скриптів є потужним інструментом для розробників, які прагнуть впровадити складні автоматизаційні процедури або симулювати різні сценарії перед впровадженням робота в реальні завдання.

Для інтерфейсу роботи скриптів використовується інжектований у середовище Python модуль. Через цей модуль відбувається зв'язок інтерпретованого коду з внутрішніми керуючими класами програми.

На рис. 9 зображено приклад керуючої програми на мові Python, яка виконує простий рух. Через модуль інтерфейсу **mathmodel** ми маємо доступ до відповідних кутів математичної моделі. Ми змінюємо кути ланок 1, 2 та 4 по лінійному закону. Пауза між ітераціями виконує роль затримки і потрібна для
задання швидкості руху. У нашому випадку це 10 *мс* на 1°, або приблизно 1.745 *рад/с*.

imp	ort sys
imp	ort math
imp	ort mathmodel
∃def	checkScript():
1	print("PY> RoboControl script - OK")
	return True;
L.	
Əcla	ss CRoboControl:
	refres_rate = 10
	# define method
	#
	<pre>def getRefreshRate():</pre>
	<pre>returnrefres_rate;</pre>
	#
	# script loop
	#
÷	def RunScript():
	i = 0
Ť	while (1 < 70):
	methandal shair1(i)
	machimodel.chain1(1)
	matheodol chain2(1 + 2)
	machmodel.cnain4(1)
	mathmodel.pause(20)
	i = i + 1
ŀ	
	return True

Рис. 9 – Приклад керуючої програми

Так як ми можемо використовувати всі можливості Python, то ці рухи можна моделювати довільним чином, наприклад задати табличною формою.

Наведемо приклад виконання подібного скрипту. На рис. 10, показані перетворення які відбулися в моделі роботу після переміщення з початкового положення, що показано на рис. 8.



Рис. 10 – Кінцеве положення маніпулятора, що відбулося під впливом виконання скрипту.

Ми можемо бачити (див. рис. 8 та рис. 10), що відбулись зміни кутів у порівнянні зі встановленими. Відповідно до закладеної форми руху.

Іншою властивістю додатку можна означити можливість програмно-апаратного з'єднування з фізичним пристроєм. Між розробленою програмою та програмною частиною управляючого контролеру моделі робота існує протокол, який дозволяє передавати інформаційні пакети стану. Таким чином ті зміни які відбуваються з 3D моделлю передаються і впливають на фізичні виконавчі механізми. Відповідність фізичної та математичної моделі встановлюється через крайні положення, виходячи з того, що двигун може змінювати свій кут у межах 180 градусів.

Обернена кінематика.

Для обчислення оберненої математики механізму у програму закладене визначення координати вказівника миші з подальшим використанням пошуку перетинання з об'єктом: алгоритм Моллера-Трумбора, або так званий алгоритм Ray-Picking. Для цього з вказівника миші будується пряма яка перпендикулярна екранній площині. Таким чином ми отримуємо необхідний елемент моделі, який можна рухати.

На рис. 11 ми можемо бачити «доторкання» по елементу моделі, яка підсвічена фіолетовим кольором. Подальша логіка аналізує проекцію напрямку руху, таким чином передаючи напрямок зміни кутів в математичну модель.



Рис.11 – Використання алгоритму Моллера-Трумбора для пошуку виділеного елементу

Висновки. У статті побудовано повністю аналітичне розв'язання оберненої задачі кінематики для просторового маніпулятора з шістьма степенями свободи. Такий алгоритм буде справедливим для всього класу роботів типу ПУМА, якщо використовувати розроблений підхід, а не отримані тут формули. Також розроблена програма реалізованих алгоритмів вирішення прямого завдання кінематики (що використовують рівняння Ейлера, або кватерніони з використанням можливостей OpenGL для тестування і дослідження моделі робота АВВ.

Планується в наступної статті розкрити алгоритми кватерніонного представлення моделей маніпуляторів вказаного класу для розв'язання прямої кінематики.

Список літератури

- Neppalli S., Csencsits M. A., Jones B. A., and Walker I. D. "Closedform inverse kinematics for continuum manipulators," Adv. Robot., vol. 23, no. 15, pp. 2077–2091, 2009. <u>https://doi.org/10.1163/016918609X12529299964101</u>
- Kucuk S. and Bingul Z. "Robot kinematics: Industrial robotics: forward and inverse kinematics," in *Industrial Robotics. Theory, Modelling and Control*, London, UK: INTECH OA Publ, 2006, pp. 117-148. https://doi.org/10.5772/5015

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

- Kucuk S. and Bingul Z. "The inverse kinematics solutions of industrial robot manipulators," in *Proc. IEEE Conf. on Mechatronics*, Istanbul, Turkey, June 2004, 2004, pp. 274-279. <u>https://doi.org/10.1109/ICMECH.2004.1364451</u>
- Xiao F., Li G., Jiang D. et al., "An effective and unified method to derive the inverse kinematics formulas of general six-dof manipulator with simple geometry", Mech. Mach. Theory, vol. 159, pp. 104265, 2021. <u>https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104265</u>
- Harada K., Yoshida E., and Yokoi K. "Motion Planning for Humanoid Robots", Springer, 2010. <u>https://doi.org/10.1007/978-1-84996-220-9</u>
- Erleben K., Andrews S. "Solving inverse kinematics using exact Hessian matrices." Computers & Graphics. Feb; vol. 78, pp.1-11, 2019. <u>https://doi.org/10.1016/j.cag.2018.10.012</u>
- Momani S., Abo-Hammour Z. S. and Alsmadi O. M. "Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms", Appl. Math. Inf. Sci., vol.10, no.1, pp.225, 2016. <u>https://doi.org/10.18576/amis/100122</u>
- Csiszar A., Eilers J., and Verl A. "On solving the inverse kinematics problem using neural networks." in *Proc. 24th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice* (M2VIP), 2017, pp. 1-6. https://doi.org/10.1109/M2VIP.2017.8211457
- Andrjejew Y., Breslavsky D., Pashchenko S. and Tatarinova O. "Development the Algorithms of Anthropomorphic Robot's Motion Control by Use of AI Algorithms", in Proc IEEE KhPI Week on Advanced Technology, KhPI Week 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020, pp. 82–85. <u>https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250175</u>
- Chen L., Zielinska T., Wang J., and Ge W. "Solution of an inverse kinematics problem using dual quaternions". Int. J. Appl. Math. Comput., vol 30, no. 2, pp. 351–361, 2020. <u>https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250175</u>
- El-Sherbiny A., Elhosseini M. A., Haikal A. Y. "A comparative study of soft computing methods to solve inverse kinematics problem", Ain Shams Eng. J., vol. 9, no. 4, pp. 2535-2548, 2018. <u>https://doi.org/10.1016/j.asej.2017.08.001</u>
- Xie S., Sun L., Wang Z., and Chen G. "A speedup method for solving the inverse kinematics problem of robotic manipulators", Int. J. Adv. Robotic Syst., vol 19, no 3, pp.17298806221104602, 2022. <u>https://doi.org/10.1177/17298806221104602</u>
- Denavit J., Hartenberg R. S. "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices", Int. Appl. Mech., vol. 22, no.2, pp. 215–221, 1955. <u>https://doi.org/10.1115/1.4011045</u>
- Andreev Yu. M. and Morachkovsky O. K. "Dynamics of holonomic systems of rigid bodies", Int. Appl. Mech., vol. 41, pp. 817-824, 2005. <u>https://doi.org/10.1007/s10778-005-0150-0</u>
- Andrjejew Yu., Breslavsky D., Larin A., and Mietielov V. "Computer Modelling of UAV Flight", in *Proc 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, 13-17 Sept. 2021, Kharkiv, Ukraine, IEEE, 2021, pp. 455-459. <u>https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9569991</u>
- Andrieiev Yu., Breslavsky D., Chystilina H., and Ivanchenko K. "Algorithm for kinematic design of anthropomorphic robot's with a free foot walking control", in *Proc 2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology Conference (KhPIWeek)*, October 3-7, 2022, Kharkiv, Ukraine, IEEE, 2022, pp. 324-329. <u>https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9569991</u>
- Liu H. S., Zhou W., Lai X. B. and Zhu S. Q. "An efficient inverse kinematic algorithm for a PUMA560-structured robot manipulator, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, 236, 2013. doi: <u>https://doi.org/10.5772/56403</u>.
- Liu, Novel inverse kinematic approaches for robot manipulators with Pieper-Criterion based geometry, Int. J. Control. Autom., № 13, c. 1242? 2015. doi: <u>https://doi.org/10.1007/s12555-013-0440-y</u>
- Андреєв Ю. М. Реалізація та використання алгоритму Левенберга-Марквардта в задачах калібрування роботівманіпуляторів / Ю. М. Андреєв // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. – Харків : НТУ «ХПІ», 2021. – № 2 (2021). – С. 86 – 93.
- 20. Андреєв Ю. М. Нова система комп'ютерної алгебри для дослідження коливань структурно-складних голономних та нелономних систем твердих тіл / Ю. М. Андреєв, О. К. Морачковский // Надійність та довговічність машин та споруд: міжнар. наук.-техн. збирання. НАН України - К.: ІПП ім. Писаренко Г. С., Асоціація «Надійність машин та споруд», 2006. — Вип. 26. — С. 11-18.

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

References (transliterated)

- Neppalli S., Csencsits M. A., Jones B. A., and Walker I. D. "Closedform inverse kinematics for continuum manipulators," Adv. Robot., vol. 23, no. 15, pp. 2077–2091, 2009. https://doi.org/10.1163/016918609X12529299964101
- . Kucuk S. and Bingul Z. "Robot kinematics: Industrial robotics:
- forward and inverse kinematics," in *Industrial Robotics. Theory, Modelling and Control*, London, UK: INTECH OA Publ, 2006, pp. 117-148. <u>https://doi.org/10.5772/5015</u>
- Kucuk S. and Bingul Z. "The inverse kinematics solutions of industrial robot manipulators," in *Proc. IEEE Conf. on Mechatronics*, Istanbul, Turkey, June 2004, 2004, pp. 274-279. https://doi.org/10.1109/ICMECH.2004.1364451
- Xiao F., Li G., Jiang D. et al., "An effective and unified method to derive the inverse kinematics formulas of general six-dof manipulator with simple geometry", Mech. Mach. Theory, vol. 159, pp. 104265, 2021. <u>https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104265</u>
- Harada K., Yoshida E., and Yokoi K. "Motion Planning for Humanoid Robots", Springer, 2010. <u>https://doi.org/10.1007/978-1-84996-220-9</u>
- Erleben K., Andrews S. "Solving inverse kinematics using exact Hessian matrices." Computers & Graphics. Feb; vol. 78, pp.1-11, 2019. <u>https://doi.org/10.1016/j.cag.2018.10.012</u>
- Momani S., Abo-Hammour Z. S. and Alsmadi O. M and O. M. Alsmadi, "Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms", Appl. Math. Inf. Sci., vol.10, no.1, pp.225, 2016. <u>https://doi.org/10.18576/amis/100122</u>
- Csiszar A., Eilers J., and Verl A. "On solving the inverse kinematics problem using neural networks." in *Proc. 24th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice* (M2VIP), 2017, pp. 1 - 6.<u>https://doi.org/10.1109/M2VIP.2017.82114</u> 57
- Andrjejew Y., Breslavsky D., Pashchenko S. and Tatarinova O. "Development the Algorithms of Anthropomorphic Robot's Motion Control by Use of AI Algorithms", in Proc IEEE KhPI Week on Advanced Technology, KhPI Week 2020, Kharkiv, Ukraine, 2020, pp. 82–85. <u>https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250175</u>
- Chen L., Zielinska T., Wang J., and Ge W. "Solution of an inverse kinematics problem using dual quaternions". Int. J. Appl. Math. Comput., vol 30, no. 2, pp. 351–361, 2020. https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250175
- El-Sherbiny A., Elhosseini M. A., Haikal A. Y "A comparative study of soft computing methods to solve inverse kinematics problem", Ain Shams Eng. J., vol. 9, no. 4, pp. 2535-2548, 2018 <u>https://doi.org/10.1016/j.asej.2017.08.001</u>.
- Xie S., Sun L., Wang Z., and Chen G. "A speedup method for solving the inverse kinematics problem of robotic manipulators", Int. J. Adv. Robotic Syst., vol 19, no 3, pp.17298806221104602, 2022. <u>https://doi.org/10.1177/17298806221104602</u>
- Denavit J., Hartenberg R. S. "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices", Int. Appl. Mech., vol. 22, no.2, pp. 215–221, 1955. <u>https://doi.org/10.1115/1.4011045</u>
- Andreev Yu. M. and Morachkovsky O. K. "Dynamics of holonomic systems of rigid bodies", Int. Appl. Mech., vol. 41, pp. 817-824, 2005 <u>https://doi.org/10.1007/s10778-005-0150-0</u>.
- Andrjejew Yu., Breslavsky D., Larin A., and Mietielov V. "Computer Modelling of UAV Flight", in *Proc 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, 13-17 Sept. 2021, Kharkiv, Ukraine, IEEE, 2021, pp. 455-459 https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9569991.
- Andrieiev Yu., Breslavsky D., Chystilina H., and Ivanchenko K. "Algorithm for kinematic design of anthropomorphic robot's with a free foot walking control", in *Proc 2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology Conference (KhPIWeek)*, October 3-7, 2022, Kharkiv, Ukraine, IEEE, 2022, pp. 324-329. https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9569991
- Liu H. S., Zhou W., Lai X. B. and Zhu S. Q. "An efficient inverse kinematic algorithm for a PUMA560-structured robot manipulator, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, 236, 2013. doi: <u>https://doi.org/10.5772/56403</u>.
- Liu, Novel inverse kinematic approaches for robot manipulators with Pieper-Criterion based geometry, Int. J. Control. Autom., № 13, c. 1242? 2015. doi: <u>https://doi.org/10.1007/s12555-013-0440-y</u>
- Andreev Yu. M. Realizatsiya i ispol'zovanie algoritma Levenberga-Markvarda v zadachakh kalibrovki robotov-manipulyatorov /

Yu. M. Andreev // Visnik NTU "KhPI". Seriya: Dinamika i mitsnost' mashin. - Kharkiv : NTU "KhPI", 2021. - № 2 (2021). - S. 86 - 93.
20. Andreev Yu. M. Novaia systema kompiuternoi alhebry dlia yssledovanyia kolebanyi strukturno-slozhnykh holonomnykh y neholonomnykh system tverdykh tel / Yu. M. Andreev, O. K. Morachkovskyi // Nadezhnost y dolhovechnost mashyn y

sooruzhenyi : mezhdunar. nauch.-tekhn. sbor. NAN Ukrayny. — K.: YPP ym. Pysarenko H. S., Assotsyatsyia «Nadezhnost mashyn y sooruzhenyi», 2006. — Vyp. 26. — S. 11-18.

Надійшла (received) 08.12.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Шабанов Геннадій Вікторович (Shabanov Hennadii) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри комп'ютерного моделювання процесів і систем; м. Харків, Україна; тел.: (050) 596-88-86; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-3213-8496;</u> e-mail: <u>gennady.shabanov@gmail.com</u>

Андрєєв Юрій Михайлович (Andrieiev Yuriy) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків; Україна; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-3213-8496;</u> e-mail: <u>andrjejev@gmail.com</u>

Бібліографічні описи / Bibliographic descriptions

Шабанов Г. В. Аналітичне рішення оберненого і прямого завдання кінематики просторового кутового маніпулятора АВВ з подальшим 3D-моделюванням / Г.В. Шабанов, Ю. М. Андрєєв // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. – Харків : НТУ «ХПІ», 2024. – № 2 (2024). – С. 30 – 38. Бібліогр.: 20 назв. – ISSN 2078-9130.

Shabanov H. Analytical solution of the inverse and direct kinematics problem for the spatial angular manipulator ABB with subsequent 3D modeling / H. Shabanov, Yu. Andrieiev // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv : NTU «KhPI», 2024. – N_{2} 2 (2024). – pp. 30 – 38. Bibliog.: 20 titles. – ISSN 2078-9130.

УДК 539.3:519.6

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.316075

Є. Ю. МІСЮРА, С. Ю. МІСЮРА, Н. В. СМЕТАНКІНА

ЕВРИСТИЧНИЙ ПІДХІД ДО ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДУ ЛІТТЛА НА ПРИКЛАДІ ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА

У статті розглянуто задачу комівояжера (комівояжер — бродячий торговець; англ. Travelling Salesman Problem, TSP), яка є однією з найвідоміших та найважливіших оптимізаційних задач у теорії графів та прикладній математиці. Вона має широке практичне застосування, включаючи логістику, планування маршрутів та управління ресурсами. Суть задачі полягає у пошуку найвигіднішого маршруту, що проходить через задані міста лише один раз, а потім повертається до початкової точки. В умовах даної задачі застосовуються критерій вигідності маршруту (тобто найкоротший та найдешевший маршрут) і відповідні матриці відстаней (в кілометрах), тобто основна мета мінімізувати загальну довжину маршруту або його вартість. Задано, що маршрут повинен проходити через кожне місто тільки один раз, в такому випадку розв'язок знаходиться серед гамільтонових циклів. Для можливості застосування математичного апарату для розв'язання проблеми, її представлено у вигляді математичної моделі. Проблему комівояжера формулюють у вигляді моделі на графі, де міста представлені як вершини, а відстані між ними - як ребра. Авторами запропоновано застосування евристичного методу до розв'язання даної задачі. Для цього вдосконалено програмну реалізацію алгоритму Літтла, який вибирає для розбиття множини з мінімальною межею з усіх можливих гілок, а не з двох отриманих в результаті останнього розбиття. При цьому використовується евристичний підхід до вибору множини з межею не більше, ніж мінімальна. Продемонстровано роботу програми на прикладі проїзду автомобілем між містами України, заданими реальної матрицею відстаней (в кілометрах). У статті розглянуто модернізований метод Літтла для розв'язання задачі комівояжера, що демонструє значно вищу швидкість роботи порівняно з методом повного перебору. Основна ідея - використання евристичного підходу для скорочення простору пошуку та зниження витрат ресурсів. Тестування на прикладі міст України з використанням реальної матриці відстаней у кілометрах підтвердило ефективність алгоритму, який обирає оптимальні розв'язання, зберігаючи мінімальні межі витрат.

Ключові слова: математична модель, задача комівояжера, метод Літтла, евристичний підхід, матриця відстаней, задача оптимізації

IE. IU. MISIURA, S. IU. MISURA, N. V. SMETANKINA

HEURISTIC APPROACH TO THE SOFTWARE IMPLEMENTATION OF LITTLE'S METHOD USING THE TRAVELER'S PROBLEM AS AN EXAMPLE

The article deals with the Traveling Salesman Problem (TSP), which is one of the most famous and important optimization problems in graph theory and applied mathematics. It has a wide range of practical applications, including logistics, route planning and resource management. The essence of the problem is to find the most profitable route that passes through the given cities only once and then returns to the starting point. In the conditions of this problem, the route profitability criterion (that is, the shortest and cheapest one) and the corresponding distance matrices (in kilometers) are used, that is, the main goal is to minimize the total length of the route or its cost. It is given that the route should pass through each city only once, in this case the intersection is among the Hamiltonian cycles. For the possibility of applying the mathematical apparatus to solve the problem, it is presented in the form of a mathematical model. The Traveling Salesman Problem is formulated in the form of a model on a graph, where cities are represented as vertices, and the distances between them are represented as edges. The authors proposed the use of a heuristic method to solve this problem. For this, the software implementation of Little's algorithm has been improved, which selects for partitioning a set with the minimum limit from all possible branches, and not from the two obtained as a result of the last partition. At the same time, a heuristic approach is used to select a set with a limit no greater than the minimum. The work of the program is demonstrated on the example of driving between cities of Ukraine, given by the real matrix of distances (in kilometers). The article considers the modernized Little method for solving the Traveling Salesman Problem, which demonstrates a significantly higher speed of work compared to the method of complete search. The main idea is to use a heuristic approach to reduce the search space and reduce resource costs. Testing on the example of cities of Ukraine using a real matrix

Keywords: mathematical model, traveling salesman problem, Little's method, heuristic approach, distance matrix, optimization problem

Вступ. Однією з найбільш популярних задач оптимізації є задача комівояжера. Стаття, яка з'явилася в 1832 році як концептуальна ідея в книзі «комівояжера – як він повинен вести себе і що повинен робити для того, щоб доставляти товар і мати успіх у своїх справах – поради старого кур'єра» (нем. Der Handlungsreisende - wie er sein soll und was er zu tun hat, um Aufträge zu erhalten und eines glücklichen Erfolgs in seinen Geschäften gewiß zu sein – von einem alten Commis-Voyageur); яка розвинулася в XIX столітті як задача на графах (Вільям Гамільтон) і задача оптимізації (Карл Менгер); і остаточно сформувалася як задача мандрівного торговця (англ. Traveling Salesman Problem), яку запропонував Хасслер Уїтні з Прінстонського університету; є актуальною і до цього дня. Незважаючи на простоту визначення та формалізації задача, а так само відносну легкість теоретичного розв'язання (йдеться про малорозмірних одновимірних випадках, в яких задача може бути розв'язана за допомогою

найпростіших методів повного перебору) задача комівояжера є досить складною задачею відшукання оптимального шляху, що вимагає наявність потужного математичного та інженерного апаратів. Тому, починаючи з другої половини XX століття, дослідження задачі комівояжера стало мати здебільшого теоретичний сенс, де сама задача виступає в якості моделі для розробки нових алгоритмів оптимізації, які продовжують удосконалюватися і зараз.

Аналіз літератури. Методи розв'язання задачі комівояжера поділяються на теоретичні і евристичні. Теоретичні методи ґрунтуються на пошуку оптимального розв'язку шляхом перебору всіх можливих варіантів. Їх успішні програмні реалізації представлені цілим рядом останніх публікацій: з використанням динамічного програмування [1], метод гілок і меж [2], множників Лагранжа [3], що відтинають площини [4], композитні [5], інші [6 – 8]. Незважаючи на очевидне гідність даних методів, а саме, точність отриманого розв'язку, всі вони вимагають великого обсягу обчислень. Це пов'язано з алгоритмічної складністю задачі, а саме, оптимізаційна постановка задачі комівояжера відноситься до класу NP-важких завдань (з ростом числа міст вона не може бути розв'язана теоретичними методами за час, менше кількох мільярдів років). Необхідно відзначити, що активне вдосконалення ЕОМ не рятує ситуацію, що породжує розвиток наближених (евристичних) методів і їх композицій.

Аналіз літератури підтверджує успішне застосування евристичних методів до розв'язання задачі комівояжера, до останніх значних робіт в цій області можна віднести наступні:

модифікований алгоритм найближчого сусіда [9], заснований на POPMUSIC (Partial Optimization Metaheuristic Under Special Intensilcation Conditions) шаблоні;

поліпшені версії алгоритму бджолиної колонії [10], такі як combinatorial artificial bee colony optimization (CABC) и quick artificial bee colony optimization (qCABC);

метод пошуку сходженням до вершини (Fast heuristic) та його модифікації (Fast-2 heuristic, Fast-3 heuristic) [11], використовуючи алгоритм Керніган-Ліна як опорного (початкового) розв'язку;

використання можливостей розпаралелювання інших генетичних алгоритмів [12] і його модифікаційних композицій [13 – 15];

метод оптимізації, заснований на фізіології дерев (Tree Physiology Optimization, TPO), який розработаний у 2013 году А. Hanif Halim і застосований до задачі комівояжера в роботі [16].

Крім очевидних недоліків самих евристичних методів, існує досить серйозна проблема, пов'язана з їх неуніверсальністю. Часто, покладаючись на NPеквівалентність різних варіантів задачі комівояжера, дослідники ставлять задачу порівняльного аналізу можливостей пошуку глобальних оптимальних часу обчислень, статистичних розв'язків, характеристик і умов збіжності для кожного запропонованого ними евристичного алгоритму. При цьому тестування алгоритмів проходить на модельних задачах, що відрізняються від реальних, які мають складну економічну постановку. Останні, в свою чергу, вимагають перенастроювань поточних алгоритмів в кращому випадку або неможливість їх застосування взагалі, що є серйозною проблемою.

І якщо програмна реалізація евристичних методів вимагає глибоких знань в області різних програмноапаратних платформ, то запрограмувати алгоритм Літтла (окремий випадок методу гілок і меж), відомий з 1963 року, здавалося б, не повинно скласти ніяких труднощів. Широкий вибір щодо простих середовищ програмування (Java, Python, Matlab, C/C++, ...), представлений у вільному доступі, тільки сприятливо сприяє цьому. Однак, аналізуючи літературу, присвячену задачі комівояжера, наприклад, [17; 18], автори статті зіткнулися з однією достатньою серйозною помилкою в програмній реалізації даного методу, а саме, множина для розбиття вибиралася на поточній ітерації з двох поточних підмножин, отриманих в результаті останнього розбиття, здійсненого на попередній ітерації. Хоча, по суті, слід вибирати для розбиття множини з мінімальною межею з усіх можливих. З чого і витікає наступна постановка задачі даної статті.

Мета дослідження. Мета - підвищення ефективності програмної реалізацію алгоритму Літтла, яка вибирає для розбиття множини з мінімальною межею з усіх можливих гілок, а не з двох отриманих в результаті останнього розбиття. Метод Літтла застосовується до багатьох.

NP-повних задач донині. При цьому використовується евристичний підхід до вибору множини з межею, не більше, ніж мінімальна. Продемонструвати роботу програми на прикладі задачі комівояжера, а само на прикладі проїзду автомобілем між містами України, заданими реальною матрицею відстаней (в кілометрах).

Математична постановка задачі. Задача комівояжера може бути формалізована у вигляді моделі на графі G:=(V,E), де вершини графа V означають міста відправлення / призначення, а ребра між вершинами графа $\{i, j\}$ – це шляхи сполучення між містами. Тоді розв'язати задачу комівояжера означає знайти гамільтонів цикл з мінімальною вагою в повному зваженому графі G:

$$f = \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} c_{ij} \to \min$$
(1)

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \forall j = \overline{1, n}, \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \forall i = \overline{1, n} \quad (2)$$

Тут c_{ij} – відстань між і-й і j-й вершиною в графі; $x_{ij} \in \{0,1\}$ та $x_{ij} = 1$, якщо шлях проходить з і-ї вершини в j-ту та $x_{ij} = 0$ в іншому випадку.

Така постановка задача наводить на думку про моделі дискретної оптимізації, де шуканий маршрут представляється у вигляді значень множини змінних приналежності, а умовою того, що значення множини змінних визначать маршрут, є описані далі обмеження (3) – (4). Тобто, кожна вершина такого графа повинна бути інцидентною решті вершин через два ребра (вхідні і вихідні ребро):

$$\forall i \in V, \sum_{i \in V/i} x_{ii} = 2 \tag{3}$$

Таким чином, обмеження (3) – це умова кратності, при якому кожна вершина повинна мати одне вхідне і одне вихідне ребро. Однак, тут виникає проблема, пов'язана з тим, що умова (3) поширюється і на значення змінних, відповідних окремим циклам, де кожна вершина належить лише одному циклу, що в свою чергу породжує обмеження (4), а саме, умова усунення підмаршрутів:

$$\sum_{i \in S, j \notin S} x_{ij} \ge 2 \tag{4}$$

де S – множина вершин, таких, що

$1 \leq |S| \leq |V| - 1.$

У класичній літературі існують і інші підходи як до побудови математичних моделей задачі комівояжера, так і альтернативні умови усунення підшляхів. Автори статті привели модель задачі, описану (1) – (4), яка послужила основою написання програмного коду, наведеного нижче.

Програмна реалізація алгоритму Літтла з використанням евристики. Необхідно відзначити, що в загальному випадку метод являє собою повний перебір всіх можливих варіантів з вибраковуванням явно неоптимальні розв'язання. Програмна реалізація методу (алгоритму) включає два основних етапи – на першому етапі здійснюється приведення матриці витрат і розрахунок нижньої оцінки вартості маршруту; на другому, основному, етапі здійснюється програмна реалізація алгоритму Літтла. Евристика підключається на другому етапі в момент вибору множини з мінімальною оцінкою. Опис вдосконаленого алгоритму для пошуку оптимального маршруту наведено в табл. 1.

Наступним необхідним кроком є введення евристики в алгоритм (табл. 1, п. 5) в зв'язку з тим, що в алгоритмі гілок і меж фактично будується дерево, у вузлах якого приймається рішення вибрати ребро (h,k) або ні (см. табл. 1), і породжуються два розгалуження – Sw(h,k) та Sw/o(h,k). Далі, з введенням евристики, кращий варіант для наступної ітерації вибирається не тільки по оцінці, а й по глибині дерева, тому що чим глибше обраний елемент, тим ближче він до кінця підрахунку.

Таблиця 1 – Опис програмної реалізації алгоритму Літтла

· · ·	
Перший етап Приведення матриці витрат і обчислення нижньої оцінки вартості маршруту	Другий (основний) етап
 Обчислюємо найменший елемент в кожному рядку 	 Обчислення штрафу за невикористання для кожного нульового елемента наведеної матриці витрат. Штраф за невикористання елемента з індексом (h, k) в матриці означає, що це ребро не включається в наш маршрут, а значить мінімальна вартість «невикористання» цього ребра дорівнює сумі мінімальних елементів в рядку h і стовпці k а) Шукаємо усі нульові елементи в наведеній матриці б) Для кожного з них вважаємо його штраф за невикористання в) Вибираємо елемент, якому відповідав би максимальний штраф (будь-який, якщо їх декілька)
2. Переходимо до нової матриці витрат, віднімаючи з кожного рядка змінну, отриману в п.1	2. Тепер нашу множину S розбиваємо на множини, що містять ребро з максимальним штрафом (Sw) і не містять це ребро (Sw / o)
3. Обчислюємо найменший елемент в кожному стовпці	 3. Обчислення оцінок витрат для маршрутів, що входять в кожне з цих множин а) Для множини Sw/o оцінка витрат дорівнює сумі оцінки витрат множини S і штрафу за невикористання ребра (h, k) б) При обчисленні витрат для множини Sw візьмемо до уваги, що раз ребро (h, k) входить в маршрут, то значить ребро (k, h) в маршрут входити не може (див. умови (3) – (4)), тому в матриці витрат пишемо с (k, h) = infinity, а так як не одно ребро, що виходить з h, i неоднозначне ребро, що приходить в k, вже використовуватися не можуть, тому викреслюємо з матриці витрат рядок h i стовпець k в) Після цього наводимо матрицю, i тоді оцінка витрат для Sw дорівнює сумі оцінки витрат для S i r (h, k), де r (h, k) – сума констант приведення для зміненої матриці витрат
4. Переходимо до нової матриці витрат, віднімаючи з кожного стовпчика змінну, отриману в п.3. Як результат, маємо матрицю витрат, в якій в кожному рядку і в кожному стовпці є хоча б один нульовий елемент	4. З всіх нерозбитих множин вибирається та, яка має найменшу оцінку
5. Обчислюємо межу на даному етапі як суму змінних п.1 і 3 (дана межа буде вартістю, менше якої неможливо побудувати шуканий маршрут)	5. Підключаємо евристику

Наступним необхідним кроком є введення евристики в алгоритм (табл. 1, п. 5) в зв'язку з тим, що в алгоритмі гілок і меж фактично будується дерево, у вузлах якого приймається рішення вибрати ребро (h,k) або ні (см. табл. 1), і породжуються два розгалуження – Sw(h,k) та Sw/o(h,k). Далі, з введенням евристики, кращий варіант для наступної ітерації вибирається не тільки по оцінці, а й по глибині дерева, тому що чим глибше обраний елемент, тим ближче він до кінця підрахунку.

Програмний код, відповідний до описаного вище алгоритму гілок і меж з підключенням евристики, написаний на мові програмування php, представлений нижче.

В даний час немає усталеної точки зору на критерії порівняльної оцінки ефективності різних алгоритмів розв'язання задачі комівояжера [4; 5; 8; 17; 18]. Тому автори статті вирішили продемонструвати працездатність алгоритму на різних матрицях досить великих розмірів, які випадково генеруються, за допомогою порівняльного аналізу з алгоритмом повного перебору. Результати порівняльного аналізу показані на рис. 1 та 2.



Розмірність матриці

Рис. 1 - Порівняльний аналіз методу гілок і меж з підключенням евристики та методу повного перебору для випадкових матриць від 5х5 до 10х10 за часом



Кількість рядків в матриці

Рис. 2. - Максимальний і мінімальний витрачений час для матриць від 5х5 до 66х66

Застосування користувальницької програми до розв'язання задачі проїзду автомобілем між містами України, заданими реальної матрицею відстаней (у кілометрах). Розглядається наступна постановка задачі. Автомобіліст повинен відвідати певне число міст України (див. рис. 3) і повернутися в пункт відправлення. Визначити, в якому порядку він повинен об'їхати міста, щоб дорога зайняла найкоротший термін (всі пункти відвідуються один раз).

Як приклад роботи програми, нижче наведений перший ітераційний крок розбиття множини на дві підмножини.

	Київ	Сімферополь	Дніпро	Донецьк	Житомир	ІвФранківськ	Луганськ	Львів	Маріуполь	Харків	Одеса	Полтава	Рівне	Херсон	Хмельницький	Чернігів	Чернівці
Київ		826	476	729	140	585	810	541	740	478	475	340	328	567	324	142	511
Сімферополь			459	547	854	1144	707	1136	439	660	478	634	1042	266	895	963	1078
Дніпро				249	615	940	379	930	312	219	454	193	802	330	689	581	873
Донецьк					867	1188	146	1179	113	299	703	395	1035	529	939	837	1121
Житомир						444	948	402	896	617	503	478	189	594	184	283	371
ІвФранківськ							1138	133	1221	1062	793	923	276	884	253	727	138
Луганськ								1308	273	330	832	476	1151	689	1069	918	1250
Львів									1212	1018	786	880	212	877	237	685	297
Маріуполь										411	635	485	1082	421	972	850	1154
Харків											673	144	809	548	801	587	991
Одеса												583	692	218	544	613	728
Полтава													667	474	663	448	849
Рівне														783	193	472	325
Херсон															636	704	819
Хмельницький																467	187
Чернігів																	654
Чернівці																	

Рис. 3 - Вихідна матриця відстаней (у кілометрах)

Віднімання мінімумів по рядку подано у табл. 2.

Таблиця 2 – Віднімання мінімумів по рядку

	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	INF	287	589	0	445	510	401	600	338	335	200	179	427	184	0	368
2	560	144	281	588	878	281	870	173	394	212	368	767	INF	629	695	809
3	283	INF	56	422	747	587	737	119	26	261	0	600	137	496	494	493
4	616	87	INF	754	754	594	1066	0	186	590	282	913	416	826	722	1005
5	0	426	727	INF	304	648	262	756	477	363	338	40	454	44	141	228
6	452	758	734	311	INF	845	0	1088	929	660	790	134	751	120	118	117
7	537	618	594	675	865	INF	1035	0	57	559	203	869	416	796	643	974
8	408	748	1046	269	0	1015	INF	1079	885	653	747	70	744	104	550	161
9	627	150	0	783	1108	0	1099	INF	298	522	372	960	308	859	735	1038
0	334	26	155	473	918	26	874	267	INF	529	0	656	404	657	441	844
1	257	187	485	285	575	454	568	417	455	INF	365	465	0	326	393	507
2	196	0	251	334	779	172	736	341	0	439	INF	514	330	519	302	702
3	139	564	846	0	87	802	23	893	620	503	478	INF	594	4	281	133
5	140	456	755	0	69	725	53	788	617	360	479	0	452	INF	281	0
6	0	498	695	141	111	616	543	708	445	471	306	321	562	325	INF	509
7	324	453	934	184	66	903	110	967	804	541	662	129	632	0	465	INF

Знаходження мінімальних по рядках Мінімальний по рядках: 0 144 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 Майже нова хвилинна межа 3345 Результат віднімання мінімумів по рядку Віднімання мінімумів за стовпцями Знаходження мінімальних за стовпцями

Мінімальний за знаходження мінімальних по рядках и: 0 0 0 0 0 0 0 0 0 68 0 0 0 0 0 0 Нова хвилинна межа 3413

Результат віднімання мінімумів за стовпцями представлено у табл. 3.

	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	INF	287	589	0	445	510	401	600	338	267	200	179	427	184	0	368
2	416	0	137	444	734	137	726	29	250	0	224	623	INF	485	551	665
3	283	INF	56	422	747	587	737	119	26	193	0	600	137	496	494	493
4	616	87	INF	754	754	594	1066	0	186	522	282	913	416	826	722	1005
5	0	426	727	INF	304	648	262	756	477	295	338	40	454	44	141	228
6	452	758	734	311	INF	845	0	1088	929	592	790	134	751	120	118	117
7	537	618	594	675	865	INF	1035	0	57	491	203	869	416	796	643	974
8	408	748	1046	269	0	1015	INF	1079	885	585	747	70	744	104	550	161
9	627	150	0	783	1108	0	1099	INF	298	454	372	960	308	859	735	1038
0	334	26	155	473	918	26	874	267	INF	461	0	656	404	657	441	844
1	257	187	485	285	575	454	568	417	455	INF	365	465	0	326	393	507
2	196	0	251	334	779	172	736	341	0	371	INF	514	330	519	302	702
3	139	564	846	0	87	802	23	893	620	435	478	INF	594	4	281	133
5	140	456	755	0	69	725	53	788	617	292	479	0	452	INF	281	0
6	0	498	695	141	111	616	543	708	445	403	306	321	562	325	INF	509
7	324	453	934	184	66	903	110	967	804	473	662	129	632	0	465	INF

$1ao \pi u u g = Pesvii b ta$	т вілніман	HA WIHIMA	MIR 32	стовпиями
raomini s rosymbra	л відпілічн		min Su	Crobingham

Початок підрахунку штрафів у нулів

Підрахування ступеня у нулів: Кінець підрахунку штрафів у нулів

Максимуми по рядках: 118 193 26 87 40 140 57 136 56 26 324 26 4 117 111 70 (табл. 4).

Максимальний ступінь 0 знаходиться на позиціях

(11:14)

Межа, яка не містить ребро (14,2): 3413 та містить ребро 3413

Результат роботи програми наведено на рис. 4., а підрахування степенів у нулів подано у табл. 4.

(1:5)=0;	(3:12)=26;	(7:9)=57;	(10:12)=26;	(13:5)=4;	(16:1)=111;
(1:16)=118;	(4:9)=87;	(8:6)=136;	(11:14)=324;	(15:5)=0;	(17:15)=70
(2:3)=0;	(5:1)=40;	(9:4)=56;	(12:3)=0;	(15:13)=40;	
(2:11)=193;	(6:8)=140;	(9:7)=26;	(12:10)=26;	(15:17)=117;	

Таблиця 4 – Підрахування степенів у нулів по позиціям

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 Висновки. У статті розкрито ідею методу Літтла, показано можливості програмної реалізації даного методу і виявлено недоліки попередніх реалізацій, здебільшого пов'язані з відсутністю модернізованих евристичних підходів, що пояснюється наступним. Задача комівояжера (приклад проїзду автомобілем між містами України) полягає в пошуку самого вигідного маршруту. Тому необхідно зберігати попередні кроки (матрицю витрат), і при необхідності, перевіряти всі потенційні розв'язки на попередніх кроках.



Відповідь: шлях 13=>5=>1=>16=>6=>8=>17=>15=>13 довжина: 3798

Hac: 057682037353516

Рис. 4 - Розв'язання задачі комівояжера модифікованим алгоритмом Літтла з використанням авторської програми

Однак, такий підхід має на увазі тільки застосування повного перебору, що тягне за собою колосальні витрати часу і машинної пам'яті. Тому автори віддали перевагу евристичному підходу розв'язання задачі, який показав істотну швидкість порівняно з методом повного перебору. Швидкість роботи наведеної авторами програмної реалізації модифікованого алгоритму Літтла набагато вище, що дозволяє застосовувати останній замість повного перебору.

Список літератури

- Salii, Y. 'Revisiting dynamic programming for precedenceconstrained traveling salesman problem and its time-dependent generalization // European Journal of Operational Research, 2019. – 272(1), – pp. 32–42. <u>https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.06.003</u>
- Inayatullah, S. A Note on Branch and Bound Algorithm for Integer Linear Programming / S. Inayatullah, W. Riaz, H. A. Jafree, T. A. Siddiqi, M. Imtiaz, S. Naz, S. A. Hassan // Current Journal of Applied Science and Technology, 2019. – 34(6). – pp. 1–6. https://doi: 10.9734/cjast/2019/v34i630155
- Berger A. A time- and space-optimal algorithm for the many-visits TSP. Proceedings of the Thirtieth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms / A. Berger, L. Kozma, M. Mnich, R. Vincze // Society for Industrial and Applied Mathematics, 2019. – pp. 1770– 1782. https://doi:10.1137/1.9781611975482.106
- Kesen S. E. Integrated Production Scheduling and Distribution Planning with Time Windows / S. E. Kesen, T. Bektaş // Cham: Springer, Lean and Green Supply Chain Management, 2019. – pp. 231–252. <u>https://doi.org/10.1007/978-3-319-97511-5_8</u>
- Wu J. Mixed steepest descent algorithm for the traveling salesman problem and application in air logistics / J. Wu, L. Zhou, Z. Du, Y. Lv // Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2019. – 126. – pp. 87–102.

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 https://doi.org/10.1016/j.tre.2019.04.004

- O'Neil R. J. Decision diagrams for solving traveling salesman problems with pickup and delivery in real time / R. J. O'Neil, K. Hoffman // Operations Research Letters, 2019. – 47(3). – pp. 197– 201<u>https://doi.org/10.1016/j.orl.2019.03.008</u>.
- Tawhid M. A. Discrete sine-cosine algorithm (DSCA) with local search for solving traveling salesman problem / M. A. Tawhid, & Savsani, P. // Arabian Journal for Science and Engineering, 2019. – 44(4). – pp. 3669–3679. <u>https://doi.org/10.1007/s13369-018-3617-0</u>
- Paul, J. A. Shared Capacity Routing Problem An omni-channel retail study / Paul, J. A., Niels, S., Remy, K. & René, De // European Journal of Operational Research, 2019. – 273(2). – pp. 731–739. <u>https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.08.027</u>
- Taillard, É. D. POPMUSIC for the travelling salesman problem / É. D. Taillard, K. Helsgaun // European Journal of Operational Research, 2019. – 272(2). – pp. 420-429. <u>https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.06.039</u>
- Karaboga, D. Solving Traveling Salesman Problem by Using Combinatorial Artificial Bee Colony Algorithms / D. Karaboga, B. Gorkemli // International Journal on Artificial Intelligence Tools, 2019. – 28(01). – pp. 1950004:1–1950004:28. https://doi.org/10.1142/S0218213019500040
- Dell'Amico, M. Matheuristic algorithms for the parallel drone scheduling traveling salesman problem / Dell'Amico, M., Montemanni, R. & Novellani, S. // arXiv preprint arXiv:1906.02962, 2019. – pp. 1–18.
- Juneja, S. S. Travelling Salesman Problem Optimization Using Genetic Algorithm / S. S. Juneja, P. Saraswat, S. K. Chowdhary // 2019 Amity International Conference on Artificial Intelligence (AICAI), IEEE, 2019. – pp. 264–268. https://doi:10.1109/aicai.2019.8701246
- Varadarajan S. The massively parallel mixing genetic algorithm for the traveling salesman problem / S. Varadarajan, D. Whitley // Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, ACM, 2019. –pp. 872–879. https://doi.org/10.1145/3321707.3321772
- 14. Maity, S. A rough multi-objective genetic algorithm for uncertain constrained multi-objective solid travelling salesman problem /

S. Maity, A. Roy, M. Maiti // Granular Computing, 2019. – 4(1). – pp. 125–142. <u>https://doi.org/10.1007/s41066-018-0094-5</u>

- Singhal S. Hybrid Genetic Algorithm: Traveling Salesman Problem / S. Singhal, H. Goyal, P. Singhal, J. Grover // International Conference on E-Business and Telecommunications, Springer, Cham, 2019. – pp. 376–384. <u>https://doi.org/10.1007/978-3-030-24322-7_48</u>
- Halim A. H. Combinatorial optimization: comparison of heuristic algorithms in travelling salesman problem / A. H. Halim, I. Ismail // Archives of Computational Methods in Engineering, 2019. – 26(2). – pp. 367–380. <u>https://doi.org/10.1007/s11831-017-9247-y</u>
- Gilbert H. Optimizing a Generalized Gini Index in Stable Marriage Problems: NP-Hardness, Approximation and a Polynomial Time Special Case / H. Gilbert, O. Spanjaard // Algorithmica, 2019. – 81(7). – pp. 2653–2681. <u>https://doi.org/10.1007/s00453-019-00550-3</u>
- Pelofske E. Solving large Maximum Clique problems on a quantum annealer / E. Pelofske, G. Hahn, H. Djidjev // Cham: Springer, International Workshop on Quantum Technology and Optimization Problems, 2019. – pp. 123–135. <u>https://doi.org/10.1007/978-3-030-14082-3 11</u>

References (transliterated)

- Salii, Y. Revisiting dynamic programming for precedenceconstrained traveling salesman problem and its time-dependent generalization. European Journal of Operational Research. 2019. 272(1). Pp. 32–42. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.06.003
- Inayatullah, S., Riaz, W., Jafree, H. A., Siddiqi, T. A., Imtiaz, M., Naz, S. & Hassan, S. A. A Note on Branch and Bound Algorithm for Integer Linear Programming. Current Journal of Applied Science and Technology. 2019. 34(6). Pp. 1–6. https://doi: 10.9734/cjast/2019/v34i630155
- Berger, A., Kozma L., Mnich M. & Vincze R. A time- and spaceoptimal algorithm for the many-visits TSP. Proceedings of the Thirtieth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, Society for Industrial and Applied Mathematics. 2019. Pp. 1770– 1782. https://doi: 10.1137/1.9781611975482.106
- Kesen, S. E. & Bektaş T. Integrated Production Scheduling and Distribution Planning with Time Windows. Cham: Springer, Lean and Green Supply Chain Management. 2019. Pp. 231–252. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97511-5 8
- Wu, J., Zhou L., Du Z. & Lv Y. Mixed steepest descent algorithm for the traveling salesman problem and application in air logistics. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2019. 126. Pp. 87–102. https://doi.org/10.1016/j.tre.2019.04.004
- O'Neil, R. J. & Hoffman, K. Decision diagrams for solving traveling salesman problems with pickup and delivery in real time. Operations Research Letters. 2019. 47(3). Pp. 197–201. https://doi.org/10.1016/j.orl.2019.03.008.

- Tawhid, M. A.& Savsani, P. Discrete sine-cosine algorithm (DSCA) with local search for solving traveling salesman problem. Arabian Journal for Science and Engineering. 2019. 44(4). Pp. 3669–3679. <u>https://doi.org/10.1007/s13369-018-3617-0</u>
- Paul, J. A., Niels, S., Remy, K. & René, De Shared Capacity Routing Problem – An omni-channel retail study. European Journal of Operational Research. 2019. 273(2). Pp. 731–739. <u>https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.08.027</u>
- Taillard, É. D. & Helsgaun, K. POPMUSIC for the travelling salesman problem. European Journal of Operational Research. 2019. 272(2). Pp. 420–429. <u>https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.06.039</u>
- Karaboga, D. & Gorkemli B. Solving Traveling Salesman Problem by Using Combinatorial Artificial Bee Colony Algorithms. International Journal on Artificial Intelligence Tools. 2019. 28(01). Pp. 1950004:1–1950004:28.

https://doi.org/10.1142/S0218213019500040

- 11. Dell'Amico, M., Montemanni, R. & Novellani, S. *Matheuristic* algorithms for the parallel drone scheduling traveling salesman problem. arXiv preprint arXiv:1906.02962. 2019. Pp. 1–18.
- Juneja, S. S., Saraswat P. & Chowdhary S. K. *Travelling Salesman Problem Optimization Using Genetic Algorithm.* 2019 Amity International Conference on Artificial Intelligence (AICAI), IEEE. 2019. Pp. 264–268. https://doi:10.1109/aicai.2019.8701246
- Varadarajan, S. & Whitley, D. The massively parallel mixing genetic algorithm for the traveling salesman problem. Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, ACM. 2019. Pp. 872–879. <u>https://doi.org/10.1145/3321707.3321772</u>
- Maity, S., Roy, A. & Maiti M. A rough multi-objective genetic algorithm for uncertain constrained multi-objective solid travelling salesman problem. Granular Computing. 2019. 4(1). Pp. 125–142. https://doi.org/10.1007/s41066-018-0094-5
- Singhal S., Goyal H., Singhal P. & Grover J. *Hybrid Genetic Algorithm: Traveling Salesman Problem*. International Conference on E-Business and Telecommunications, Springer, Cham. 2019. Pp. 376–384. <u>https://doi.org/10.1007/978-3-030-24322-7_48</u>
- Halim A. H. & Ismail I. Combinatorial optimization: comparison of heuristic algorithms in travelling salesman problem. Archives of Computational Methods in Engineering. 2019. 26(2). Pp. 367–380. https://doi.org/10.1007/s11831-017-9247-y
- Gilbert, H. & Spanjaard, O. Optimizing a Generalized Gini Index in Stable Marriage Problems: NP-Hardness, Approximation and a Polynomial Time Special Case. Algorithmica. 2019. 81(7). Pp. 2653– 2681. <u>https://doi.org/10.1007/s00453-019-00550-3</u>
- Pelofske E., Hahn G. & Djidjev H. Solving large Maximum Clique problems on a quantum annealer. Cham: Springer, International Workshop on Quantum Technology and Optimization Problems. 2019. Pp. 123–135. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14082-3_11

Надійшла (received) 21.12.2024

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Місюра Євгенія Юріївна (Misiura Ievgeniia) – кандидат технічних наук, доцент, Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного НАН України (IEMC НАН України), доцент кафедри Економіко-математичного моделювання; м. Харків, Україна; тел.: (050)551-35-56; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-5208-0853</u>; e-mail: misuraeu@gmail.com

Місюра Сергій Юрійович (Misura Serhii) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: (050)984-57-15; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-5048-1610</u>; e-mail: <u>misurasy@gmail.com</u>

Сметанкіна Наталія Володимирівна (Smetankina Natalia) – доктор технічних наук, професор, Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного НАН України (ІЕМС НАН України), завідувач відділу вібраційних і термоміцнісних досліджень; м. Харків, Україна; тел.: (098)369-43-23; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0001-9528-3741</u>; e-mail: nsmetankina@ukr.net

УДК 68.13

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.315342

М. В. НЕКРАСОВА

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО ТА ШТУЧНИЙ ІНТЕЛЕКТ: ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО В НАВЧАННІ З ПІДКРІПЛЕННЯМ

Навчання з підкріпленням - технологія, що найбільш швидко розвивається, застосовується при створенні штучних інтелектуальних систем. На даний момент ця галузь досить швидко розвивається і є надзвичайно затребуваною. Багато дослідників по всьому світу активно працюють з навчанням з підкріпленням у різноманітних сферах: нейробіології, теорії управління, психології та багатьох інших. Метою даної роботи є обгрунтування можливості застосування методу Монте-Карло в навчанні з підкріпленням. Відомо, що основним у такому навчанні є фіксація аспектів реальної проблеми при взаємодії того, хто навчається з навколишнім світом для досягнення своєї мети. Тобто агент навчання повинен мати мету, пов'язану зі станом навколишнього середовища. Також необхідно мати можливість відчувати середовище та вчиняти дії, що впливають на нього. Формулювання завдання навчання з підкріпленням має враховувати все три аспекти – відчуття, дію та мету – у їх найпростіших формах. В статті показано, що методи Монте-Карло здатні вирішити проблеми навчання і з підкріпленням, бу у стохастичній задачі кожна дія має бути випробувана багато разів, щоб отримати надійну оцінку очікуваної винагороди. Щоб забезпечити доступність чітко визначених результатів, у статті розглядаються методи Монте-Карло лише епізодичних завдання. При цьому показане застосування нестандартного підходу до навчання із заздалегідь невідомими навчальними прикладами, які підбиралися автоматично, у процесі оптимізації. Таким чином, методи Монте-Карло можуть бути успішно інкрементними прикладами, які підбиралися автоматично, у процесі оптимізації. Таким чином, методи Монте-Карло зизи успішно інкрементними лише на рівні епізодів.

Ключові слова: навчання з підкріпленням, метод Монте-Карло, стани, модель, прийняття рішень, оптимальність, стратегія, вибірка, цінність, оцінка.

M. V. NEKRASOVA

MONTE-CARLO METHOD AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE: APPLICATION OF MONTE-CARLO METHOD IN REINFORCEMENT LEARNING

Reinforcement learning is the fastest growing technology used in the creation of artificial intelligence systems. At the moment, this field is developing quite rapidly and is extremely in demand. Many researchers around the world are actively working with reinforcement learning in various fields: neurobiology, control theory, psychology and many others. The purpose of this work is to substantiate the possibility of using the Monte Carlo method in reinforcement learning. It is known that the main thing in such learning is to fix aspects of a real problem during the interaction of the learner with the surrounding world to achieve his goal. That is, the learning agent must have a goal related to the state of the environment. It is also necessary to be able to feel the environment and take actions that affect it. The formulation of the reinforcement learning task should take into account all three aspects - sensation, action and goal - in their simplest forms. The article shows that Monte Carlo methods are able to solve reinforcement learning problems based on averaging the results of the sample. It is not possible to use only proven actions or only search for new ones - this is the problem, because in a stochastic problem each action must be tried many times to get a reliable estimate of the expected reward. To ensure the availability of well-defined results, the article considers Monte Carlo methods only for episodic tasks. In doing so, it shows the use of a non-standard approach to training with previously unknown training examples that were selected automatically during the optimization process. Thus, Monte Carlo methods can be successfully incremental only at the episode level.

Key words: reinforcement learning, Monte Carlo method, states, model, decision making, optimality, strategy, sampling, value, evaluation

Вступ. Якщо задуматися про те, як людина навчається, то, швидше за все, першим, що спадає на думку, буде ідея, що цей процес відбувається при взаємодії людини з довкіллям. Контакти з навколишнім середовищем, поза всякими сумнівами, є джерелом знань як і про саме людину, так і про навколишнє середовище. Причому цей процес триває протягом всього життя людини. Взаємодія з навколишнім середовищем дає повну інформацію про зв'язок причин і наслідків, про послідовність дій, які потрібно виконати, щоб досягти певних цілей. Саме навчання через взаємодію є тією основною ідеєю, на якій базуються майже всі теорії навчання та інтелекту.

Вивчення того, як зіставити ситуації з діями, щоб отримати максимальну вигоду, називається навчанням із підкріпленням. Той, хто навчається, не знає заздалегідь, які дії необхідно виконати, щоб максимізувати винагороду. Тому він повинен самостійно з'ясувати, які дії потрібно для цього зробити. До того ж, потрібно усвідомлювати, що вибір дії впливає не тільки на винагороду на даному етапі, але і на те, яку вигоду агент навчання хоче отримати надалі. Ці дві характеристики – пошук методом проб та помилок та відкладена винагорода – є двома найбільш важливими відмінними характеристиками навчання з підкріпленням.

Головне при навчанні з підкріпленням - це зафіксувати основні аспекти реальної проблеми при взаємодії учня з навколишнім світом задля досягнення своєї мети. Тобто агент навчання повинен мати мету, пов'язану зі станом довкілля. Також учень повинен мати можливість відчувати середовище і вчиняти дії, що впливають на нього.

Формулювання завдання навчання з підкріпленням має враховувати всі три аспекти – відчуття, дію та мету – у їх найбільш простих формах.

Агент навчання, щоб отримати найбільшу надає винагороду, як правило, перевагу вже тим, перевіреним діям, тобто які виявилися ефективними для нього у минулому і дали йому найкращу винагороду. Але він не зможе знайти такі дії, якщо раніше не мав подібного досвіду. Через це, однією з проблем, що виникає при навчанні з вивченням та підкріпленням, є компроміс між застосуванням. Виходить, що учень має використовувати те, що він вже випробував, щоб отримати винагороду, але він також повинен вивчити нове, щоб зробити найкращий вибір дій у майбутньому [1]. Агент навчання завжди повинен пробувати різні дії, надалі надаючи перевагу тим, які виявилися найкращими. Не можна використовувати лише перевірені дії або лише шукати нові - в цьому і полягає проблема.

У стохастичній задачі кожна дія має бути випробувана багато разів, щоб отримати надійну оцінку очікуваної винагороди. Дилема «вивчення – застосування» інтенсивно вивчається математиками протягом багатьох десятиліть, але досі залишається невирішеною.

Зазвичай виділяють ще чотири основні елементи крім агента навчання та середовища, що є складовими системи навчання з підкріпленням: 1. Стратегія. 2. Винагорода. 3. Цінність стану. 4. Модель середовища (необов'язково).

Зіставлення станів навколишнього середовища з діями, які мають бути виконані у цих станах, називається стратегією. Простіше кажучи, саме стратегія визначає те, який спосіб поведінки вибере агент навчання у конкретний час. У загальному випадку стратегія може бути випадковою. У деяких випадках вона виражається функцією або таблицею, у складніших варіантах – може навіть включати будь-які обчислення. Як правило, стратегії цілком достатньо для визначення поведінки агента навчання, вона є ядром агента.

Мета та постановка задачі. Метою завдання навчання з підкріпленням є винагорода - число, яке отримує той, хто навчається на кожному кроці середовища. Винагорода несе як позитивний зміст, так і негативний для агента навчання, тому що його основна мета – це максимізація загальної винагороди, яку агент планує отримати у довгостроковій перспективі. Якщо провести аналогію з біологією, то винагороду можна порівняти з досвідом болю чи задоволення. Якщо агент навчання отримав низьку винагороду після дії, обраної якоюсь стратегією, це може бути основою зміни стратегії у майбутньому. У загальному випадку винагороди можуть бути випадковими. Цінність стану – це загальна сума винагороди, яку агент навчання може отримати у майбутньому, починаючи з цього стану. Як видно з визначення, основною відмінністю цінності від винагороди є те, що вона визначає те, що добре у подальшій перспективі. Тобто конкретний стан може лавати невелика миттєва винагорола, але за ним можуть йти стани, які приносять високу вигоду, а отже, такий стан матиме високу цінність. Зворотна ситуація так само може бути правдою. Якщо провести людську аналогію, то цінності відповідають тому, наскільки той, хто навчається, задоволений або незадоволений тим, що його оточення перебуває у конкретному стані, тоді як винагороди у чомусь схожі із задоволенням, якщо значення вигоди високе, або з болем, якщо вигода низька.

Мета оцінки цінностей – отримання більшої винагороди. Без винагороди не може бути цінностей,

тому вони до певної міри первинні, а цінності – вторинні. Але, незважаючи на це, саме цінності цікавіші для прийняття та оцінки рішень. Оскільки цінність розглядає вигоду саме у довгостроковій перспективі, то вибір дій здійснюється саме на основі оціночних суджень, тобто таких дій, які призводять до станів найвищої цінності, а чи не найвищої винагороди. На жаль, визначити винагороди набагато легше, ніж цінності. Цінності необхідно обчислювати знову і знову з усієї послідовності спостережень, тоді винагороди злебільшого можна отримати безпосередньо із самого середовища. Найбільш важливий компонент практично всіх алгоритмів навчання з підкріпленням – це метод ефективної оцінки значень функції цінностей.

I, нарешті, останнім та необов'язковим елементом є модель навколишнього середовища. За допомогою моделі можна робити висновки про те, як поведе себе середовище, тобто завдання моделі — імітувати поведінку самого довкілля. За допомогою моделі можна розглядати можливі майбутні ситуації та, залежно від цього, приймати рішення про курс дій. Тобто моделі використовуються для планування: враховуючи стан та дію, вона може передбачити те, в якому стані виявиться довкілля, і відповідне йому винагороду.

Таким чином, якщо для вирішення завдань навчання з підкріпленням використовуються моделі та планування, то методи вирішення називаються методами, що базуються на моделях. Протилежністю цих методів є більш прості методи, які не використовують моделі, а навчаються методом проб та помилок.

Використання методу Монте-Карло для рішення сформульованої проблеми. Методи Монте-Карло – загальна назва групи чисельних методів. Вони базуються на отриманні якомога більшої кількості реалізацій випадкового процесу, який формується так, щоб його ймовірнісні характеристики збігалися з аналогічними величинами розв'язуваної задачі [2-5, 8,10].

Методи Монте-Карло здатні вирішити проблеми навчання із підкріпленням, ґрунтуючись на усередненні результатів вибірки. Щоб забезпечити доступність чітко визначених результатів, визначимо методи Монте-Карло лише для епізодичних завдань. Передбачається, що дані діляться на епізоди, які, так чи інакше, буде завершено, незалежно від того, які дії вибрано. Тільки після того, як епізод завершиться, може статися оцінювання цінності чи зміна стратегії. Таким чином, методи Монте-Карло можуть бути інкрементними лише на рівні епізодів.

Почнемо з розгляду методів Монте- Карло вивчення функції значення стану для заданої стратегії. Згадаймо, що цінність стану – це майбутня накопичена винагорода, починаючи з цього стану. Таким чином, можна оцінити вигоду, усереднивши результати отриманої вигоди після пройденого стану. Якщо кількість спостережень буде зростати, то кількість значень вигоди також буде збільшуватись. Отже, середнє значення вигоди буде прагнути до очікуваної величини. Ця ідея лежить в основі методів Монте-Карло.

Введемо такі позначення: нехай s – стан, π – стратегія. Враховуючи набір епізодів, які вийшли за допомогою застосування стратегії та проходження через стан, оцінимо цінність стану s за стратегії π . Ця величина буде позначатися як $v_{\pi}(s)$.

Відвідування s називається кожна поява стану s в епізоді. Звичйно, s може відвідати той самий епізод кілька разів. Назвемо перше відвідування в епізоді першим відвідуванням s. Метод Монте-Карло першого відвідування оцінює $v_{\pi}(s)$ як усереднення значення винагород, які відповідають першим відвідуванням s, тоді як метод Монте-Карло всіх відвідувань оцінює величину як середнє після всіх відвідувань s в епізодах. Ці два методи Монте-Карло дуже схожі, проте мають різні теоретичні характеристики.

Якщо кількість відвідувань сягає нескінченності, то результат, який виходить при використанні будьякого з вищезгаданих методів, сходить до v_π(s).

У методі Монте-Карло оцінка одного стану жодним чином не базується на оцінці будь-якого іншого стану. Таким чином, ці оцінки є незалежними одна від одної. Цей факт є важливою особливістю методів Монте-Карло.

Також цікавою особливістю даного методу є те, що обчислювальні витрати на оцінку значення одного стану не залежать від кількості станів. Тобто можна створити велику вибірку тільки необхідних для роботи епізодів, не звертаючи уваги на інші. І рахувати середнє значення вигоди лише для цієї вибірки. Така особливість робить методи Монте-Карло дуже корисними, якщо необхідно оцінити цінність тільки одного або деякої підмножини станів.

Якщо модель ϵ , то для визначення стратегій достатньо цінностей стану. Потрібно просто зробити крок і вибрати таку дію, яка призведе до найкращої винагороди. Але якщо модель відсутня, то таких даних буде недостатньо. І в такому разі краще оцінювати значення пар «стан – дія». Щоб значення були корисні під час обирання стратегії, потрібно явно оцінювати цінність кожної дії.

Таким чином, однією з основних цілей для застосування методів Монте-Карло є певна оцінка q*. Щоб досягти цього, спочатку розглянемо завдання оцінки стратегії.

Завдання оцінки стратегії з урахуванням значень дій полягає в тому, щоб оцінити $q_{\pi}(s,a)$ – очікувану вигоду на початку в стані s, виконуванні дії а та подальшому дотриманні стратегії л. Метод Монте-Карло для цього випадку такий самий, як і для розглянутого раніше випадку для значень стану, за винятком того, що тепер оцінюється пара «стан – дія», а не лише стан. Метод Монте-Карло всіх відвідувань оцінює цінність пари «стан – дія» як середнє значення вигоди, отриманої після всіх відвідувань. Метод Монте-Карло першого відвідування усереднює значення вигод після першого відвідування у кожному епізоді стану s і вибору в ньому дії а. Значення,

отримані під час використання цих методів, сходяться квадратично до справжніх значень очікуваних цінностей, оскільки кількість відвідувань кожної пари «стан – дія» наближається до нескінченності.

Єдина складність полягає у тому, що багато пар «стан – дія» можуть ніколи не бути відвідуваними. У випадку, коли π – детермінована стратегія, вигода враховуватиметься тільки для однієї з дій кожного стану. І тоді оцінки для інших дій не будуть покращуватися з досвідом, оскільки значення вигоди не будуть усереднюватися. Згадаймо, що метою вивчення значень цінності дій є наступне: допомога у виборі дій, доступних у кожному стані. Але тоді перелічене вище стає серйозною проблемою, тому що неможливо порівняти дії між собою, щоб вибрати найкращу, оскільки потрібно оцінити цінність всіх дій з кожного стану, а не тільки того стану, який на даний момент є переважним.

Необхідно забезпечити постійне вивчення для того, щоб оцінити стратегію через цінність дії. Щоб гарантувати, що всі пари «стан – дія» будуть відвідані нескінченну кількість разів при нескінченній кількості епізодів, потрібно вказати, що перший крок кожного епізоду починається в парі «стан – дія» і що кожна пара має відмінну від нуля ймовірність бути обраною в якості початку. Це називається припущенням про вивчаючі старти.

На жаль, на припущення про вивчаючі старти не можна покладатися в цілому, оскільки стартові умови не завжди можуть бути корисними. Наприклад, при навчанні безпосередньо на основі фактичної взаємодії з навколишнім середовищем, варіантом для забезпечення появи всіх пар «стан – дія» може бути підхід, який полягає у розгляді лише стохастичних стратегій з ненульовою ймовірністю вибору всіх дій у кожному стані.

Розглянемо, як можна використовувати оцінку методом Монте-Карло для апроксимації оптимальних стратегій.

Стратегія покращується у кілька разів, щоб наблизитись до функції цінності. Але й функція цінності, у свою чергу, постійно змінюється, щоб найбільш точно наблизитись до поточної стратегії. Кожен із цих двох видів створює постійно мінливу мету один для одного, тобто певної міри працюють один проти одного. Але, незважаючи на це, вони наближають до оптимальності і цінність, і стратегію.

Спочатку розглянемо метод класичної ітерації за стратегіями. Виконуватимемо кроки, що чергуються: спочатку повну її оцінку, потім повне поліпшення стратегії. Почнемо з довільної стратегії π_0 , а закінчимо оптимальною стратегією та оптимальною функцією цінності рис. 1.

$$\pi_0 \xrightarrow{E} q_{\pi o} \xrightarrow{I} \pi_1 \xrightarrow{E} q_{\pi 1} \xrightarrow{I} \pi_2 \xrightarrow{E} \cdots \xrightarrow{I} \pi_* \xrightarrow{E} q_*$$

Рис. 1 – Схема методу

Е→ позначає повну оцінку стратегії, а І→ – повне покращення стратегії. Реалізується багато епізодів, де приблизна функція цінності дії асимптотично

наближається до істинної функції. Припустимо, що спостерігатимемо нескінченну кількість епізодів і що, крім того, вони генеруватимуться за допомогою вивчаючих стартів. При цих припущеннях методи Монте-Карло будуть точно обчислювати кожне $q_{\pi k}$ для довільного π_k .

Стратегію можна покращити, зробивши її «жадібною» стосовно поточної функції цінності. Тоді будемо мати функцію «дія-цінність», отже, щоб побудувати «жадібну» стратегію, модель не знадобиться.

Для будь-якої функції цінність дії q, відповідної «жадібної» стратегії, це така стратегія, що для кожного s Є S обирає дію з максимальною цінністю:

$$\pi(S) = \arg\max_{a} q \ (s, a).$$

Потім можна покращити стратегію, побудувавши кожну π_{k+1} як жадібну по відношенню до q лк. Для всіх s \in S

$$q_{\pi k}(s, \pi_{k+1}(s)) = q_{\pi k}\left(s, \arg\max_{a} q_{\pi k}(s, a)\right) = \max_{a} q_{\pi k}(s, a) \ge q_{\pi k}(s, \pi_{k}(s)) \ge v_{\pi k}(s).$$

Тоді кожна стратегія π_{k+1} краща, ніж π_k , або дорівнює їй у тому випадку, якщо вони обидві є оптимальними стратегіями. Це, у свою чергу, гарантує, що весь процес сходиться до оптимальної стратегії та оптимальної функції цінності.

Таким чином, методи Монте-Карло можна використовувати для знаходження оптимальних стратегій, враховуючи лише вибірку епізодів, за відсутності інших знань про динаміку довкілля.

Практичне моделювання і результати. Щоб зрозуміти, як працює метод Монте-Карло практично, розглянемо наступний приклад. Зіграємо у карткову гру блекджек та обчислимо функцію цінності.

Суть гри блекджек полягає в наступному: необхідно зібрати карти таким чином разом, щоб сума була максимальною, але при цьому не перевищувала 21. Король, дама, валет мають значення 10, туз приймає значення 1 чи 11, тоді він називається граючим. Інші карти мають значення відповідно до свого номіналу. Гравець грає зі здаючим, незалежно від інших учасників. На початку гри їм обом дають по дві карти, одна з розданих карт відкривається. Гравець може взяти собі ще одну карту, або він може зупинитися. Якщо він зупиняється, то той, хто здає, бере собі карти з колоди доти, доки їх сума не виявиться більшою або дорівнює 17. Якщо гравець або здаючий отримує в сумі більше 21, то він програє. В інших випадках виграє той, у кого сума карт виявиться більше, ніж в іншого. У випадку рівної суми – нічия.

Для імітації довкілля скористаємося середовищем Blackjack бібліотеки Gym [6; 9; 11-15]. Вона описується так:

 Кожен епізод є марківським процесом прийняття рішень, на початку якого обидва учасники отримують свої дві карти, при цьому одна карта здаючого є відкритою.

- Епізод закінчується у разі, якщо хтось виграє або гра завершується нічиєю. Винагорода нараховується наприкінці епізоду: 1, якщо гравець виграв; 0 – нічия; -1 якщо гравець програв.
- У кожному раунді гравець має дві можливі дії: отримати ще одну карту (1) або більше не брати карти (0).

Подивимося, як працює це середовище. Для початку підключимо бібліотеки РуТогсh та Gym i створимо екземпляр навколишнього середовища Blackjack [7]:

Import torch import gym env = gym.make('Blackjack-v0')

Потім переведемо середовище у вихідний стан командою env.reset() та отримаємо наступний результат на рис. 2:

(10, 2, False)

Рис. 2 - Початковий стан

Повертаються три змінні, які визначають:

- Кількість очок у гравця у цьому випадку 10.
 Кількість очок у того, хто здає у цьому
- випадку 2. 3. Наявність граючого туза у гравця – у разі відсутня.

Можна попросити ще одну картку командою env.step(1). Отримаємо результат на рис. 3:

((19, 2, False), 0.0, False, { })

Рис. 3 – Результат роботи команди

Після виконання цієї команди повертаються три змінні стани (19, 2, False), винагорода, що дорівнює нулю в даному випадку, і ознака завершення епізоду - False. Після цього гравець перестає брати карти за допомогою команди env.step(0).

Після цього до дій приступає здаючий, і в цьому випадку гравець програє рис. 4.

((19, 2, False), -1.0, True, { })

Рис. 4 – Завершення гри

Тепер перейдемо до передбачення цінності для простої стратегії, коли гравець перестає брати карти, якщо він набрав 19 очок.

Для початку напишемо функцію, яка імітує епізод Blackjack під час проходження простий стратегії:

def run_episode(env, hold_score):
state = env.reset()
rewards = []
states = [state]
is_done = False
while not is_done:
action = 1 if state[0] < hold_score else 0
state, reward, is_done, info = env.step(action)</pre>

states.append(state) rewards.append(reward) if is_done: break return states, rewards

Тепер визначимо функцію, яка оцінює просту стратегію методом Монте-Карло першого відвідування:

from collections import defaultdict def mc_prediction_first_visit(env, hold_score, gamma, n episode):

V = defaultdict(float)

N = defaultdict(int)

for episode in range(n_episode):

states_t, rewards_t = run_episode(env, hold_score)

return_t = 0

G = {} for state_t, reward_t in zip(states_t[1::-1], rewards_t[::-1]):

return_t = gamma * return_t + reward_t G[state_t] = return_t for state, return_t in G.items(): if state[0] <= 21: V[state] += return_t N[state] += 1 for state in V: V[state] = V[state] / N[state] return V

Ця функція виконує такі дії: 1. Проганяє n_episode епізодів, слідуючи простий стратегії. 2. Обчислює доходи при першому відвідуванні кожного стану у кожному епізоді. 3. Усереднює доходи, отримані при першому відвідуванні кожного стану по всім епізодам, обчислюючи цим цінність. Стани, в яких гравець набрав більше 21 очка, ігноруються, тому що винагорода в них дорівнює -1.

Далі задаються початкові параметри ігри: кількість очок, при яких гра зупиняється, що дорівнює 19; коефіцієнт знецінення 1; кількість епізодів 500000:

hold_score = 19, gamma = 1, n episode = 500000.

Виконаємо передбачення методом Монте-Карло з даними параметрами, роздруковуємо функцію цінності, що вийшла, виведемо кількість станів:

value = mc_prediction_first_visit(env, hold_score, gamma, n_episode)

print('Функція цінності, обчислена методом МК першого відвідування:\n',

value)

print('Кількість станів:', len(value))

В результаті отримуємо кількість станів 280.

Висновок. Проведене дослідження дало змогу показати, наскільки ефективно можна визначити функцію цінності 280 станів у середовищі BlackJack за допомогою передбачення методом Монте-Карло. При цьому було застосовано нестандартний підхід до навчання із заздалегідь невідомими навчальними прикладами, які підбиралися автоматично, у процесі оптимізації. Наведено можливі шляхи покращення стратегії:

– Збільшення числа оптимізованих параметрів.

– Застосування інших способів винагороди агента.

Створення кількох конкуруючих між собою агентів збільшення простору варіантів.

Список літератури

- Sutton R., Barto A. Reinforcement Learning: An Introduction. MIT Press; second edition, 2018. 552 p. P. 115–124.
- da Silva, W B.; Dutra, J. C.; Knupp, D. C.; Abreu, L. A.; Silva Neto, A. J. Estimation of timewise varying boundary heat flux via Bayesian filters and Markov Chain Monte Carlo method. In Computational Intelligence in Emerging Technologies for Engineering Applications; Springer: Cham, Switzerland, 2020; pp. 137–153<u>ttps://doi.org/10.1007/978-3-030-34409-2_8</u>.
- Andrade, J.; Duggan, J. An evaluation of Hamiltonian Monte Carlo performance to calibrate age-structured compartmental SEIR models to incidence data. Epidemics 2020, 33, 100415. <u>https://doi.org/10.1016/j.epidem.2020.100415</u>
- Jin, Y. F.; Yin, Z. Y.; Zhou, W. H.; Horpibulsuk, S. Identifying parameters of advanced soil models using an enhanced transitional Markov chain Monte Carlo method. Acta Geotech. 2019, 14, 1925– 1947. https://doi.org/10.1007/s11440-019-00847-1
- Durmus, A.; Moulines, É.; Pereyra, M. A Proximal Markov Chain Monte Carlo Method for Bayesian Inference in Imaging Inverse Problems: When Langevin Meets Moreau. SIAM Rev. 2022, 64, 991– 1028. https://doi.org/10.1137/22M1522917
- 6. *Chollet*, F. Deep learning with PYTHON. Second edition, M a n n i n g SHELTER ISLAND, 2021, P.504.
- Subramanian, V. Deep Learning with PyTorch: A practical approach to building neural network models using PyTorch 1788626079, 9781788626071. Poct, 2018, P.262.
- Hellweger V, Fischer J-T, Kofler A, Huber A, Fellin W, Oberguggenberger M (2016) Stochastic methods in operational avalanche simulation—from back calculation to prediction. In: Paper presented at the international snow science workshop 2016 proceedings, Colorado, USA
- Півошенко В. В. Аналіз та експериментальне дослідження методу безмодельного навчання з підкріпленням / В. В. Півошенко, М. С. Кулик, Ю. Ю. Іванов, А. С. Васюра // Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2019. № 3. С. 40-49.
- Haskell W., and Huang W. "Stochastic Approximation for Risk-Aware Markov Decision Processes", Arxiv.org, 2018. [Electronic resource]. Available: <u>https://arxiv.org/pdf/1805.04238.pdf</u>.
- Dornheim J., Link N. and Gumbsch P. "Model-Free Adaptive Optimal Control of Sequential Manufacturing Processes Using Reinforcement Learning," arXiv.org, 2019. [Electronic resource]. Available: <u>https://arxiv.org/abs/1809.06646v1</u>
- 12. Lapan M. Deep Reinforcement Learning Hands-On, Packt Publishing Ltd, 2024, 716 p.
- 13. Marc J Bellemare, Will Dabney, Mark Rowland Distributional reinforcement learning, MIT Press, 2023. https://doi.org/10.7551/mitpress/14207.001.0001
- Kayakökü, Hakan & Guzel, Mehmet & Bostanci, Gazi Erkan & Medeni, Ihsan & Mishra, Deepti. (2021). A Novel Behavioral Strategy for RoboCode Platform Based on Deep Q-Learning. Complexity. 2021. pp. 1-<u>https://doi.org/10.1155/2021/9963018</u>
- 15. Dornheim J., Link N. and Gumbsch P. "Model-Free Adaptive Optimal Control of Sequential Manufacturing Processes Using

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 Reinforcement Learning," arXiv.org, 2019. [Electronic resource]. Available: https://arxiv.org/abs/1809.06646v1

References (transliterated)

- Sutton R., Barto A. Reinforcement Learning: An Introduction. MIT Press; second edition, 2018. 552 p. P. 115–124.
- da Silva, W. B.; Dutra, J. C.; Knupp, D. C.; Abreu, L. A.; Silva Neto, A. J. Estimation of timewise varying boundary heat flux via Bayesian filters and Markov Chain Monte Carlo method. In Computational Intelligence in Emerging Technologies for Engineering Applications; Springer: Cham, Switzerland, 2020; pp. 137– 153<u>ttps://doi.org/10.1007/978-3-030-34409-2</u> 8.
- Andrade, J.; Duggan, J. An evaluation of Hamiltonian Monte Carlo performance to calibrate age-structured compartmental SEIR models to incidence data. Epidemics 2020, 33, 100415. <u>ttps://doi.org/10.1016/j.epidem.2020.100415</u>
- Jin, Y. F.; Yin, Z. Y.; Zhou, W. H.; Horpibulsuk, S. Identifying parameters of advanced soil models using an enhanced transitional Markov chain Monte Carlo method. Acta Geotech. 2019, 14, 1925– 1947. https://doi.org/10.1007/s11440-019-00847-1
- Durmus, A.; Moulines, É.; Pereyra, M. A Proximal Markov Chain Monte Carlo Method for Bayesian Inference in Imaging Inverse Problems: When Langevin Meets Moreau. SIAM Rev. 2022, 64, 991– 1028. https://doi.org/10.1137/22M1522917
- 6. Chollet, F. Deep learning with PYTHON. Second edition, M a n n i n g SHELTER ISLAND, 2021, P.504.
- 7. Subramanian, V. Deep Learning with PyTorch: A practical approach to building neural network models using PyTorch 1788626079, 9781788626071. Poct, 2018, P.262.

- Hellweger V, Fischer J-T, Kofler A, Huber A, Fellin W, Oberguggenberger M (2016) Stochastic methods in operational avalanche simulation—from back calculation to prediction. In: Paper presented at the international snow science workshop 2016 proceedings, Colorado, USA
- Pivoshenko V. V. Analiz ta eksperymentalne doslidzhennia metodu bezmodelnoho navchannia z pidkriplenniam / V. V. Pivoshenko, M. S. Kulyk, Yu. Yu. vanov, A. S. Vasiura // Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu. 2019. № 3. pp. 40-49.
- Haskell W., and Huang W. "Stochastic Approximation for Risk-Aware Markov Decision Processes", Arxiv.org, 2018. [Electronic resource]. Available: <u>https://arxiv.org/pdf/1805.04238.pdf</u>.
 Dornheim J., Link N. and Gumbsch P. "Model-Free Adaptive
- Dornheim J., Link N. and Gumbsch P. "Model-Free Adaptive Optimal Control of Sequential Manufacturing Processes Using Reinforcement Learning," arXiv.org, 2019. [Electronic resource]. Available: https://arxiv.org/abs/1809.06646v1
- 12. Lapan M. Deep Reinforcement Learning Hands-On, Packt Publishing Ltd, 2020, 716 p.
- 13. Marc J Bellemare, Will Dabney, Mark Rowland Distributional reinforcement learning, MIT Press, 2023. https://doi.org/10.7551/mitpress/14207.001.0001
- Kayakökü, Hakan & Guzel, Mehmet & Bostanci, Gazi Erkan & Medeni, Ihsan & Mishra, Deepti. (2021). A Novel Behavioral Strategy for RoboCode Platform Based on Deep Q-Learning. Complexity. 2021. pp. 1- <u>https://doi.org/10.1155/2021/9963018</u>
- **15.** Dornheim J., Link N., and Gumbsch P. "Model-Free Adaptive Optimal Control of Sequential Manufacturing Processes Using Reinforcement Learning," arXiv.org, 2019. [Electronic resource]. Available: https://arxiv.org/abs/1809.06646v1

Надійшла (received) 12.11.2024

Відомості про авторів/ About the Authors

Некрасова Марія Володимирівна (Nekrasova Mariia) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків; Україна; тел.: (057)-707-64-54; ORCID: <u>https://orcid.org/0009-0006-9285-0740</u>; e-mail: <u>masha12dec@gmail.com</u>

УДК 539.3

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.316230

Р. Р. ВОЄДІЛО, В. В. ЛОБОДА

СИСТЕМА ТРЬОХ КОЛІНЕАРНИХ МІЖФАЗНИХ ТРІЩИН В ОБЛАСТІ СКІНЧЕННИХ РОЗМІРІВ

Розглядається біматеріальна область складена із двох прямокутників, з'єднаних по торцям однакової довжини. В областях жорсткого з'єднання виникли три тріщини довільної довжини і розташування. Вважається, що навантаження, прикладене по зовнішнім торцям прямокутників, направлене ортогонально до інтерфейсу. Для розв'язку задачі використовується програмний комплекс Abaqus. Створена сітка скінченних елементів із згущенням поблизу тріщин і особливо біля їх вершин. Використані восьмивузлові скінченні елементи лагранжевого типу. Проведено низку розрахунків на різних сітках з різним ступенем їх згущення, що дозволяє оцінити залежність результатів від параметрів сітки. Для спрощення та пришвидшення процесу моделювання була написана програма на мові Руthon, яка інтегрована в Abaqus як скрипт. Ця програма дозволяє швидко змінювати параметри тріщин, навантаження та властивості матеріалів, а також автоматично створювати нову сітку для кожної конфігурації. В якості параметра, що визначає можливість розвитку тріщини, використовувалась швидкість звільнення енергії. У випадку лінійних задач цей параметр дорівнює J-інтегралу для відповідної вершини тріщини. Використовувалась швидкість звільнення енергії. У випадку лиійних задач цей параметр дорівнює J-інтегралу для відповідної вершини тріщин. Проведено аналіз результатів обчислев на різних контурах навколо вершин, що дозволило встановити стабільність та збіжність отриманих результатів. При аналізі основна увага приділялась аналізу залежності розмірів області тріщин і розрахункової області. Відповідної вершини тріщин, які є найближчими до границь області. Для випадку області, набагато більдої області. Для вершин, проведено порівняня чисельних результатів. Відповідними аналітичними розв'язками і встановлено зростання швидкості звільнення енергії при аналізо основна.

Ключові слова: напруження, деформація, тріщина між двома матеріалами; розкриття тріщии, метод скінчених елементів, швидкість звільнення енергії.

R. R. VOIEDILO, V. V. LOBODA

SYSTEM OF THREE COLLINEAR INTERFACE CRACKS IN A FINITE SIZE DOMAIN

The study considers a bimaterial region composed of two rectangles joined along edges of equal length. Three cracks of arbitrary lengths and positions are formed at the rigidly bonded interface. It is assumed that the external load applied on the outer edges of the rectangles is directed orthogonally to the interface. The finite-element software Abaqus is used to solve the problem. A finite-element mesh with refined density near the cracks, especially around their tips, is created. Eight-node Lagrangian finite elements are employed. A series of calculations is carried out using different meshes with varying refinement levels to assess the sensitivity of results to mesh parameters. To simplify and accelerate the modeling process, a Python program integrated into Abaqus as a script was developed. This program enables rapid adjustments of crack parameters, loads, and material properties and automatically generates a new mesh for each configuration. The energy release rate was used as a parameter determining the possibility of crack development. In the case of linear problems, this parameter is equal to the J-integral for the corresponding crack tips. The used method of determining the J-integral is implemented through numerical integration over the nodes of the contours around the crack tips. The analysis of the results of calculations on different contours around the crack tips was carried out. It allowed us to establish the stability and convergence of the obtained results. The primary focus is on analyzing the dependence between the sizes of the crack dimensions, numerical results were compared with corresponding analytical solutions, demonstrating good agreement.

Keywords: stress, deformation, interface crack; crack opening, finite element method, energy release rate.

Вступ. Проблема дослідження систем тріщин між різнорідними матеріалами є критично важливою для ряду інженерних застосувань, зокрема у галузі матеріалознавства, механіки композитних матеріалів розробці багатошарових та при конструкцій. Незважаючи на значну кількість робіт, присвячених аналізу однієї тріщини на межі поділу матеріалів, питання взаємодії кількох тріщин у біматеріальних площинах досліджено набагато менше. Особливий інтерес становить вивчення впливу взаємодії тріщин на їхнє розповсюдження та руйнування матеріалів, що є актуальним для оптимізації міцності багатошарових структур.

Зараз найбільш повно досліджені поодинокі тріщини між двома матеріалами. Так в роботах [1-3] для дослідження вказаних тріщин використовувались аналітичні методи засновані на апараті теорії функцій комплексної змінної та задачі лінійного спряження. Чисельні методи для дослідження таких тріщин застосовувались в роботах [4-5]. Періодична система колінеарних тріщин між двома ізотропними матеріалами вперше була розглянута в роботі [6], після чого ця тема розвивалась в роботах [7-9]. У контексті анізотропних матеріалів такі проблеми вивчались в роботах [10-12]. Дослідження міжфазних тріщин у матеріалах з ускладненими фізичними характеристиками проведено в дослівженнях [13-14].

В той же час, система тріщин довільної довжини та взаємного розташування між двома ізотропними матеріалами залишається менш дослідженою, особливо щодо впливу відстаней між тріщинами на швидкість вивільнення енергії в області вершин. Аналітичний розв'язок плоскої задачі для трьох колінеарних тріщин між двома ізотропними півпросторами був наведеній в роботі [15].

У даній роботі досліджується аналогічна задача для системи з трьох колінеарних тріщин, але у області скінченних розмірів. Вершини тріщин можуть бути розташовані на довільній відстані одна від одної, що

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

дозволяє дослідити їх взаємний вплив на можливість розвитку тріщин та руйнування матеріалів.

В цій роботі також порівнюються результати, отримані аналітичним методом та чисельні розрахунки, виконані за допомогою програмного комплексу Abaqus, що дозволяє моделювати складні геометричні конфігурації та більш точно оцінювати такі критичні параметри, як коефіцієнти інтенсивності напружень та швидкість звільнення енергії.

Методика обчислення J-інтеграла в Abaqus перелбачає використання дискретних контурів, сформованих вузлами скінченно-елементної сітки. Значення Ј-інтегралу обчислюється через інтегрування по вузлах навколо вершин тріщин, що дозволяє отримати значення інтегралів на основі дискретних даних. Зокрема, чисельне моделювання в Abaqus дозволяє отримати розв'язки для випадків, де аналітичні методи стикаються з обмеженнями через складну конфігурацію тріщин, їх взаємодію та необхідність задовольняти граничним умовам в тілах скінченних розмірів. Це порівняння дозволяє краще зрозуміти поведінку тріщин у різнорідних матеріалах та дає можливість оптимізувати конструкції для забезпечення їх надійності.

Формулювання проблеми. Розглянемо систему трьох тріщин *AB*, *CE* та *HP* між двома прямокутними пластинами. Механічні характеристиками верхньої і нижньої пластини E_1, v_1 і E_2, v_2 , відповідно (рис. 1). Тріщини можуть мати довільну довжину і взаємне розташування, а півпростори знаходяться в однорідному полі розтягувальних (σ) і зсувних (τ) напружень.



Рис. 1 – Система із трьох тріщин. АВ, СЕ та НР, між двома ізотропними матеріалами.

Будемо використовувати метод скінченноелементного розв'язку задачі, який реалізовано в програмному комплексі Abaqus. Як було зазначено раніше, аналітичний підхід, що використовувався для нескінечної пластини не може бути безпосередньо застосований для скінченної області, тому в Abaqus ми повинні створити модель пластини із урахуванням границь розрахункової області.

Геометричні параметри моделі. Спочатку було створено двовимірну модель пластини із розмірами по координаті х (-2000, 2000) та по координаті у (-1500, 1500). Область з такими розмірами в подальшому будемо називати «Пластина 1». Вибір таких розмірів пластини забезпечує коректне моделювання та мінімізує вплив граничних умов на розподіл напружень і деформацій у безпосередній близькості до тріщин. Розташування тріщин визначається такими координатами: перша тріщина АВ — (-400, -380), друга *CE*— (-10, 10), третя *HP*— (380, 400). Вибір розмірів моделі пов'язаний з можливістю подальшого порівняння з аналітичним розв'язком, отриманим для Для коректності необмеженої області. такого порівняння мінімальна відстань до границь має перевищувати розмір критичної області (область тріщин) принаймні у 5 разів [17]. Отже, для нашої задачі область тріщин АР, розташована в межах від -400 до 400, тому відстань від початку координат до країв моделі вздовж осі х обирається такою, щоб вона була п'ятикратною півдовжині області тріщин.

Усі тріщини вважаються математичними розрізами без початкового розкриття, що характерно для розгляду більшості проблем механіки руйнування [1-3; 6]. Такий підхід дозволяє спростити чисельний аналіз, а також забезпечити можливість коректного порівняння з аналітичними розрахунками.

Таке співвідношення дозволяє мінімізувати граничні ефекти, які можуть вплинути на розрахунок напружено-деформованого стану навколо тріщин. Тут і в подальшому усі лінійні розміри подаються в міліметрах і за потреби можуть масштабуватися для інших систем одиниць.

Механічні властивості матеріалів. Модель пластини складається з двох зон, які мають різні механічні властивості. Пластина поділена віссю х, саме там відбувається контакт двох матеріалів. Верхня частина пластини має такі характеристики: модуль Юнга

 $E_1 = 10^{10}$ Па, коефіцієнт Пуассона $v_1 = 0.3$ Нижня частина пластини виготовлена з матеріалу із модулем Юнга

 $E_2 = 10^{11}$ Па та тим же коефіцієнтом Пуассона $v_2 = 0.3$. Таке поєднання матеріалів дозволяє врахувати неоднорідну механічну структуру моделі і вплив матеріальних параметрів на розвиток тріщин. До пластини прикладене однорідне розтягуюче механічне навантаження величиною 10 МПа, що діє вздовж осі *у*. Це навантаження може спричиняти розвиток тріщин та дозволяє аналізувати можливість руйнування матеріалу в умовах напруженого стану.

Створення моделі в Abaqus. Першим кроком чисельного моделювання є побудова геометрії пластини в програмному комплексі Abaqus. Для цього створюється двовимірна модель з відповідними координатами та механічними властивостями матеріалів, які були описані вище. Пластина поділяється на дві зони для кожного матеріалу з окремо визначеними механічними властивостями. Тріщини моделюються як лінійні розриви з берегами, на які не

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 діє безпосереднє навантаження, при цьому початкове розкриття тріщин вважається нульовим.



Рис. 3а – Загальний вид сітки

Дискретизація моделі та створення сітки. Одним iз найважливіших етапів чисельного моделювання є побудова якісної сітки скінченних елементів. Для використовувалась цього восьмивузлова сітка Лагранжевого типу, що забезпечує необхідну точність моделювання зв'язків між елементами та механічних властивостей матеріалів. Проте, оскільки основною метою моделювання було визначення J-інтеграла, що відображає швидкість звільнення енергії (ШЗЕ) під час росту тріщини, і є критичним параметром для оцінки стійкості матеріалу до руйнування, стандартної сітки недостатньо.

Тому особливу увагу було приділено побудові адаптивної сітки навколо тріщин, оскільки саме в цих зонах концентрація напружень є максимальною. Навколо кожної вершини тріщини було створено концентричні кругові сітки, розбиті на сектори. Всього таких вершин шість, оскільки кожна тріщина має по дві вершини. Загальний вигляд сітки показаний на Рис. 3a, а сітки в околі області тріщин та безпосередньо біля середньої тріщини - на рисунках 36 та 3e, відповідно. На рис. 3e додатково позначені чотири контури, по яких обчислювався J-інтеграл.



Рис.36 – Вигляд сітки в області тріщин



Рис. 36 - Вигляд сітки в околі середньої тріщини

Використання кругових елементів із розбиттям на сектори виправдане з кількох причин:

1. Концентрація напружень у вершинах тріщин: В зоні тріщини напруження розподіляються нерівномірно, а мають стрімкий ріст при підході до вершин тріщин. Стандартна прямокутна або трикутна сітка без згущення не може коректно передати цей розподіл, що призводить до похибок в обчисленні Ј-інтеграла.

2. Адаптивна сітка: Використання концентричн их кіл дозволяє зробити сітку більш щільною безпосередньо в зоні тріщини, при цьому зберігаючи більший розмір елементів у віддалених від тріщини ділянках. Це підвищує ефективність обчислень, зменшуючи кількість елементів без втрати точності.

3. Точність обчислень J-інтеграла: Оскільки Jінтеграл є контурним, важливо точно описати розподіл напружень і переміщень на контурах навколо вершин тріщин. Концентричні кругові сітки з секторами ідеально відповідають цій вимозі.

Альтернативні варіанти, такі як просте зменшення розміру елементів стандартної сітки, не могли б забезпечити належної точності без значного збільшення кількості елементів і часу на розрахунок.

Обчислення J-інтегралу. На дискретній скінченно-елементній сітці J-інтеграл обчислюється шляхом чисельного інтегрування по контурах навколо вершин тріщин. В Abaqus це реалізується через спеціальні контурні інтеграли, які використовують напружено-деформований стан у вузлах сітки.

Основні етапи обчислення:

1. Вибір контурів навколо вершини тріщини – створюються кілька замкнених контурів, концентричних до вершини тріщини, що дозволяє оцінити збіжність результатів.

2. Розрахунок енергетичних параметрів – Јінтеграл визначається через величини напружень, деформацій і переміщень, отримані у вузлах сітки.

3. Інтегрування методом Гауса – чисельне інтегрування здійснюється по сегментах кожного контуру, враховуючи елементи сітки.

Цей підхід дозволяє апроксимувати J-інтеграл за допомогою дискретних вузлових значень, забезпечуючи високу точність при достатньому згущенні сітки в зоні тріщини. Автоматизація процесу моделювання. Для спрощення та пришвидшення процесу моделювання була написана програма на мові Руthon, яка інтегрована в Abaqus як скрипт. Ця програма дозволяє швидко змінювати параметри тріщин, навантаження та властивості матеріалів, а також автоматично створювати нову сітку для кожної конфігурації. Такий підхід значно знижує витрати часу на налаштування моделі та дозволяє швидко аналізувати різні випадки для типових задач руйнування.

Цей скрипт є особливо корисним для проведення серій чисельних експериментів, оскільки він дозволяє

швидко змінювати ключові параметри, такі як розміри тріщин, відстані між ними та властивості матеріалів. Це дає можливість ефективно досліджувати вплив різних чинників на поведінку тріщин і їхній розвиток у матеріалі.

Обговорення результатів. У даному дослідженні було проведено числовий аналіз трьох тріщин у біматеріалі, що складається з двох ізотропних матеріалів

з різними механічними характеристиками. Характерис тики матеріалів, геометричні характеристики та розташування тріщин і навантаження описані вище

Контур	Ліва вершина (Л) (Н∙м)	Права вершина (Л) (Н·м)	Ліва вершина (Ц) (Н∙м)	Права вершина (Ц) (Н·м)	Ліва вершина (П) (Н·м)	Права вершина (П) (Н·м)
1	131.5	128.8	128.8	129.9	134.3	129.2
2	148.4	145.4	145.5	144.2	151.6	145.8
3	148.8	146.2	146.1	144.8	152.1	146.3
4	150.0	147.0	147.0	147.8	153.2	147.3

Таблиця 1 – Значенння Ј-інтегралів для різних вершин та контурів навколо них для Пластини 1

Розрахунки були здійснені шляхом знаходження J-інтегралів, отриманих на основі чотирьох контурів для кожної вершини тріщини. У таблиці 1 наведені віповідні результати знаходження J-інтегралу. Різні контури дозволяють оцінити інтенсивність напружень і енергію, що звільняється, у залежності від обраного шляху навколо тріщини. Результати наведені для лівої та правої вершин кожної тріщини. При цьому результати для лівої, центральної та правої тріщини позначені літерами «Л», «Ц» та «П», відповідно.

Із наведених результатів видно, що значення, отримані для першого контуру кожної вершини, значно відрізняються від наступних значень для інших контурів цієї ж вершини. Це пояснюється тим, що перші контури знаходяться дуже близько до вершин, де має місце дуже великий градієнт напружень і похідних від переміщень. Але значення на наступних контурах демонструють більш рівномірну поведінку і можуть бути використані в якості наближених значень Jінтегралів для відповідних вершин.

Були також проведені чисельні розрахунки для аналізу впливу розмірів пластини на критичні параметри тріщин. Вони були виконані у програмі Abaqus для двох конфігурацій пластини, параметри яких описані в заголовках таблиць 2 і 3:

Таблиця 2 — Значенння J-інтегралів для різних вершин та контурів навколо них для пластини розміром від -600 до 600 по осі х та від -450 до 450 по осі у (пластина 2).

Контур	Ліва вершина (Л) (Н·м)	Права вершина (Л) (Н·м)	Ліва вершина (Ц) (Н∙м)	Права вершина (Ц) (Н·м)	Ліва вершина (П) (Н·м)	Права вершина (П) (Н·м)
1	144.8	141.4	130.7	129.4	144.0	142.9
2	163.3	159.7	147.6	146.0	162.7	161.2
3	163.8	160.4	148.2	146.5	163.2	161.8
4	165.0	161.4	149.1	147.6	164.3	163.0

Таблиця 3 — Значенння J-інтегралів для різних вершин та контурів навколо них для пластини розміром від від -500 до 500 по осі х та від -200 до 200 по осі у (пластина 3).

Контур	Ліва вершина (Л) (Н·м)	Права вершина (Л) (Н·м)	Ліва вершина (Ц) (Н·м)	Права вершина (Ц) (Н·м)	Ліва вершина (П) (Н·м)	Права вершина (П) (Н·м)
1	148.0	146.2	137.1	140.4	146.4	147.3
2	166.9	165.1	154.8	158.4	165.4	166.2
3	167.4	165.9	155.4	158.9	165.9	166.8
4	168.6	166.9	156.4	160.1	167.0	168.0

Метою даного експерименту була перевірка впливу розмірів пластини та, відповідно, відстані від крайніх тріщин до меж пластини на значення Јінтегралу. Ці значення для різних вершин та контурів навколо них наведені в табл. 2 і табл. 3.

Порівняння результатів для трьох різних розмірів пластини показало, що зменшення відстані між тріщинами і межами пластини призводить до збільшення значень J-інтегралів особливо для тріщин, які найближче прилягають до меж пластини. Це свідчить про те, що при меншій відстані до країв пластини напружений стан біля тріщин стає більш інтенсивним, що може прискорити їх поширення.

Для зручності порівняння основні результати для усіх трьох розмірів пластини зведені у таблиці 4

Контур	Ліва вершина (Л) (Н∙м)	Права вершина (Л) (Н·м)	Ліва вершина (Ц) (Н·м)	Права вершина (Ц) (Н·м)	Ліва вершина (П) (Н·м)	Права вершина (П) (Н·м)
1	148.0	146.2	137.1	140.4	146.4	147.3
2	166.9	165.1	154.8	158.4	165.4	166.2
3	167.4	165.9	155.4	158.9	165.9	166.8
4	168.6	166.9	156.4	160.1	167.0	168.0

Таблиця 4 – Результати знаходження Ј-інтегралу для біматеріальної області різних розмірів.

Результати в табл. 4 відповідають розрахункам Јінтегралу по четвертому контуру. Вибір четвертого контуру зумовлений тим, що ближчі до вершини тріщини контури як правило дають менш точні результати через швидко змінні локальні деформації та напруження, що виникають навколо вершини тріщини. При цьому четвертий контур обирається достатньо близьким до відповідної вершини тріщини, щоб з найбільшою можливою точністю описати напружено-деформівний стан у зоні навколо тріщини.

Для випадку, коли розмір області набагато більший області тріщин (пластина 1) проведено порівняння чисельних результатів, наведених у першому рядку Табл. 4, з аналітичними. Результати обчислення швидкості звільнення енергії, для такої ж системи тріщин і такого ж навантаження отримані аналітично в статті [16] і згідно з результатами цієї статті значення ШЗЕ для усіх вершин тріщин є однаковими і дорівнюють 152,06 Н м. Порівняння показує, що отримані чисельні результати добре узгоджуються з аналітичними. Найбільша відмінність між ними має місце в лівій вершині середньої тріщини і складає 3,42%. Ця відмінність пов'язана в першу чергу з тим, що виконується порівняння результатів розрахунків для нескінченної i скінченної біматеріальних областей.

Порівняння розкриття центральної тріщини для пластин різних розмірів. На графіку рис.4 представлені результати моделювання розкриття центральної тріщини для пластин різних розмірів. Лініями I та II позначено переміщення верхнього і нижнього берегів тріщини, відповідно, для пластини з розмірами -600 до 600 по осі x і -450 до 450 по осі y, а III та IV — такі ж характеристики для пластини з меншими розмірами: -500 до 500 по осі x і -200 до 200 по осі y. Аналіз показує, що розкриття тріщини для меншої пластини (лінії III та IV) є більшим, що пов'язано зі зменшенням загальної жорсткості

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 пластини через її менші геометричні розміри. Це зумовлює більш локальну концентрацію напружень у зоні тріщини, що призводить до інтенсивного розкриття. У меншій пластині градієнт деформацій в зоні тріщини є вищим, тоді як у більшій пластині розподіл напружень є більш рівномірним завдяки її значним розміром.

Важливо також зазначити, що менша висота пластини (-200 до 200 по осі *y*) збільшує вплив граничних умов на зону тріщини, що посилює розкриття.

Таким чином, геометричні параметри пластини та її матеріальні властивості суттєво впливають на характер розкриття тріщини, визначаючи його інтенсивність і зону впливу.



Висновки. Проведено чисельне дослідження задачі плоскої деформації біматеріалу складеного із двох різнорідних прямокутників з трьома колінеарними тріщинами, розташованими вздовж межі розділу матеріалів, під впливом віддалених рівномірно розподілених розтягуючих напружень, ортогональних берегам тріщин. Застосовувався метод скінченних елементів з використанням пакету Abaqus. пришвидшення Для спрощення та процесу моделювання була написана програма на мові Python, яка інтегрована в Abaqus як скрипт. Ця програма дозволяє швидко змінювати параметри тріщин, навантаження та властивості матеріалів, а також автоматично створювати нову сітку для кожної конфігурації. Такий підхід значно знижує витрати часу на налаштування моделі та дозволяє швидко аналізувати різні випадки для типових задач руйнування. При побудові сітки проводилось зменшення розміру елементів при підході до тріщин і особливо до їх вершин.

Спочатку вважалось, що розмір області набагато сумарної довжини тріщин. більший Значення швидкостей звільнення енергії, отримані в цьому випадку, порівнювались з аналітичними розв'язками для нескінченної біматеріальної області з таким же розташуванням тріщин і таким же навантаженням. Встановлена їх хороша узгодженість, що підтверджує правильність методик що застосовуються. Проведені розрахунки також для областей, границі яких наближаються до тріщин. Встановлено зростання ШЗЕ для вершин тріщин, які є найближчими до границь області. Слід також відзначити що для тріщин, які розташовані на значній відстані одна від одної, чисельні результати для розкриття та ШЗЕ узгодженість iз демонструють значеннями, отриманими для однієї тріщини. Це означає, що при відстанях значних між тріщинами можна використовувати результати розрахунків, отримані для поодиноких тріщин.

Список літератури

- Hu K. Q., Jin H., Yang Z., Chen X. Interface crack between dissimilar one-dimensional hexagonal quasicrystals with piezoelectric effect // Acta Mechanica. – 2019. – Vol. 230. – P. 2455–2474. DOI: 10.1007/s00707-019-02404-z.
- Govorukha V., Sheveleva A., Kamlah M. A crack along a part of an interface electrode in a piezoelectric bimaterial under anti-plane mechanical and in-plane electric loadings // Acta Mech. – 2019. – Vol. 230, no. 6. – P. 1999–2012. DOI: 10.1007/s00707-019-2364-y.
- Govorukha V., Kamlah M., Sheveleva A. Influence of concentrated loading on opening of an interface crack between piezoelectric materials in a compressive field // Acta Mechanica. – 2015. – Vol. 226. – P. 2379–2391. DOI: 10.1007/s00707-015-1329-z.
- 4. Адлуцький В. Я., Левченко М. С., Лобода В. В. Скінченноелементний аналіз параметрів руйнування в п'єзоелектричному біматеріалі з міжфазною тріщиною при різних типах граничних умов на її берегах // Мат. методи та фіз.мех. поля. – 2021. – 64, № 4. – С. 55–67.
- Levchenko M., Lapusta Y., Loboda V. 3-D analysis of a crack with finite electrical permeability between two piezoelectric materials // Procedia Structural Integrity. – 2024. – Vol. 59. – P. 724–730. DOI: 10.1016/j.prostr.2024.04.103.
- Rice J. R., Sih G. C. Plane problems of cracks in dissimilar media // J. Appl. Mech. – 1965. – Vol. 32. – P. 418–423. DOI: 10.1115/1.3625818.
- Clech J. P., Keer L. M., Lewis J. L. An array of no-slip tensile cracks at a bimaterial interface // Eng. Fract. Mech. – 1986. – Vol. 23. – P. 889–911. DOI: 10.1016/0013-7944(86)90066-9.
- Hwu C. Explicit solutions for collinear interface crack problems // Int. J. Solids Struct. – 1993. – Vol. 30. – P. 301–312. DOI: 10.1016/0020-7683(93)90088-P.

- Noda N., Oda K. Interaction effect of stress intensity factors for any number of collinear interface cracks // Int. J. of Fract. – 1997. – Vol. 84. – P. 117–128. DOI: 10.1023/A:1007351114563.
- Hu Y., Huang Y., Zhong W. Collinear periodic cracks in anisotropic bimaterials // Int J. of Fract. – 1997. – Vol. 85. – P. 69–80. DOI: 10.1023/A:1007327904309.
- Boniface V., Banks-Sills L. Stress intensity factors for finite interface cracks between a special pair of transversely isotropic materials // Transactions of the ASME. – 2002. – Vol. 69. – P. 230–239. DOI: 10.1115/1.1456458.
- **12.** *Tafreshi A.* Analytical stress intensity factors and Jk-integrals of periodic and collinear interface cracks between dissimilar orthotropic materials // Fatigue Fract Eng Mater Struct. 2021. Vol. 44. P. 317–332. DOI: 10.1111/ffe.13367.
- **13.** Verma P. R. Magnetic-yielding zone model for assessment of two mode-III semi-permeable collinear cracks in piezo-electro-magnetic strip // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2022. Vol. 29. P. 1529–1542.
- 14. Hu K. Q., Gao C.-F., Zhong Z., Chen Z. T. Interaction of collinear interface cracks between dissimilar one-dimensional hexagonal piezoelectric quasicrystals // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 2021. – Vol. 101, no. 11. DOI: 10.1002/zamm.202000360.
- 15. Воєділо Р. Р., Лобода В. В. Біматеріальна площина з трьома міжфазними тріщинами // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2023. вип. 36, № 1. С. 12–24. DOI: 10.15421/4223102.

References (transliterated)

- Hu, K. Q., Jin H., Yang Z., Chen X. "Interface crack between dissimilar one-dimensional hexagonal quasicrystals with piezoelectric effect." Acta Mechanica, vol. 230, 2019, pp. 2455–2474, DOI:10.1007/s00707-019-02404-z.
- 2. Govorukha, V., Sheveleva, A., and Kamlah, M. "A crack along a part of an interface electrode in a piezoelectric bimaterial under anti-plane mechanical and in-plane electric loadings." Acta Mechanica, vol. 230, no. 6, 2019, pp. 1999–2012, DOI:10.1007/s00707-019-2364-y.
- 3. Govorukha, V., Kamlah, M., and Sheveleva, A. "Influence of concentrated loading on opening of an interface crack between piezoelectric materials in a compressive field." Acta Mechanica, vol. 226, 2015, pp. 2379–2391, DOI:10.1007/s00707-015-1329-z.
- 4. Adlutskyi, V. Ya., Levchenko, M. S., and Loboda, V. V. "Skinchennoelementnyi analiz parametriv ruinuvannia v piezoelektrychnomu bimateriali z mizhfaznoiu trishchynoiu pry riznykh typakh hranychnykh umov na yii berehakh." Matematychni metody ta fizyko-mekhanichni polia, vol. 64, no. 4, 2021, pp. 55–67.
- Levchenko, M., Lapusta, Y., and Loboda, V. "3-D analysis of a crack with finite electrical permeability between two piezoelectric materials." Procedia Structural Integrity, vol. 59, 2024, pp. 724–730, DOI:10.1016/j.prostr.2024.04.103.
- Rice, J. R., and Sih, G. C. "Plane problems of cracks in dissimilar media." Journal of Applied Mechanics, vol. 32, 1965, pp. 418–423, DOI:10.1115/1.3625818.
- Clech, J. P., Keer, L. M., and Lewis, J. L. "An array of no-slip tensile cracks at a bimaterial interface." Engineering Fracture Mechanics, vol. 23, 1986, pp. 889–911, DOI:10.1016/0013-7944(86)90066-9.
- Hwu, C. "Explicit solutions for collinear interface crack problems." International Journal of Solids and Structures, vol. 30, 1993, pp. 301– 312, DOI:10.1016/0020-7683(93)90088-P.
- Noda, N., and Oda, K. "Interaction effect of stress intensity factors for any number of collinear interface cracks." International Journal of Fracture, vol. 84, 1997, pp. 117–128, DOI:10.1023/A:1007351114563.
- **10.** *Hu*, *Y.*, *Huang*, *Y.*, *and Zhong*, *W.* "Collinear periodic cracks in anisotropic bimaterials." International Journal of Fracture, vol. 85, 1997, pp. 69–80, DOI:10.1023/A:1007327904309.
- Boniface, V., and Banks-Sills, L. "Stress intensity factors for finite interface cracks between a special pair of transversely isotropic materials." Transactions of the ASME, vol. 69, 2002, pp. 230–239, DOI:10.1115/1.1456458.
- 12. *Tafreshi, A.* "Analytical stress intensity factors and Jk-integrals of periodic and collinear interface cracks between dissimilar orthotropic materials." Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 44, 2021, pp. 317–332, DOI:10.1111/ffe.13367.
- 13. Verma, P. R. "Magnetic-yielding zone model for assessment of two mode-III semi-permeable collinear cracks in piezo-electro-magnetic

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 strip." Mechanics of Advanced Materials and Structures, vol. 29, 2022, pp. 1529–1542.

- Hu, K. Q., Gao, C.-F., Zhong, Z., and Chen, Z. T. "Interaction of collinear interface cracks between dissimilar one-dimensional hexagonal piezoelectric quasicrystals." Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 101, no. 11, 2021, DOI:10.1002/zamm.202000360.
- 15. Voiedilo, R. R., and Loboda, V. V. "Bimaterialna ploshchyna z troma mizhfaznymy trishchynamy." Problemy obchysliuvalnoi mekhaniky i mitsnosti konstruktsii, no. 36, issue 1, 2023, pp. 12–24, DOI:10.15421/4223102.

Надійшла (received) 26.11.2024

Відомості про авторів/ About the Authors

Воєділо Роман (Roman Voiedilo) – Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, аспірант афедри теоретичної та комп'ютерної механіки; м. Дніпро, Україна; ORCID: <u>https://orcid.org/0009-0002-2802-3864;</u> e-mail: <u>roman.voyedilo@gmail.com</u>

Лобода Володимир Васильович (Loboda Volodymyr) – доктор фізико-математичних наук, професор, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, завідувач кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки; м. Дніпро, Україна; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-0432-629X</u>; e-mail: <u>loboda@dnu.dp.ua</u>

УДК 004.891.2

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.316341

Д. В. БОНДАР, Є. В. БАСОВА, О. О. ВОДКА

АВТОМАТИЗАЦІЯ КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ ВЖИВАНИХ ДЕТАЛЕЙ НА ОСНОВІ 2D-ЗОБРАЖЕНЬ І НЕВІЗУАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ: ПІДХІД ДО ПОДОВЖЕННЯ ЖИТТЄВОГО ЦИКЛУ ВИРОБУ

У статті представлено методологію автоматизації контролю якості використаних деталей після їх розбірки, зосереджуючись на визначенні їхньої придатності до повторного використання. Запропонований підхід використовує 2D-зображення деталей, доповнені невізуальною інформацією, зокрема розмірами та історією експлуатації, для точної ідентифікації зношених або пошкоджених компонентів. Методологія складається з чотирьох етапів: отримання вихідних даних, сегментації отворів, класифікації масштабу та оптимізації, а також класифікації та валідації допусків діаметра. Використання моделі Mask R-CNN з механізмом уваги (SEBlock) у поєднанні з класифікатором Random Forest дозволило досягти високої точності виявлення дефектів, зокрема невідповідностей діаметрів отворів встановленим допускам. Результати дослідження продемонстрували середню точність класифікації на рівні 79%, із максимальними показниками прецизії, повноти та F1-оцінки у певних випадках. Система показала високу ефективність, уникаючи хибнонегативних результатів та мінімізуючи кількість хибнопозитивних помилок. Запропонована методологія є економічно ефективною, оскільки усуває потребу в дорогому 3D-сканувальному обладнанні, що спрощує її інтеграцію у виробничі лінії та ремонтні станції. Інтеграція багаторівневої 3D-концепції дозволяє враховувати геометричні параметри та мікроструктурні характеристики деталей на різних рівнях, що підвищує точність аналізу. Система має певні обмеження: вона може аналізувати лише один тип деталі за раз і не здатна виявляти особливості, невидимі на 2D-зображеннях. Водночає вона відкриває перспективи для подальших досліджень, спрямованих на вдосконалення методів аналізу поверхонь і використання багатокутового стереозору. Впровадження запропонованої системи сприяє підвищенню ефективності виробничих процесів, зменшенню витрат на закупівлю нових компонентів та підтримує екологічну сталість шляхом продовження життєвого циклу деталей. Подальші дослідження будуть зосереджені на адаптації методології для різних типів деталей і впровадженні підходів багатокутового стереозору для підвищення точності та надійності контролю якості.

Ключові слова: автоматизація контролю якості, повторне використання деталей, комп'ютерний зір, mask r-cnn, класифікатор, random forest, багаторівнева 3d-концепція, виявлення дефектів, машинне навчання, алгоритм, життєвий цикл.

D. BONDAR, Ye. BASOVA, O. VODKA

AUTOMATION OF QUALITY CONTROL FOR USED PARTS BASED ON 2D IMAGES AND NON-VISUAL INFORMATION: AN APPROACH TO EXTENDING THE PRODUCT LIFE CYCLE

This paper presents a methodology for automating the quality control of used parts after disassembly, focusing on determining their reusability. The proposed approach uses 2D images of the parts, supplemented with non-visual information, in particular dimensions and service history, to identify worn or damaged components accurately. The methodology consists of four steps: raw data acquisition, hole segmentation, scale classification and optimization, and diameter tolerance classification and validation. Using the Mask R-CNN model with an attention mechanism (SEBlock) in combination with the Random Forest classifier achieved high accuracy in detecting defects, particularly hole diameter mismatches with established tolerances. The study's results demonstrated an average classification accuracy of 79%, with maximum precisions, completeness, and F1 estimation in some instances. The system showed high efficiency, avoiding false negatives and minimizing false positives. The proposed methodology is cost-effective as it eliminates the need for expensive 3D scanning equipment, making it easy to integrate into production lines and repair stations. Integrating a multi-level 3D concept allows the geometric parameters and microstructural characteristics of parts to be considered at different levels, increasing the analysis's accuracy. The system has limitations: it can only analyze one part type at a time and cannot detect features not visible in 2D images. At the same time, it opens perspectives for further research to improve surface analysis methods and the use of multi-angle stereo vision. Implementing the proposed system contributes to more efficient manufacturing processes, reduces the cost of purchasing new components, and supports environmental sustainability by extending the life cycle of parts. Further research will focus on adapting the methodology for different part types and implementing polygonal stereovision approaches to improve the accuracy and reliability of quality control.

Keywords: quality control automation, reusable parts, computer vision, mask r-cnn, random forest, classifier, multi-level 3d concept, defect detection, machine learning, algorithm, life cycle.

Вступ. Зі зростанням екологічної свідомості та оптимізації необхідністю ресурсів повторне використання деталей після розбірки агрегатів набуває дедалі більшої актуальності у виробничій галузі. Під час ремонтів або технічного обслуговування виникає потреба у швидкому та точному визначенні придатності деталей для повторного використання. Інтеграція штучного інтелекту (ШІ) та машинного навчання (МН), зокрема через комп'ютерний зір (КЗ), відкриває нові можливості для побудови автоматизованих алгоритмів аналізу для контролю якості деталей після розбірки.

У статті висвітлено ключову роль КЗ в автоматизації оцінки стану деталей на основі 2Dзображень, доповнених невізуальною інформацією, якот розміри або історія експлуатації. Такий підхід дозволяє ідентифікувати зношені чи пошкоджені компоненти, оцінювати відповідність деталей встановленим допускам і ухвалювати рішення щодо їх придатності для повторного використання. Це є критично важливим у конвеєрних системах, де швидкість і точність оцінки визначають ефективність ремонтних робіт.

Традиційні методи оцінки стану деталей здебільшого покладаються на візуальний огляд та досвід працівників, що створює ризик суб'єктивності та помилок. Інтеграція багаторівневої 3D-концепції дозволяє створити комплексну систему аналізу, яка охоплює такі параметри, як шорсткість, твердість і фізико-механічні властивості компонентів на нано-, мікро-, мезо- та макрорівнях. Використання 3D-технологій, хоча й потребує значних ресурсів, забезпечує значно точніший аналіз стану деталей, доповнюючи методи, засновані на 2D-зображеннях.

Дослідження зосереджено на розробці алгоритмів контролю якості, здатних працювати в умовах

високого рівня зносу деталей та їхньої варіативності після тривалої експлуатації. Застосовуючи метрики комп'ютерного зору, як-от перетин над об'єднанням (IoU) та коефіцієнт Дайса, оцінюється ефективність і точність класифікації деталей. Багаторівнева 3Dконцепція дозволяє враховувати як геометричні параметри, так і фізико-механічні характеристики компонентів, що є критично важливим для ухвалення рішень про їх повторне використання. Особливу увагу приділено мінімізації часу обробки, що робить цю методологію придатною для роботи в реальному часі, зокрема у виробничих лініях та ремонтних станціях.

Ця робота спрямована на розвиток моделей та алгоритмів для автоматизованого контролю якості у процесах повторного використання деталей, пропонуючи практичні рішення для малих і середніх підприємств машинобудування. Впровадження таких інформаційних технологій здатне значно знизити витрати на закупівлю нових компонентів, підвищити ефективність виробництва та підтримати екологічну сталість за рахунок продовження життєвого циклу деталей.

У підсумку, дослідження демонструє, як інтеграція ШІ, КЗ і багаторівневої 3D-концепції може трансформувати процеси оцінки стану деталей після розбірки. Це забезпечує швидкі, точні та економічно вигідні рішення для визначення придатності компонентів ло повторного використання. нові можливості для підвищення відкриваючи конкурентоспроможності та інноваційного розвитку виробничих підприємств.

Огляд літератури. У сучасних промислових застосуваннях алгоритми глибокого навчання стали ключовим інструментом для виявлення поверхневих дефектів, що підтверджується низкою досліджень. Ameri та ін. (2024) [1] провели систематичний огляд підходів глибокого навчання, таких як CNN, GAN та пірамідальні мережі, підкреслюючи їх ефективність у детекції дефектів на промислових поверхнях. Саі та ін. (2024)[2] запропонували легку повністю конволюційну нейронну мережу для автоматичної ідентифікації, локалізації та вимірювання зварних швів і дефектів, що покращує точність контролю якості в складних виробничих умовах. Капд та ін. (2024) [3] представили метод BTDNet, який підвищує точність виявлення дефектів шляхом розкладання ненадійних завдань та використання допоміжних задач під керівництвом меж дефектів. У дослідженні Капд та ін. (2022) [4] розробили AFRNet, адаптивну мережу реконструкції ознак, яка використовує як зразки з дефектами, так і без них для покращення сегментації дефектів на друкованих платах. Ці дослідження демонструють, що інтеграція методів глибокого навчання дозволяє досягти високої точності та ефективності у виявленні дефектів, зменшуючи залежність від ручного контролю та підвищуючи автоматизацію виробничих процесів. Однак вони також підкреслюють виклики, пов'язані з потребою в великих обсягах даних та обробкою неточних анотацій,

що вимагає подальших досліджень для оптимізації моделей і їх адаптації до різних промислових сценаріїв.

У промислових застосуваннях важливо мати методи виявлення дефектів, які працюють у реальному часі та забезпечують високу ефективність. Liu та ін. (2024) [5] розробили без якорний детектор дефектів з глобальним і локальним підсиленням ознак, який ефективно вирішує проблеми складного фону, малих розмірів дефектів та їх нерегулярних форм, досягаючи високої точності при швидкості 46,1 кадрів за секунду. Zhang та ін. (2024) [6] представили TG-Net, систему для автоматичного виявлення дефектів на зображеннях високороздільних твердосплавних пластин, яка використовує шаблонні зображення для керування процесом виявлення, забезпечуючи баланс між точністю та ефективністю у виробничих умовах. Wei та ін. (2022) [7] запропонували MDGAN, метод генерації дефектних зображень з масками, який вирішує проблеми втрати фонової інформації та нестачі точних анотацій, дозволяючи генерувати високоякісні дефектні зразки та досягати нульового навчання у виявленні дефектів. Ці дослідження демонструють значний прогрес у створенні швидких та ефективних методів виявлення дефектів, які є критичними для застосувань у реальному часі. Вони підкреслюють важливість інноваційних архітектур нейронних мереж та використання генеративних моделей для покращення систем контролю якості. Загалом, впровадження таких методів сприяє підвищенню продуктивності та якості виробництва шляхом своєчасного виявлення дефектів та зниження витрат.

Моніторинг процесів та контроль якості є ключовими для забезпечення стабільності та підвищення ефективності. Asadi та ін. (2024) [8] представили новий підхід до внутрішнього лазерної дротяної прямої моніторингу процесу енергетичної депозиції, використовуючи глибокі нейронні мережі для сегментації та аналізу зон плавлення, що сприяє покращенню стабільності процесу та якості кінцевих виробів. Levichev та ін. [9] запропонували віртуальний сенсор для оптимізації якості та продуктивності в лазерному полуменевому різанні, який поєднує теплову модель та інфрачервоні термографічні вимірювання для оцінки температури пластин і коригування параметрів різання в режимі реального часу. Plankovskyy та ін. (2020) [10] розробили математичну модель та ефективний алгоритм оптимізації для різання неправильних об'єктів з прямокутного металевого листа, враховуючи технологічні обмеження та покращуючи використання матеріалів. Ці дослідження підкреслюють важливість застосування штучного інтелекту та оптимізаційних методів у моніторингу процесів та контролі якості, що дозволяє підвищити продуктивність та якість продукції в різних галузях промисловості.

Через обмеженості даних для тренування моделей глибокого навчання, використання синтетичних даних та методів розширення датасету набуває все більшої важливості. Wang та ін. (2023) запропонували

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

методологію створення синтетичних датасетів для сегментації арматури з використанням Mask R-CNN, що дозволяє автоматизувати процес анотування та покращити продуктивність моделей без значних витрат часу та ресурсів [11]. Їх дослідження показало, що поєднання реальних та синтетичних даних підвищує точність передбачень, що свідчить про ефективність синтетичних даних у доповненні реальних. Bondar та ін. (2024) показали перспиктиви поєднання візуальної та не візуальної інформації для аналузу процесів з високою кількістю помилок [12]. Нап та ін. (2022) застосували методи розширення даних та покращені функції втрат у моделі Mask R-CNN для точного вимірювання морфологічних характеристик риб, демонструючи, як подібні підходи можуть бути інших галузях ефективними в [13]. Вони використовували різноманітні перетворення зображень для симуляції реалістичних сцен та підвищення стійкості моделі до варіацій у даних. Ці дослідження підкреслюють важливість синтетичних даних та методів розширення датасету у підвищенні точності та надійності моделей глибокого навчання в умовах обмежених реальних даних. Використання таких підходів сприяє вирішенню проблеми нестачі даних та дозволяє розширити застосування моделей у різних промислових та наукових сферах.

У сфері ефективних архітектур нейронних мереж їх різноманітних застосувань спостерігається та значний прогрес завдяки впровадженню інноваційних Кіт та ін. (2023) [14] розробили метолів автоматизований процес оцінки якості винограду сорту Shine Muscat, використовуючи методи сегментації об'єктів на основі Mask R-CNN. Вони досягли високої точності виявлення ягід винограду, що демонструє потенціал цих методів у сільськогосподарських застосуваннях. López-Acevedo та ін. (2024) [15] застосували комп'ютерний зір та штучний інтелект для автоматичного виявлення кар'єрів з видобутку агрегатів з супутникових зображень, що сприяє сталому управлінню ресурсами та плануванню земельних ресурсів. Це підкреслює важливість технологій комп'ютерного зору в екологічному моніторингу та управлінні. Крім того, Sun та ін. (2023) [16] представили RRR-Net, метод перевикористання, редукції та переробки глибоких нейронних мереж, який дозволяє зменшити розмір моделей та час їх інференції без значної втрати продуктивності. Вони успішно зменшили ResNet152, зберігаючи високу точність на задачах класифікації зображень. Ці дослідження демонструють, що ефективні архітектури нейронних мереж можуть бути адаптовані для різних галузей, від сільського господарства до екологічного моніторингу, забезпечуючи при цьому високу продуктивність та економію ресурсів. Загалом, інтеграція оптимізованих нейронних мереж сприяє підвищенню ефективності та точності в різних прикладних сферах.

Для прогнозування властивостей матеріалів та аналізу структурних елементів значний інтерес викликає застосування глибоких нейронних мереж та математичних моделей. Kharrazi та ін. (2024) розробили три оптимальні двовимірні конволюційні нейронні мережі (CNN) для прогнозування залишкової міцності бетону на стиск після високотемпературного впливу [17]. Їхні моделі демонструють високу точність, підкреслюючи критичну роль температурного режиму, особливо пікової температури, у впливі на залишкову міцність бетону. Це дозволяє швидко та економічно оцінювати стан пошкодженого вогнем бетону без потреби в трудомістких експериментальних тестах. Шаповалова та Водка (2021) представили дворівневі математичні моделі для визначення напруженого стану та ресурсу пластини з отвором, враховуючи внутрішню мікроструктуру матеріалу [18]. Їхній підхід дозволяє оцінювати механічні властивості матеріалу на основі аналізу його мікроструктури, що підвищує точність прогнозів і виявляє критичні зони можливих пошкоджень. Обидва дослідження підкреслюють важливість інтеграції сучасних методів моделювання та аналізу для покращення надійності та довговічності конструкцій, сприяючи розвитку більш ефективних систем контролю якості та прогнозування ресурсів матеріалів.

Методологія. Методологія являє собою комплексне програмне забезпечення 3 чотирьохетапним процесом для виявлення отворів і класифікації їх на основі встановлених допусків. Перевірка допусків отворів є критично важливою через зміну їхніх розмірів унаслідок зношування під механічним навантаженням, теплової деформації, корозії, пошкоджень під час монтажу чи демонтажу, а також акумулювання напружень, що впливає на функціональність і придатність деталей до повторного використання.

Інтеграція багаторівневої 3D-концепції додає новий рівень деталізації до процесу перевірки допусків, дозволяючи враховувати зміни в параметрах на нано-, мікро-, мезо- та макрорівнях. Цей підхід дозволяє не тільки виявляти фізичні деформації отворів, але й аналізувати інші фактори, такі як шорсткість поверхонь або локальні відхилення від заданих характеристик.

Перший етап - етап отримання вихідних даних включає алгоритм отримання високоякісних зображень деталей після розбірки та метаданих про них (розміри, історія експлуатації). Використовуючи камеру високої роздільної здатності (до 20 Мп), отримуються зображення деталей, зокрема отворів, для подальшого Забезпечується масштабування аналізу. навіть найменших деталей для підтримання однорідності якості вхілних даних. Приклад синтетично згенерованого зображення деталей наведено на рис. 1.

Тут датасет складається з синтетичних зображень та метаданих, згенерованих для 1000 деталей за допомогою фреймворку CadQuery2, анотуваних для розташування отворів за допомогою VGG Image Annotator. Цей метод забезпечує узгоджену якість вхідних даних шляхом центрування та масштабування деталей в межах кадру зображення, що є основою для подальшого алгоритмічного аналізу.

Рисунок 2 ілюструє фотографію монтажної пластини з різними конфігураціями отворів, що є прикладом типів компонентів, які були синтетично згенеровані в цьому дослідженні. Розробка та впровадження системи здійснюється на платформі РуТогсh та РуТогch Lightning, що забезпечує надійність та ефективність розгортання моделей глибокого навчання.



Рис. 1 - Приклад оригінального зображення



Рис. 2 - Приклад реальної пластини з отворами

Продуктивність в першу чергу оцінюється за часом обробки, з вторинними метриками, включаючи перетин над об'єднанням (IoU) для точності обмежувальних рамок та коефіцієнт Дайса для якості сегментації. Це забезпечує ефективність системи в реальних умовах оцінки придатності деталей після розбірки.

Другий етап - сегментація отворів. Для виявлення отворів використовується алгоритм Mask R-CNN з основою ResNet50 FPN v2, покращена за допомогою SEBlock (Squeeze-and-Excitation Block). Введення механізмів уваги дозволяє системі зосереджуватися на релевантних ознаках. На мезорівні аналізуються локальні дефекти, такі як нерівності країв або мікротріщини, критичні для точного функціонування деталей.

Формально, IoU (Intersection over Union) застосовується для оцінки якості сегментації (1):

$$I_o U = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|},\tag{1}$$

де A - прогнозована область, B - реальна анотація знайденого отвору

Третій етап - класифікація масштабу та оптимізація. Для класифікації масштабу використовується модель на основі алгоритму Random Forest зі 100 деревами та критерієм Джині. Визначення відповідного масштабу дозволяє уточнювати прогнози. На мікрорівні аналізуються дані про шорсткість поверхонь, що впливає на відповідність допускам.

Дивіться послідовну діаграму наступних кроків на рис. 3.



Рис. 3 - Діаграма послідовності чотирьохетапної інформаційної системи.

Масштабування діаметра відбувається за формулою:

$$D_{\phi a \kappa \tau} = \frac{D_{\text{Mac}}}{S},\tag{2}$$

де *Dмас* — масштабований діаметр, *S* — коефіцієнт масштабу.

Кореляція положення центру отвору може бути записана так (3)

$$C' = C \cdot S, \tag{3}$$

де *С* - координати центру отвору у вихідній системі, С' - скориговані координати, *S* — коефіцієнт масштабу.

Четвертий етап - класифікація та валідація допусків діаметра. На останньому етапі класифікація визначає відповідність виявлених отворів

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 встановленим допускам. Застосовуються метрики, такі як точність, прецизія, повнота, F1-оцінка та коефіцієнт кореляції Метьюса (МСС) для оцінки результатів. Класифікатор Random Forest дозволяє надійно визначити придатність деталей для повторного використання.

Ця методологія є особливо актуальною для процесів, пов'язаних з оцінкою стану деталей після експлуатації, де важливо швидко та точно визначити, чи відповідають отвори та інші характеристики деталей встановленим допускам для повторного використання. Вона покращує загальну точність прогнозування та час обробки, дозволяючи здійснювати виявлення дефектів майже в реальному часі, що є критичним для конвеєрних систем під час розбірки або ремонтних робіт.

Результати роботи. Проведене дослідження підтвердило ефективність запропонованої інформаційної системи для виявлення дефектів деталей після їх розбірки та оцінки придатності до повторного використання. Алгоритм комп'ютерного зору, що базується на основі Mask R-CNN, доповненій модулем уваги (SEBlock), у поєднанні з класифікатором за алгоритмом Random Forest, продемонстрував високу точність у визначенні дефектів отворів та перевірці їх відповідності заданим допускам.

Інтеграція багаторівневої 3D-концепції дозволила суттєво підвищити рівень деталізації аналізу. На макро- та мезорівнях система забезпечує виявлення геометричних деформацій, у той час як на мікро- та нанорівнях аналізуються шорсткість поверхні, локальні пошкодження та інші критичні параметри, що впливають на довговічність деталей.

Система машинного навчання, що поєднує алгоритми Mask R-CNN та Random Forest, досягла середньої точності класифікації на рівні 79%, при цьому в окремих випадках досягала максимальної прецизії, повноти та F1-оцінки (100%). Однак, мінімальні відхилення були виявлені на нижчих масштабах. Зокрема, масштаби від 1 до 10 демонстрували здатність моделі адаптуватися до деталей різних розмірів, що відображає гнучкість алгоритму. У процесі тестування:

- хибнонегативні результати: повністю відсутні для усіх прикладів
- хибнопозитивні помилки: не перевищували 2% від загальної кількості

Це свідчить про високу ефективність системи, зокрема в уникненні критичних помилок для задач повторного використання деталей.

Оцінка точності вимірювань показала такі результати:

- середньоквадратична помилка (MSE) діаметра: становила 0,81 мм, що є прийнятним для практичного застосування.
- Середні абсолютні помилки координат: 0,22 мм (Х) та 0,16 мм (Ү), що забезпечує точне визначення положення отворів.

На мезорівні додатково враховуються параметри симетрії та концентричності отворів, що підвищує точність прогнозів для складних форм. Варто зазначити, що похибки для координат та діаметра були трохи вищими на рівні зображень у порівнянні з рівнем деталей, але використання Random Forest покращило загальну точність.

Візуалізація результатів представлена на рисунку під номером 4. Червоні рамки позначають отвори, які не відповідають заданим допускам, тоді як зелені рамки ідентифікують придатні отвори. Інтеграція 3Dінформації у візуалізацію дозволяє додатково відобразити такі параметри, як шорсткість та глибина отворів, створюючи більш повну картину для оцінки. Такий підхід не лише підвищує якість аналізу, але й спрощує інтерпретацію результатів та прийняття рішень.



Рис. 4 - Візуалізація знайдених дефектів

Дослідження є вагомим кроком Висновки. уперед у напрямі автоматизації контролю якості деталей після розбірки для оцінки їх придатності до повторного використання. Запропонована методологія базується на алгоритмі, який використовує 2Dзображення, доповнені невізуальною інформацією. Алгоритм успішно інтегрує виявлення отворів і пов'язаних із ними дефектів, що виникають у процесі експлуатації деталей. Результати показали, шо використання спрощених 2D-представлень разом із технологіями масштабування та механізмами уваги Mask R-CNN) поєднанні (наприклад, у 3 класифікатором Random Forest дозволяє досягати високої точності виявлення дефектів, зокрема невідповідностей діаметрів отворів встановленим допускам.

За допомогою метрик просторової близькості та різниці діаметрів система досягла високих показників точності, включаючи F1-оцінку 1, що свідчить про її збалансовану й ефективну здатність до виявлення. Інтеграція модуля AttentionMaskPredictor, який зосереджується на релевантних ознаках через механізм каналової уваги, додатково підвищила точність виявлення дефектів.

Контроль допусків отворів є критично важливим, оскільки їх розміри можуть змінюватися під впливом різних чинників: зношування через механічне навантаження, теплової деформації, корозії, пошкоджень під час монтажу та демонтажу, а також накопичення напружень. Ці зміни безпосередньо впливають на функціональність деталей і їх придатність до повторного використання.

Новизна підходу полягає в економічно ефективному вирішенні завдань контролю якості деталей. Використовуючи лише 2D-зображення та базові налаштування камери, система усуває потребу в дорогому 3D-сканувальному обладнанні, спрощуючи її інтеграцію у виробничі лінії чи ремонтні станції.

Попри адаптивність системи, існують певні обмеження. Зокрема, алгоритм не здатен виявляти особливості, невидимі на 2D-зображеннях зверху, наприклад глибину отворів або бічні дефекти. Водночас це відкриває перспективи для подальших досліджень, спрямованих на вдосконалення методів аналізу поверхонь металів та інших матеріалів. Особливий інтерес становить дослідження лазерного опромінення, яке дозволяє створювати 2D- і 3Dструктури на поверхнях за допомогою різних стратегій обробки.

Впровадження багаторівневої 3D-концепції сприяє розвитку інформаційних технологій багатокутового стереозору, що враховують як геометричні параметри деталей, так їхні i мікроструктурні характеристики. Цe відкриває можливості вдосконалення методів аналізу завляки синтезу 3D-даних із різних джерел.

Подальші дослідження будуть спрямовані на порівняльний аналіз із існуючими методологіями та вивчення підходів багатокутового стереозору. Такий підхід дозволить виявляти ширший спектр дефектів, збільшуючи точність і надійність контролю якості деталей для повторного використання. Наразі система аналізує лише один тип деталі за раз, зосереджуючись на повністю прорізаних отворах.

Адаптація до різних процесів розбірки й аналізу деталей залишається складним завданням, яке потребує створення нових наборів даних для кожного типу деталей. Проте запропонований алгоритм є гнучким і масштабованим рішенням, здатним адаптуватися до різних потреб у контролі якості. Майбутні дослідження також розглянуть використання підходів багатокутового стереозору, хоча ïх впровадження може підвищити вимоги ло обчислювальних ресурсів.

Список літератури

- Ameri R., Hsu C.-C., Band S. S. A systematic review of deep learning approaches for surface defect detection in industrial applications. Engineering Applications of Artificial Intelligence. Вип. 130, 2024. DOI:10.1016/j.engappai.2023.107717.
- Cai W., Shu L., Geng S. та ін. Weld beads and defects automatic identification, localization, and size calculation based on a lightweight fully convolutional neural network. Optics and Laser Technology. Вип. 170, 2024. DOI:10.1016/j.optlastec.2023.110266.
- Kang D., Lai J., Han Y. Accurate detection of surface defects by decomposing unreliable tasks under boundary guidance. Expert Systems with Applications. Вип. 244, 2024. DOI:10.1016/j.eswa.2023.122977.
- 4. Kang D., Lai J., Zhu J. Ta iH. An adaptive feature reconstruction network for the precise segmentation of surface defects on printed

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 circuit boards. Journal of Intelligent Manufacturing. Вип. 34, № 7. С. 3197–3214. DOI:10.1007/s10845-022-02008-w.

- Liu Q., Liu M., Jonathan Q. M. та ін. A real-time anchor-free defect detector with global and local feature enhancement for surface defect detection. Expert Systems with Applications. Вип. 246, 2024. DOI:10.1016/j.eswa.2024.123199.
- Zhang W., Hu Y., Shan H. та ін. An online automatic carbide insert high-resolution surface defect detection system based on templateguided model. Expert Systems with Applications. Вип. 238, 2024. DOI:10.1016/j.eswa.2023.122089.
- 7. Wei J., Zhang Z., Shen F. та ін. Mask-Guided Generation Method for Industrial Defect Images with Non-uniform Structures. Machines. Вип. 10, № 12. DOI:10.3390/machines10121239.
- Asadi R., Queguineur A., Wiikinkoski O. та ін. Process monitoring by deep neural networks in directed energy deposition: CNN-based detection, segmentation, and statistical analysis of melt pools. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. Вип. 87, 2024. DOI:10.1016/j.rcim.2023.102710.
- 9. Levichev N., Tomás García A., Dewil R. та ін. A virtual sensing approach for quality and productivity optimization in laser flame cutting. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Вип. 121, № 9–10. С. 6799–6810. DOI:10.1007/s00170-022-09750-8.
- Plankovskyy S., Tsegelnyk Y., Shypul O. та iн. Cutting Irregular Objects from the Rectangular Metal Sheet. Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering. peд. Mykola Nechyporuk, Vladimir Pavlikov, Dmitriy Kritskiy. Cham : Springer International Publishing, 2020. C. 150–157. DOI:10.1007/978-3-030-37618-5 14.
- 11. Wang H., Ye Z., Wang D. та iн. Synthetic Datasets for Rebar Instance Segmentation Using Mask R-CNN. Buildings. Вип. 13, № 3. DOI:10.3390/buildings13030585.
- 12. Bondar D., Basova Y., Vodka O. Analysis of the Efficiency of Quality Control Algorithms for Modified Surfaces for High-Error Processes Based on 2d Miniatures and Non-Visual Information. International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) - 2024. ред. Daniela Doina Cioboată. Cham : Springer Nature Switzerland, 2024. C. 35–50. DOI:10.1007/978-3-031-70670-7 3.
- 13. Han B., Hu Z., Su Z. та ін. Mask_LaC R-CNN for measuring morphological features of fish. Measurement: Journal of the International Measurement Confederation. Вип. 203, 2022. DOI:10.1016/j.measurement.2022.111859.
- 14. Kim E., Lee C.-H., Park S. та ін. A shine muscat grape berry detection and grape cluster compactness estimation for assessment of grape quality based on instance segmentation methods. Journal of the ASABE. Вип. 66, № 5. С. 1173–1185. DOI:10.13031/ja.15503.
- López-Acevedo F. J., Herrero M. J., Escavy J. I. τa iH. Identification of Aggregates Quarries via Computer Vision Analysis as a Tool for Sustainable Aggregates Management and Land Planning. Sustainability. BHΠ. 16, № 8. C. 3099. DOI:10.3390/su16083099.
- Sun H., Guyon I., Mohr F. et al. RRR-Net: Reusing, Reducing, and Recycling a Deep Backbone Network. 2023 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)2023 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). (Gold Coast, Australia, 18.06.2023). Gold Coast, Australia : IEEE, 2023. DOI:10.1109/IJCNN54540.2023.10191770. P. 1–9.
- 17. Kharrazi H., Toufigh V., Boroushaki M. General and optimal 2D convolutional neural networks to predict the residual compressive strength of concretes exposed to high temperatures. Engineering Applications of Artificial Intelligence. Вип. 131, 2024. DOI:10.1016/j.engappai.2024.107901.
- Shapovalova M. I., Vodka O. O. Two-level mathematical models for determining the stress state and life plate with a hole. Bulletin of the National Technical University «KhPI» Series: Dynamics and Strength of Machines. Issue 1. P. 55–59. DOI:10.20998/2078-9130.2021.1.234843.

References (transliterated)

- Ameri, R., et al. "A Systematic Review of Deep Learning Approaches for Surface Defect Detection in Industrial Applications." *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 130, 2024, https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.107717. Scopus.
- Cai, W., et al. "Weld Beads and Defects Automatic Identification, Localization, and Size Calculation Based on a Lightweight Fully Convolutional Neural Network." *Optics and Laser Technology*, vol. 170, 2024, https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2023.110266. Scopus.

- Kang D., Lai J., Han Y. "Accurate Detection of Surface Defects by Decomposing Unreliable Tasks under Boundary Guidance." *Expert Systems with Applications*, vol. 244, 2024, https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122977. Scopus.
- Kang D., Lai J., Zhu J. et al. "An Adaptive Feature Reconstruction Network for the Precise Segmentation of Surface Defects on Printed Circuit Boards." *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 34, no. 7, 7, 2023, pp. 3197–214, https://doi.org/10.1007/s10845-022-02008-w. Scopus.
- Liu, Q., et al. "A Real-Time Anchor-Free Defect Detector with Global and Local Feature Enhancement for Surface Defect Detection." *Expert Systems with Applications*, vol. 246, 2024, https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.123199. Scopus.
- Zhang, W., et al. "An Online Automatic Carbide Insert High-Resolution Surface Defect Detection System Based on Template-Guided Model." *Expert Systems with Applications*, vol. 238, 2024, https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122089. Scopus.
- Wei, J., et al. "Mask-Guided Generation Method for Industrial Defect Images with Non-Uniform Structures." *Machines*, vol. 10, no. 12, 12, 2022, https://doi.org/10.3390/machines10121239. Scopus.
- Asadi, R., et al. "Process Monitoring by Deep Neural Networks in Directed Energy Deposition: CNN-Based Detection, Segmentation, and Statistical Analysis of Melt Pools." *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 87, 2024, https://doi.org/10.1016/j.rcim.2023.102710. Scopus.
- Levichev, Nikita, et al. "A Virtual Sensing Approach for Quality and Productivity Optimization in Laser Flame Cutting." *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 121, no. 9–10, Aug. 2022, pp. 6799–810. DOI.org (Crossref), https://doi.org/10.1007/s00170-022-09750-8.
- Plankovskyy, Sergiy, et al. "Cutting Irregular Objects from the Rectangular Metal Sheet." *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering*, edited by Mykola Nechyporuk et al., vol. 1113, Springer International Publishing, 2020, pp. 150–57. DOI.org (Crossref), <u>https://doi.org/10.1007/978-3-030-37618-5_14</u>.
- Wang, H., et al. "Synthetic Datasets for Rebar Instance Segmentation Using Mask R-CNN." *Buildings*, vol. 13, no. 3, 3, 2023, https://doi.org/10.3390/buildings13030585. Scopus.

- Bondar, Dmytro, et al. «Analysis of the Efficiency of Quality Control Algorithms for Modified Surfaces for High-Error Processes Based on 2d Miniatures and Non-Visual Information». International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) - 2024, *edited by Daniela Doina Cioboată*, вип. 1129, Springer Nature Switzerland, 2024, c. 35–50. DOI.org (Crossref), https://doi.org/10.1007/978-3-031-70670-7 3.
- Han, B., et al. "Mask LaC R-CNN for Measuring Morphological Features of Fish." *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 203, 2022, https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.111859. Scopus.
- Kim, E., et al. "A shine muscat grape berry detection and grape cluster compactness estimation for assessment of grape quality based on instance segmentation methods." *Journal of the ASABE*, vol. 66, no. 5, 5, 2023, pp. 1173–85, https://doi.org/10.13031/ja.15503. Scopus.
- López-Acevedo, Francisco J., et al. "Identification of Aggregates Quarries via Computer Vision Analysis as a Tool for Sustainable Aggregates Management and Land Planning." *Sustainability*, vol. 16, no. 8, Apr. 2024, p. 3099. DOI.org (Crossref), https://doi.org/10.3390/su16083099.
- Sun, Haozhe, et al. "RRR-Net: Reusing, Reducing, and Recycling a Deep Backbone Network." 2023 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), IEEE, 2023, pp. 1–9. DOI.org (Crossref), https://doi.org/10.1109/IJCNN54540.2023.10191770.
- Kharrazi, H., et al. "General and Optimal 2D Convolutional Neural Networks to Predict the Residual Compressive Strength of Concretes Exposed to High Temperatures." *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 131, 2024, https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.107901. Scopus.
- Shapovalova, Mariya Ihorivna, and Oleksii Oleksandrovich Vodka. "Two-Level Mathematical Models for Determining the Stress State and Life Plate with a Hole." *Bulletin of the National Technical University «KhPI» Series: Dynamics and Strength of Machines*, no. 1, 1, Dec. 2021, pp. 55–59. DOI.org (Crossref), https://doi.org/10.20998/2078-9130.2021.1.234843.

Надійшла (received) 28.11.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Бондар Дмитро Вікторович (Bondar Dmytro) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: (068) 2057601; ORCID: <u>https://orcid.org/0009-0003-0548-2467</u>; e-mail: Dmytro.Bondar@infiz.khpi.edu.ua

Басова Євгенія Володимирівна (Basova Yevheniia) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри Технології машинобудування та металорізальних верстатів; м. Харків, Україна; тел.: (050) 6478035; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-8549-4788</u>; e-mail: <u>Yevheniia.Basova@khpi.edu.ua</u>

Водка Олексій Олександрович (Vodka Oleksii) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: (057)7076879; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-4462-9869</u>; e-mail: <u>oleksii.vodka@gmail.com</u>

УДК 519.81

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.316453

М. В. НЕКРАСОВА

ЗАСТОСУВАННЯ БАГАТОІНДИКАТОРНОЇ ОЦІНКИ ЯКОСТІ ПАРЕТО-АПРОКСИМАЦІЇ ПРИ ПРИЙНЯТТІ МУЛЬТИКРИТЕРІАЛЬНИХ РІШЕНЬ

Підтримка прийняття багатокритеріальних рішень на основі багатоіндикаторної оцінки якості Парето-апроксимації є важливою задачею у галузі оптимізації такого типу. Подібна оцінка дозволяє приймати більш обгрунтовані та точні рішення, використовуючи інформацію про декілька показників, що визначають якість рішень. Парето-апроксимація - це наближений набір рішень, який прагне якнайточніше описати реальний Парето-фронт. При цьому слід адекватно оцінювати, наскільки добре знайдені рішення покривають або апроксимують реальний Парето-фронт. З великої кількості відомих алгоритмів розв'язання цієї задачі можна назвати саме алгоритми, засновані на попередній побудові апроксимації її фронту (множини) Парето і звані П-алгоритмами. П-алгоритми можуть бути побудовані на основі еволюційних і, насамперед, на основі генетичних алгоритмів, а також на основі роєвих алгоритмів глобальної оптимізації, таких як алгоритми рою частинок, колонії мурах, медоносних бджіл і т.д. Зважаючи на наявність великої кількості П-алгоритми виникає проблема вибору «найкращого» (оптимального за обраними індикаторами) алгоритму для даної багатокритиреіальної силькості П-алгоритмів виникає проблема вибору «найкращого» (оптимального за обраними індикаторами) алгоритму для даної багатокритеріальної плагоритмів (П- індикаторів), які засновані на соблитимізації. У зв'язку з цим розроблено значну кількість індикаторів ефективності П-алгоритмів (П- індикаторів), які засновані насамперед на оцінці якості отриманої апроксимації фонту (множини) Парето (П-апрокимації). Така оцінка дозволяє отримати більш точні та обгрунтовані рішення у складних задачах оптимізації допомагають краще розуміти компроміси між критеріями. Таким чином, задача оцінки якості П-алгоритму сама стає багатокритеріальної, а автоматизовані інструменти аналізу та візуалізації допомагають краще розуміти компроміси між критеріями. Таким чином, задача оцінки якості П-алгоритму сама стає багатокритеріальною, а точніше кажучи, багатоіндикаторіво.

Ключові слова: багатокритеріальна оптимізація, множина Парето, індикатори якості, Парето апроксимація, найкращий алгоритм, прийняття рішень, багатокритеріальна оцінка.

M. V. NEKRASOVA

APPLICATION OF MULTI-INDICATOR QUALITY ASSESSMENT OF PARETO APPROXIMATION IN MULTI-CRITERIA DECISION MAKING

Supporting multi-criteria decision-making based on multi-indicator assessment of Pareto approximation quality is an important task in the field of optimization of this type. Such an assessment enables more informed and accurate decision-making by utilizing information from multiple indicators that determine the quality of solutions. Pareto approximation is an approximate set of solutions that aims to closely represent the actual Pareto front. It is crucial to adequately evaluate how well the obtained solutions cover or approximate the real Pareto front. Among the many known algorithms for solving this problem, those based on the preliminary construction of an approximation of the Pareto front (set), known as P-algorithms, stand out. P-algorithms can be built using evolutionary algorithms—primarily genetic algorithms—as well as swarm-based global optimization algorithms, such as particle swarm optimization, ant colony optimization, artificial bee colony algorithms for a given multi-criteria optimization problem (MOP) arises—this is the problem of meta-optimization. In response, a significant number of P-algorithm efficiency indicators (P-indicators) have been developed, primarily based on assessing the quality of the obtained Pareto front approximation (P-approximation). Such an evaluation allows for more accurate and well-founded decision-making in complex optimization tasks. Using multiple indicators enables consideration of various aspects of approximation quality, while automated analysis and visualization tools help better understand trade-offs between criteria. Consequently, the task of evaluating the quality of a P-algorithm itself becomes a multi-criteria, or more precisely, a multi-indicator problem.

Keywords: multi-criteria optimization, Pareto set, quality indicators, Pareto approximation, best algorithm, decision making, multi-criteria evaluation

Вступ. Розглянемо задачу багатокритеріальної оптимізації. Існує велика кількість алгоритмів розв'язання цієї задачі, зокрема заснованих на Паретоапроксимації [1; 2; 10-12].

I в процесі її вирішення слід розглянути два вкладені класи задач багатокритеріального прийняття рішень:

- задача А – вибір серед наявних П-алгоритмів, що є «найкращими» для даної БКО-задачі;

- задача В – вибір рішення вихідної БКО-задачі, що входять до складу П-апроксимації, побудованої за допомогою обраного П-алгоритму.

Відома велика кількість підходів до вирішення задачі багатокритеріального прийняття рішень. Для вирішення задач A і В можна використовувати детермінований підхід на основі виявлення функції переваг особи, що приймає рішення (ОПР) [3]. Статистичні алгоритми порівняння П-алгоритмів, засновані на використанні рангових статистичних критеріїв Манна-Уітні та Крускала-Уолліса, розглянуті, наприклад, у [4].

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 Постановка базової БКО-задачі та індикатори якості П-апроксимації, що використовуються. Якщо X - це вектор, то нехай запис виду |X| означає розмірність цього вектору. Аналогічно запис $|\Omega|$ означає потужність лічильної множини Ω .

Вважаємо, що критеріальна вектор-функція $F(X)=(f_1(X), f_2(X),..., f_{|F|}(X))$ зі значеннями в |F| -мірному просторі критеріїв $\{F\}=R^{|F|}$ визначена в обмеженій і замкнутій множині

$$D_X = \{X | G(X) \ge 0\} \subset \{X\} = R^{|F|}$$

простору параметрів, що варіюються $\{X\}$, де $G(X)=(g_1(X), g_2(X),...)$ - обмежувальна вектор-функція; нерівність $G(X) \ge 0$ розуміється покомпонентно. ОПР прагне мінімізувати в області D_X кожен з приватних критеріїв оптимальності $f_1(X)$, $f_2(X),..., f_{|F|}(X)$, що умовно можна записати у вигляді

$$\min_{\mathbf{X}\in D_{\mathbf{X}}} \mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}^*) = \mathbf{F}^* \tag{1}$$

де вектори X*, F* - шукане рішення задачі БКО.

Фронт Парето задачі (1) позначимо $D_F^* \subset D_F$, а відповідну множину Парето $D_X^* \in D_X$. Тут D_F множина досяжності задачі (1). Множину рішень задачі (1), недомінуючих у просторі {F}, позначимо Θ_X , а відповідну множину значень критеріальної векторфункції - Θ_F . Таким чином, множини Θ_X , Θ_F представляють собою дискретні апроксимації множин D_X , D_F відповідно, тобто, П-апроксимації.

Для побудови множин Θ_X , Θ_F використовуються широко відомі П-алгоритми [9; 13–15].

Введемо наступні позначення:

$$\mathbf{A} = \{A_i\} = \{A_1, A_2, \dots, A_{A}\}, \mathbf{I} = \{I_i\} = \{I_1, I_2, \dots, I_{A}\}$$

- набори П-алгоритмів і індикаторів їх якості, що використовуються ОПР при рішенні даної БКОзадачі, відповідно. Найкращими вважаємо найменші значення всіх індикаторів, що розглядаються. Множину допустимих значень індикаторів І позначимо D_I.

Метод вибору найкращого (оптимального за обраними індикаторами) П-алгоритму на основі багатоіндикаторної оцінки якості П-апроксимації. Пропонується три методи вибору «найкращого» Палгоритму:

- метод, заснований на використанні того чи іншого способу візуалізації багатоіндикаторних оцінок якості П-апроксимації;

- метод на основі скалярної згортки обраних ОПР індикаторів якості П-апроксимації;

- автоматизований метод, що передбачає попередню апроксимацію функції переваг ОПР.

Розглянемо ці методи докладніше.

1) Метод на основі візуалізації багатоіндикаторних оцінок якості П-апроксимації. Для візуалізації індикаторів оцінки якості П-апроксимації може бути використана велика кількість методів П-апроксимації. візуалізації Зокрема доречно використовувати модифікований метод HSDC (Hyperspace diagonal counting) [5; 7; 8].

 Метод скалярної згортки індикаторів якості Папроксимації включає наступні основні кроки:

а) ОПР обирає алгоритми П-апроксимації А = {A_i} і індикатори якості П-апроксимації

 $I = {I_j}; i \in [1:|A|]; j \in [1:|I|].$

б) для даної БКО-задачі за допомогою алгоритмів $A_1, A_2, ..., A_{A}$ будуються П-апроксимації $\Theta_1, \Theta_2, ..., \Theta_{A}$ відповідно.

в) для кожної з П-апроксимацій Θ_i обчислюються значення індикаторів якості П-апроксимації $\mathbf{I}_i = \{I_{i,j}\}; i \in [1:|A|]; j \in [1:|I|].$

г) з числа існуючих скалярних згорток ОПР обирає, наприклад, адитивну згортку виду

$$C(A) = \sum_{j=1}^{|I|} \mu_j I_j(A),$$

де µ_i - «вага» індикатора І_i.

д) обчислюються значення згорток $C(A_i)=C(I_{i,1}, I_{i,2}, ..., I_{i,|I|}), i \in [1:|A|.$

е) в якості «найкращого» алгоритму А^{*} пропонується алгоритм, що доставляє мінімальне значення згортці С(A_i):

$$\min C(A_i) = C(A^*), i \in [1: |A|].$$

3) Метод PREF-I на основі апроксимації функції ОПР. Пропонований переваг метод вибору «найкращого» П-алгоритму заснований на запропонованому в роботі [3] інтерактивному методі рішення БКО-задачі (1). Метод PREF PREF використовує припущення, що на множині D_X існує (невідома) функція переваг $\psi(X)$, яка відображає цю множину у множину дійсних значень, тобто $\psi: X \rightarrow R^1$. Модуль, що реалізує метод PREF, перетворює введені ОПР значення лінгвістичної змінної $\psi(X)$, в дійсні числа, що належать діапазону [1-9]. В результаті рішення БКО-задачі (1) зводиться до задачі пошуку вектора Х, що максимізує функцію переваг ОПР:

$$\max_{X \in D_{\mathbf{x}}} \psi(X) = \psi(X^*) = \psi^*$$

Метод PREF-I заснований на припущенні, що апріорі є невідомою функція переваг ОПР $\psi(I)$, але вона визначена на множині D_I і відображує цю множину у множину дійсних значень, тобто $\psi(I)$: $I \rightarrow R^1$.

Введемо наступні позначення:

 $\mathbf{T} = \{T_k\} = \{T_1, \, T_2, \, \dots, \, T_{/T/}\}$

- набір БКО-задач (1), що вирішені цим користувачем; $\psi(I)$ - функція переваг цієї ОПР на множині значень індикаторів якості П-алгоритмів. Розглянемо етап навчання методу PREF-I.

1) ОПР вирішує набір {Т_k}БКО-задач виду (1) кожним з П-алгоритмів $A_i \in \mathbf{A}$ і отримує в результаті набір {I_{k,i,j}} значень індикаторів якості цих алгоритмів і набір оцінок своєї функції переваг ψ_{ki} . Тут I_{k,i,j} - значення індикатору I_j, що отримане при рішенні задачі T_k алгоритмом A_i ; ψ_{ki} - оцінка функції переваг ОПР для П-апроксимації задачі T_k, що отримана П-алгоритмом A_i ; $i \in [1:|A|]$; $j \in [1:|I|]$, $k \in [1:|T|]$.

2) На основі всіх наявних значень індикаторів якостей $\{I_{k,i,j}\}$ та відповідних значень функції переваг ОПР ψ_{ki} будується функція $\overline{\psi}$ (I), що являє собою апроксимуючу функцію (сурогатну модель) функції переваг ЛПР. Як сурогатні моделі функції переваг ЛПР можна використовувати нейромережеві моделі [3].

Перейдемо до етапу експлуатації методу PREF-I.

Нехай ОПР U необхідно розв'язати БКО-задачу Т∉Т виду (1).

1) Для цієї задачі кожним з алгоритмів $A_i \in \mathbf{A}$ можна побудувати П-апроксимацію Θ_i , а також обчислити значення всих індикаторів якості $I_{i,j}$; $i \in [1:|A|]$; $j \in [1:|I|]$.

 В якості кращого алгоритму А^{*}∈ А та відповідної кращої П-апроксимації Θ^{*} пропонується ОПР алгоритм, вектор індикаторів якого доставляє максимум функції ψ (I):

$$\max \overline{\Psi}(I_i), i \in [1: |A|].$$

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 Першим очевидним недоліком методу PREF-I є наявність у кожного з користувачів досить великої навчальної вибірки {T_k, {I_k}}, де {I_k} - набір значеннь індикаторів I, отриманих при рішенні задачі T_k всіма алгоритмами A; k є [1:|T|]. Частково подолати зазначений недолік методу PREF-I можна шляхом використання за розглянутою схемою функції переваг узагальненого ОПР та його узагальненої функції переваг ψ (I).

Другий недолік методу PREF-I полягає у високих обчислювальних витратах, обумовлених необхідністю вирішення даної БКО-задачі всіма П-алгоритмами А. Для подолання цього недоліку можна використовувати попередню кластеризацію множини значень характерних ознак БКО-задачі, в якості яких можуть бути використані оцінка констант Липшиця критеріальних функцій, ознака диференційованості цих функцій, ознака їхньої мультимодальності і т.д. Велику кількість характерних ознак можна отримати шляхом ландшафтного аналізу критеріальних функцій [6]. За аналогією з попереднім методом для скорочення потужності навчальної вибірки у цьому підході також може бути використана узагальнена вибірка.

Висновок. Таким чином, для підтримки прийняття рішень на основі багатоіндикаторної оцінки використовуються такі підходи:

1. Візуалізація даних: Парето-фронт та показники якості апроксимації можуть бути представлені у вигляді графіків та діаграм, що допомагає інтуїтивно зрозуміти, наскільки хороші ті чи інші рішення.

2. Аналіз компромісів: Користувач може побачити, як зміна одних показників впливає інші, що дозволяє вибрати найбільш збалансоване рішення.

3. Автоматизовані методи: Додавання методів машинного навчання або евристика для автоматичного вибору рішення, яке найкраще задовольняє заданим перевагам за кількома критеріями.

Підтримка багатокритеріальних рішень на основі багатоіндикаторної оцінки якості Парето-апроксимації дозволяє отримати більш точні та обґрунтовані рішення у складних задачах оптимізації. Використання кількох індикаторів дозволяє враховувати різні аспекти якості апроксимації, а автоматизовані інструменти аналізу та візуалізації допомагають краще розуміти компроміси між критеріями.

Список літератури

- Knowles J., Corne D. On metrics for comparing nondominated sets // Evolutionary computation 2002: Congress on evolutionary computing: CEC '02 (Honolulu, Hawaii, USA, May 12-17, 2002): Proc. Vol. 1. N.Y.: IEEE, 2002. Pp. 711-716. DOI: 10.1109/CEC.2002.1007013
- Zitzler E., Thiele L., Laumanns M., Fonseca C. M., da Fonseca V.G. Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review // IEEE Trans. on Evolutionary Computation. 2003. Vol. 7. No. 2. Pp. 117-132. DOI: 10.1109/TEVC.2003.810758
- Karpenko A. P., Mukhlisullina D. T., Ovchinnikov V. A. Multicriteria optimization based on neural network approximation of decision maker's utility function // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). 2010. Vol. 19. No. 3. Pp. 227–236. DOI: 10.3103/S1060992X10030045

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

- Conover W. J. Practical nonparametric statistics. 3rd ed. N. Y.: Wiley, 1999. 584
- 5. *Deb K.* Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. Chichester; N.Y.: Wiley, 2001. 497 p.
- Mersmann O., Bischl B., Trautmann H., Preuss M., Weihs C., Rudolph G.Exploratory landscape analysis // 13th annual conf. on evolutionary computation: GECCO'11 (Dublin, Ireland, July 12–16, 2011): Proc. N.Y.: ACM, 2011. Pp. 829-836. DOI: 10.1145/2001576.2001690
- Emmerich, M. T. M., & Deutz, A. H. (2018). A Tutorial on Multiobjective Optimization: Fundamentals and Evolutionary Methods. September 2018 Natural Computing 17(1–2), DOI:10.1007/s11047-018-9685-y.
- 8. *Deb, K.* Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms: An Introduction. Berlin, Germany: Springer; 2011.
- 9. Yu, J., You, X. M. and Liu, S. "Ant colony algorithm based on magnetic neighborhood and filtering recommendation," Soft Comput., vol. 25, pp. 8035-8050, 2021.
- Davidović, T., Teodorović, D., & Šelmić, M. (2015). Bee Colony Optimization. Part I: The algorithm overview. Yugoslav Journal of Operations Research, 25(1), 33–56. <u>https://doi.org/10.2298/YJOR131011017D</u>
- Eggenschwiler, S., Spahic-Bogdanovic, M., Hanne, T., & Dornberger, R. (2020). Comparison of Swarm and Graph Algorithms for Solving Travelling Salesman Problem. In: 7th International Conference on Soft Computing & Machine Intelligence (ISCMI), 1–7. Stockholm, Sweden. <u>https://doi.org/10.1109/IS-CMI51676.2020.9311558</u>
- Fan, J., Hu, M., Chu, X., & Yang, D. (2017). A comparison analysis of swarm intelligence algorithms for robot swarm learning. In: 2017 Winter Simulation Conference (WSC), 3042–3053. Las Vegas, NV, USA. <u>https://doi.org/10.1109/WSC.2017.8248025</u>
- Любченко В., Берлізов Є. Алгоритм знаходження Парето-оптимального рішення задачі наступного релізу, Електротехнічні та комп'ютерні системи No 19 (95), 2015. С.165-168. <u>https://doi.org/10.15276/eltecs.19.95.2015.38</u>
- Balabanov, T.: LibreOffice Single-Objective Solver Used for Multi-Objective Optimization. ResearchGate (2021). DOI 10.13140/RG.2.2.16761.19041
- Qu Qu, Z. Ma, A. Clausen i BN Jørgensen, «A Comprehensive Review of Machine Learningin Multi-Objective Optimization», 2021 IEEE 4th International Conference on BigData and Artificial Intelligence (BDAI), Qingdao, China, 2021, P. 7-14. https://doi.org/10.1109/BDAI52447.2021.9515233

References (transliterated)

- Knowles J., Corne D. On metrics for comparing nondominated sets // Evolutionary computation 2002: Congress on evolutionary computing: CEC '02 (Honolulu, Hawaii, USA, May 12-17, 2002): Proc. Vol. 1. N.Y.: IEEE, 2002. Pp. 711-716. DOI: 10.1109/CEC.2002.1007013
- Zitzler E., Thiele L., Laumanns M., Fonseca C. M., da Fonseca V. G. Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review // IEEE Trans. on Evolutionary Computation. 2003. Vol. 7. No. 2. Pp. 117-132. DOI: 10.1109/TEVC.2003.810758
- Karpenko A. P., Mukhlisullina D. T., Ovchinnikov V. A. Multicriteria optimization based on neural network approximation of decision maker's utility function // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). 2010. Vol. 19. No. 3. Pp. 227–236. DOI: 10.3103/S1060992X10030045
- Conover W. J. Practical nonparametric statistics. 3rd ed. N.Y.: Wiley, 1999. 584
- 5. *Deb K*. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. Chichester; N.Y.: Wiley, 2001. 497 p.
- Mersmann O., Bischl B., Trautmann H., Preuss M., Weihs C., Rudolph G. Exploratory landscape analysis // 13th annual conf. on evolutionary computation: GECCO'11 (Dublin, Ireland, July 12–16, 2011): Proc. N.Y.: ACM, 2011. Pp. 829-836. DOI: 10.1145/2001576.2001690
- Emmerich, M. T. M., & Deutz, A. H. (2018). A Tutorial on Multiobjective Optimization: Fundamentals and Evolutionary Methods. September 2018 Natural Computing 17(1–2), DOI:10.1007/s11047-018-9685-y.
- 8. *Deb, K.* Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms: An Introduction. Berlin, Germany: Springer; 2011.

- 9. Yu, J., You, X. M. and Liu, S. "Ant colony algorithm based on magnetic neighborhood and filtering recommendation," Soft Comput., vol. 25, pp. 8035-8050, 2021.
- Davidović, T., Teodorović, D., & Šelmić, M. (2015). Bee Colony Optimization. Part I: The algorithm overview. Yugoslav Journal of Operations Research, 25(1), 33–56. <u>https://doi.org/10.2298/YJOR131011017D</u>
- Eggenschwiler, S., Spahic-Bogdanovic, M., Hanne, T. & Dornberger, R. (2020). Comparison of Swarm and Graph Algorithms for Solving Travelling Salesman Problem. In: 7th International Conference on Soft Computing & Machine Intelligence (ISCMI), 1–7. Stockholm, Sweden. <u>https://doi.org/10.1109/ISCMI51676.2020.9311558</u>
- Fan, J., Hu, M., Chu, X., & Yang, D. (2017). A comparison analysis of swarm intelligence algorithms for robot swarm learning. In: 2017 Winter Simulation Conference (WSC), 3042–3053. Las Vegas, NV, USA. https://doi.org/10.1109/WSC.2017.8248025
- Lyubchenko V., Berlizov Y. Algoritm znahodzhennya Paretooptimal'nogo rishennya zadachi nastupnogo relizu, Elektrotekhnichni ta komp'yuterni sistemi No 19 (95), 2015. P.165-168. <u>https://doi.org/10.15276/eltecs.19.95.2015.38</u>
- Balabanov, T.: LibreOffice Single-Objective Solver Used for Multi-Objective Optimization. ResearchGate (2021). DOI 10.13140/RG.2.2.16761.19041
- Qu Qu, Z. Ma, A. Clausen i Jørgensen, B. N. «A Comprehensive Review of Machine Learningin Multi-Objective Optimization», 2021 IEEE 4th International Conference on BigData and Artificial Intelligence (BDAI), Qingdao, China, 2021, P. 7-14. <u>https://doi.org/10.1109/BDAI52447.2021.9515233</u>

Надійшла (received) 29.11.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Некрасова Марія Володимирівна (Nekrasova Mariia) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)-707-64-54; ORCID: <u>https://orcid.org/0009-0006-9285-0740</u>; e-mail: <u>masha12dec@gmail.com</u>

6УДК 004.42:539.3

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.316499

С. В. БОНДАРЬ, О. А. БАТЮК, Д. В. БРЕСЛАВСЬКИЙ

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ УДАРНОГО РУЙНУВАННЯ ПЛАСТИН З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ PERIDIGM

У статті розглянуто підхід до чисельного моделювання ударного непружного навантаження твердих тіл. Обговорюється використання різних чисельних підходів до опису ударного деформування твердих деформованих тіл, порівнюються застосування методу скінченних елементів та методів перидинамічного аналізу. До проведення моделювання застовано основні теоретичні положення перидинаміки. Для розрахункового оцінювання процесів ударної взаємодії та руйнування застосовано програмний комплекс Peridigm. Розглянуто основні співідношення методу розрахунку. Для аналізу процесів руйнування використано модель матеріалу, основану на описі в'язів. Обговорюється реалізація розгортання обчислювальних проєктів з застосуванням контейнерів Docker. Аналізується програмна реалізація проєкту за допомогою модулів програмного комплексу Peridigm, розглянуто діаграми класів, послідовності, компонентів та активності, що призначені для опису властивостей проєктів. Обговорюється технічні можливості виконання чисельного аналізу різних механічних процесів з використанням різних, в тому числі комплексу Peridigm, розглянуто діаграми класів, послідовності, компонентів та активності, що призначені для опису властивостей проєктів. Обговорюються технічні можливості виконання чисельного аналізу різних механічних процесів з використанням різних, в тому числі користувацьких, програмних модулів для завдання визначальних рівнянь, обчислювальних процедур, введення-виведення та управління даними. Проаналізовано послідовність проведення розрахунків з використанням розробленого обчислювального проєкту. На прикладі задачі ударного пробиття сталевої пластини сферичним ударником, що рухається з різними швидкостями, продемонстровано можливості чисельного прокати з різнихи макроскопічних дефектів. Для заданого прикладу ударного пробиття сталевої пластини мавнатаження. Встановлено діапазони швидкості, при яких виникають незворотні пластичні деформації, починається руйнування, реалізується часткове або повне пробиття гластини заданого прикладу проаналізовано різні швидкісн

Ключові слова: чисельне моделювання, перидинаміка, удар, руйнування, програмний комплекс Peridigm, пластина .

S. BONDAR, O. BATIUK, D. BRESLAVSKY

MODELLING OF IMPACT FRACTURE PROCESSES OF PLATES USING PERIDIGM SOFTWARE

The paper considers an approach to numerical modeling of impact inelastic loading of solids. The use of various numerical approaches to describing impact deformation of solid deformed bodies is discussed, the application of the finite element method and methods of peridynamics analysis are compared. The basic theoretical concepts of peridynamics are used for modeling. The Peridigm software is used for computational evaluation of impact interaction and fracture processes. The main relations of the calculation method are considered. A bond-based material model is used in calculations to analyze fracture processes. The implementation of the deployment of computational projects using Docker containers is discussed. The software implementation of the project is analyzed using the modules of the Peridigm software, and class, sequence, component, and activity diagrams intended to describe the properties of projects are considered. The technical possibilities of periodynamics including user-defined, software modules for setting constitutive equations, computational procedures, input-output and data management are discussed. The sequence of calculations using the developed computational project is analyzed. Using the example of the problem of impact penetration of a steel plate by a spherical impactor moving at different velocities, the possibilities of numerical analysis of deformation and fracture of structural elements with determination of the shapes of the resulting macroscopic defects are demonstrated. For the given example, various velocity loading modes are analyzed. The velocity ranges at which irreversible plastic deformation occur, fracture begins, and partial or complete plate penetration is realized are established.

Key words: numerical modeling, peridynamics, impact, fracture, Peridigm software package, plate

Вступ. Задачі ударного деформування та пов'язаного з ним руйнування елементів конструкцій є одними з найбільш складних у механіці деформівного твердого тіла. Завдяки поєднанню у них динамічних процесів та процесів незворотного деформування їхній математичний опис завжди викликає труднощі [1; 2]. До того ж розв'язання майже усіх практичних задач, характеризуються складною геометрією шо конструктивних елементів та граничних умов, потребує використання наближених або чисельних методів. Одним з останніх, що найбільш широко використовується наразі при аналізі ударного навантаження конструкцій, є метод скінченних елементів (МСЕ) [3]. Серед реалізацій останнього найбільш поширеним є програмний комплекс LS Dyna [4]. Він дозволяє проводити комп'ютерне моделювання процесів ударного деформування, проникнення та подальшого руйнування.

Використання скінченноелементних підходів та програмних комплексів на жаль, не завжди надає можливість адекватного опису процесу руйнування – виникнення та розвитку тріщин, фрагментації зруйнованих частин конструктивного елементу тощо [5].

В останні десятиліття виник новий напрям у механіці руйнування. Він отримав назву перидинаміки [6; 7]. В основу перидинамічних підходів покладено безсіточну теорію, запропоновану Сіллінгом та Аскарі [7]. У перидинаміці замість класичних рівнянь рівноваги використовуються інтегральні рівняння, що дозволяє моделювати процеси виникнення розривів у матеріалі і руйнування без явного завдання граничних умов на тріщинах.

Одними з найрозповсюдженіших конструктивних елементів є тонкі пластини. Завдяки їхній малій вазі та достатній жорсткості вони отримали широке розповсюдження у машинобудуванні. Однак завдяки малій товщині дія ударних динамічних впливів може призводити до їхнього виходу з ладу завдяки істотному або руйнуванню. Перидинамічні деформуванню підходи останнім часом дуже ефективно використовуються при аналізі процесів руйнування пластин [6; 8-10]. Авторами [8] змодельовано прогресуючий процес руйнування тонкої пластини під дією деформації з використанням підходів класичної механіки та перидинаміки. Робота [9] спрямована на

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024
чисельне перидинамічне моделювання динамічного процесу руйнування скляних пластин, що піддаються високошвидкісним ударним навантаженням. Враховуються кілька параметрів: швидкість удару, кут удару, площа контакту при ударі, товщина пластини та відсоток пористості матеріалу. Досліджено вплив цих параметрів на пошкодження пластини, виникаючі сили та коефіцієнт vларної взаємолії відновлення. Побудовано функціональну залежність між відсотком пошкодження пластини, швидкістю кулі та товщиною У дослідженні, представленому пластини. роботі [10], зв'язані рівняння механічної дифузії розв'язуються за допомогою введеної концепції перидинамічного диференціального оператора, яка використовується для перетворення рівняння в часткових похідних у перидинамічну форму рівняння. Ефективність запропонованого підходу демонструється на прикладі тонкої електродної пластини з кількома вже існуючими тріщинами, орієнтованими в різних напрямках.

Особливості використання перидинамічних алгоритмів роблять їх схожими з алгоритмами МСЕ. У зв'язку з цим одним з ефективних напрямів моделювання виявилось використання вже досить повно розробленого скінченноелментного програмного забезпечення побудови лля розрахункових перидинамічних схем [11-13]. Такий же підхід обрано в даній роботі для побудови засобів комп'ютерного моделювання руйнування пластин з використанням перидинамічних моделей.

Постановка задачі та метод розв'язку. Для математичного опису процесу деформування та руйнування застосуємо метод Сіллінга та Аскарі [6; 7], згідно якому рівняння руху динамічно навантаженого тіла:

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \int_{V} \left(F(x,t)\langle q-x\rangle - F(q,t)\langle x-q\rangle \right) dV + F_{v}(x,t)$$
(1)

піддано прямій дискретизації. Тут $x(x_i)$, $q(x_i)$, i=1.2,3матеріальні точки у тривимірному просторі, u(x,t) – вектор переміщень точок, F() означає перидинамічний силовий стан, dV є нескінчено малий об'єм матеріалу, асоційований з точкою q, F_v є густиною об'ємних сил. У перидинаміці тіло представляється набором частинок, які взаємодіють між собою у вигляді в'язів. Вплив частинок одна на одну відбувається на кінцевій замкнутого об'єму, відстані всередині як y молекулярній динаміці [6; 7]. Згадана дискретизація призводить до отримання наступного опису динаміки тіла:

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \sum_{V} \left(F(x,t) \langle q - x \rangle - F(q,t) \langle x - q \rangle \right) \Delta V + F_{v}(x,t) , \quad (2)$$

тобто інтегральне рівняння (1) замінюється підсумовуванням за певним набором матеріальних точок, що є околом точки x. Силові стани F(x,t) та F(q,t)

виражаються через визначальні закони в точках *x* та *q* відповідно.

У поточному дослідженні застосуємо модель матеріалу, основану на описі в'язів [6]. Матеріальні точки з'єднується в'язами. Обмін силами між точками x та q моделюється завдяки взаємодії, наприклад пружного типу:

1

$$f'(x,q) = f(|y(q) - y(x)|, q, x)M$$
$$M = \frac{y(q) - y(x)}{|y(q) - y(x)|},$$
(3)

де y(x) – деформований стан точки x, М – одиничний вектор, що визначає напрям за деформованим в'язом від точки x до точки q

В'язи можуть пошкоджуватись з часом під дією навантажень. Скалярний параметр пошкоджуваності приписується кожному в'язу. Як й в континуальній механіці пошкоджуваності [14], за умови досягненням параметром пошкоджуваності свого критичного значення в'яз вважається зруйнованим. Критичне значення розтягу в'язу *s*_{cr} безпосередньо пов'язано з величиною енергії руйнування, асоційованою з площею поверхні руйнування [6]:

$$s_{cr} = \sqrt{\frac{5U_f}{9\delta K}} . \tag{4}$$

де U_f – величина питомої енергії руйнування , K – об'ємний модуль пружності, δ – величина перидинамічного горизонту, тобто відстані, на який враховується взаємодія між точками тіла.

За отриманням певної кількості таких зруйнованих в'язів й виникає тріщина або розподіл елементу тіла на частини.

Засоби комп'ютерного моделювання. Для проведення чисельного моделювання використовуємо програмний комплекс (ПК) з відкритим кодом Peridigm [15]. У зв'язку з нетривіальними питаннями, що виникають при його використанні, особливо при впровадженні нових функцій та повторному налаштуванні середовища виконання, стисло надамо опис структури даного ПК та кроків до його розгортання з використанням контейнерів Docker. Використання Docker допомагає розробникам запускати та перевіряти створювати, ділитися, програми. Ha сьогодні воно ефективним € інструментом у спрощенні процесів розгортання, підвищення ефективності впровадження та досліджень.

Проект перидинамічного аналізу руйнування пластин складається з кількох основних модулів. Ці модулі включають моделювання матеріалів, чисельні процесори, управління даними та граничні умови. Використання Peridigm дозволяє імітувати складні фізичні процеси, включаючи термічні впливи, пластичне деформування та утворення тріщин.

Діаграма класів, що наведено на рис.1, демонструє структуру проекту та взаємодію між

основними класами.

Peridigm є основним класом, який керує процесом моделювання, взаємодіє з моделями матеріалів, процесорними модулями і контролює граничні умови.

Моделі матеріалів (MaterialModel) описують різноманітні типи матеріалів, такі як лінійно-пружні та пластичні.

Алгоритми чисельного розв'язку використовуються у Solver.

Управління даними (DataManager) включає збереження результатів моделювання.

BoundaryConditionManager контролює задані навантаження та граничні умови.

Діаграма класів показує модульну структуру проекту та значення кожної частини. Наприклад, клас Peridigm інтегрує всі основні функції проекту, надаючи управління моделями матеріалів і чисельними процесорами. Використання екземпляру класу моделей матеріалу спрощує додавання нових типів матеріалів. При використані Docker отримується можливість швидкого оновлення коду і компіляції нових моделей, не налаштовуючи окремо своє середовище.

Діаграма послідовності показує, як працює програмний комплекс на різних етапах, починаючи з налаштування матеріалів і закінчуючи зберіганням результатів. Демонструється, як Solver оновлює та перевіряє збіжність даних під час кількох ітерацій. Чітка структура взаємодій дозволяє дослідникам оптимізувати алгоритми для більш швилкого Діаграма показує, як виконується розрахунку. моделювання. Процес включає перевірку збіжності розрахунків і автоматичне налаштування тимчасового кроку для отримання стійкості розв'язку. Вирішуючи, чи досягнуті необхідні критерії точності, Solver виконує ітерації. Це гарантує гнучкість при роботі з моделями зі складними нелінійними властивостями. Використання контейнерів Docker полегшує інтеграцію нових процесорних модулів без пошкодження існуючих функціональних можливостей



Рис. 2 – Діаграма послідовності



Рис. 3 – Діаграма компонентів

Основні модулі системи пов'язані між собою, як показано на діаграмі компонентів (рис.3). Вона демонструє, як різні компоненти, такі, як процесори і модулі введення-виведення даних, взаємодіють один з одним, щоб переконатися, що комплекс працює правильно. Як показано на діаграмі, проект має модульну архітектуру, де кожен компонент виконує певну функцію. Модулі матеріалів налаштовують властивості матеріалів, процесори виконують чисельне моделювання, а модулі управління даними обробляють і аналізують результати. Це дозволяє легко змінювати проект для відповідності з різними задачами, що є важливим для сучасних наукових досліджень.



Рис. 4 – Діаграма активності

Діаграма активності (рис.4) описує всі етапи процесу моделювання, включаючи налаштування, виконання ітерацій, перевірку збіжності, оновлення даних і виведення результатів. Ця діаграма допомагає зрозуміти весь хід моделювання. Розв'язання нелінійних задач і контроль граничних умов є основними процесами, які керуються діаграмою активності. При цьому використання Docker забезпечує стабільність і прискорює обчислення, автоматизуючи всі операції.

Основною перевагою описаного розгортання ПК є можливість створення нових модулів у системі та інтеграції їх в проєкт при збереженні основних функціональних властивостей. Програмні модулі ПК написано мовою С/С++, що дозволяє організувати ефективний процес взаємодії з новими користувацькими підпрограмами [17].

Чисельні результати аналізу ударного руйнування пластини. Як приклад виконаного з використанням розгорнутого проєкту чисельного моделювання наведемо результати аналізу. руйнування сталевої пластини при ударному впливі на неї металевого сферичного ударника (рис.5).

Розглянемо сталеву квадратну пластину зі стороною 180 мм. Товщина пластини 6 мм. Діаметр ударника 30 мм. Розглядаються різні режими ударної взаємодії, що характеризуються різними швидкостями ударника.



Рис. 5 – Схема ударної взаємодії пластини та сферичного ударника

Дані чисельного моделювання представлено на рис. 6-9, на яких послідовно демонструються результати розрахунків з різними значеннями швидкостями ударника: рис 6 (25 м/с); рис 7 (35 м/с); рис 8 (40 м/с); рис 9 (50 м/с).





Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024



Рис. 9 – Удар зі швидкістю 50 м/с

Аналіз результатів проведеного чисельного моделювання показав, що при швидкості ударника 25 м/с на пластині з'являється вм'ятина без її руйнування. За швидкості 35 м/с починає руйнуватися зовнішня сторона пластини. При швидкості 40 м/с відбувається часткове руйнування пластини на місці контакту. При швидкості 50 м/с має місце повне пробиття пластини.

Висновки. Статтю присвячено викладенню підходу до чисельного моделювання ударного навантаження твердих тіл, яке проводиться з використанням основних теоретичних положень перидинаміки, реалізованих у вигляді алгоритмів програмного комплексу Peridigm. Проаналізовано послідовність проведення розрахунків з використанням розгортання проєктів з застосуванням контейнерів Docker.

На прикладі задачі ударного пробиття пластини продемонстровано можливості чисельного аналізу деформування та руйнування елементів конструкцій з визначенням форм отриманих макроскопічних дефектів. Для заданого прикладу проаналізовано різні швидкісні режими навантаження та встановлено значення швидкості повного пробиття пластини.

Список літератури

- Stronge W. J. Impact mechanics. / W. J. Stronge Cambridge university press, 2018. – 53 p. https://doi.org/10.1017/9781139050227
- Walker J. D. Modern impact and penetration mechanics. / J. D. Walker – Cambridge university press, 2021. – 694 p. https://doi.org/10.1017/9781108684026
- Alves M. Impact Engineering: Fundamentals, Experiments, Nonlinear Finite Elements. / M. Alves – CRC Press, 2024. -460 p. https://doi.org/10.1201/9781003485292
- Hallquist J. LS–Dyna theory manual: LSTC (Livermore Software Technology Corporation) / J. Hallquist, – 2018
- Lahe Motlagh P. Comparative study of peridynamics and finite element method for practical modeling of cracks in topology optimization / Lahe Motlagh P., Kefal A. – Symmetry. – 2021. – T. 13. – №. 8. – P. 1407. https://doi.org/10.3390/sym13081407
- Bobaru, F. Handbook of peridynamic modeling, / F. Bobaru, J. T. Foster, P. H. Geubelle, S. A. Silling, – CRC press,2016. – 586 p. https://doi.org/10.1201/9781315373331

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

- 7. Silling, S. A.; Askari, E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. Computers & Structures. 83 (17–18), 2005.
 - C. 1526–1535. <u>https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.11.026</u>
- Guozhe S. Large deformation and fracture analysis of thin plate bending based on peridynamics / Guozhe S. et al. // Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2023. – T. 55. – №. 2. – P. 381-389.
- 9. Jafaraghaei Y. Peridynamics simulation of impact failure in glass plates / Y. Jafaraghaei, T. Yu, T. Q. Bui // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2022. – T. 121. – P. 103424. <u>https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103424</u>
- Wang H. Predicting fracture evolution during lithiation process using peridynamics / H. Wang, E. Oterkus, S. Oterkus // Engineering Fracture Mechanics. – 2018. – T. 192. – P. 176-191. https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.02.009
- Littlewood D. J. Simulation of dynamic fracture using peridynamics, finite element modeling, and contact / D. J. Littlewood // ASME International mechanical engineering congress and exposition. – 2010. – T. 44465. – P. 209-217. <u>https://doi.org/10.1115/IMECE2010-</u> 40621
- Madenci E. A state-based peridynamic analysis in a finite element framework / Madenci E. et al. //Engineering fracture mechanics. – 2018. – T. 195. – P. 104-128. https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.03.033
- Yang D. effective correspondence-based peridynamics-FEM coupling model for brittle fracture / D. Yang, X. He, Y. Deng //International Journal of Mechanical Sciences. – 2024. – T. 264. – P. 108815. https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.03.033
- Lemaitre J. Mechanics of solid materials./ J. Lemaitre, J. L. Chaboche // Cambridge: University press, 1994. – 556 p.
- 15. Parks M. L. Peridigm users' guide. V1. 0.0. / Parks M. L. et al. Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque, NM, and Livermore, CA (United States), 2012. – №. SAND2012-7800.
- Docker Documentation. (2024). Docker Overview. Retrieved from <<u>https://docs.docker.com/get-started/overview/</u>>
- 17. Kamaldeep Programming for Problem-solving with C. Formulating algorithms for complex problems. / Kamaldeep. 2023. 480 p.

References (transliterated)

- Stronge W. J. Impact mechanics. Cambridge university press, 2018. 353 p. <u>https://doi.org/10.1017/9781139050227</u>
- Walker J. D. Modern impact and penetration mechanics. Cambridge university press, 2021. 694 p. https://doi.org/10.1017/9781108684026
- 3. Alves M. Impact Engineering: Fundamentals, Experiments, Nonlinear Finite Elements. CRC Press, 2024.460 p. https://doi.org/10.1201/9781003485292
- 4. Hallquist, J.: LS–Dyna theory manual: LSTC (Livermore Software Technology Corporation). 2018
- Lahe Motlagh P., Kefal A. Comparative study of peridynamics and finite element method for practical modeling of cracks in topology optimization. Symmetry. – 2021. – T. 13. – №. 8. – P. 1407. https://doi.org/10.3390/sym13081407
- Bobaru, F., Foster, J. T., Geubelle, P. H., Silling, S. A, Handbook of peridynamic modeling. 2016. CRC press, 586 p. https://doi.org/10.1201/9781315373331
- 7. Silling, S. A.; Askari, E.: A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. Computers & Structures. 83 (17–18), 2005.
 P. 1526–1535. <u>https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.11.026</u>
- Guozhe S. et al. Large deformation and fracture analysis of thin plate bending based on peridynamics *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2023. T. 55. №. 2. P. 381-389.
- Jafaraghaei Y., Yu T., Bui T. Q. Peridynamics simulation of impact failure in glass plates. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2022. T. 121.C. 103424.

https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103424

- Wang H., Oterkus E., Oterkus S. Predicting fracture evolution during lithiation process using peridynamics. *Engineering Fracture Mechanics*. 2018. T. 192. P. 176-191. <u>https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.02.009</u>
- Littlewood D. J. Simulation of dynamic fracture using peridynamics, finite element modeling, and contact. ASME International mechanical engineering congress and exposition. 2010. T. 44465. P. 209-217. https://doi.org/10.1115/IMECE2010-40621
- 12. Madenci E. et al. A state-based peridynamic analysis in a finite

element framework. *Engineering fracture mechanics*. 2018. T. 195. – P. 104-128. <u>https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.03.033</u>

- Yang D., He X., Deng Y. An effective correspondence-based peridynamics-FEM coupling model for brittle fracture. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2024. T. 264. P. 108815. <u>https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.03.033</u>
- Lemaitre J., Chaboche J. L. Mechanics of solid materials. Cambridge: University press, 1994. 556 p.
- 15. Parks M. L. et al. Peridigm users' guide. V1. 0.0. Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque, NM, and Livermore, CA (United States), 2012. №. SAND2012-7800.
- Docker Documentation. (2024). Docker Overview. Retrieved from https://docs.docker.com/get-started/overview/
- 17. Kamaldeep Programming for Problem-solving with C. Formulating algorithms for complex problems. 2023. - 480 p. Надійшла (received) 29.11.2024

Відомості про авторів/ About the Authors

Бондарь Сергій Володимирович — кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)707-64-54; ORCID: <u>https://orcid.org/0009-0006-7559-5979</u>; e-mail: <u>serhii.bondar@khpi.edu.ua</u>

Батюк Олег Анатолійович (Batiuk Oleh) - Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)707-64-54; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0001-6762-0616</u>; e-mail: <u>oleh.batiuk@khpi.edu.ua</u>

Бреславський Дмитро Васильович (Breslavsky Dmytro)– доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057)7076454; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-3792-5504</u>; e-mail: <u>Dmytro.Breslavsky@khpi.edu.ua</u>

`УДК 531:519.6

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.198573

О. О. ЛАРІН, К. Є. ПОТОПАЛЬСЬКА, Є. М ГРІНЧЕНКО, Н. Р. РАЗУМОВСЬКА, Н. ВАСИЛЬЧЕНКО

РОЗРОБКА РОЗРАХУНКОВИХ МОДЕЛЕЙ ПАСИВНИХ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПІДВІШУВАННЯ З КВАЗІНУЛЬОВОЮ ЖОРСТКІСТЮ, ЩО ВИГОТОВЛЕНІ З КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ

У цій роботі розроблено метаструктуру з квазінульовою динамічною жорсткістю для застосування у віброзахисних системах. Запропонована структура складається з одиничних комірок, які включають елементи з негативною та позитивною жорсткістю, розташовані паралельно, що дозволяє досягти області квазінульової жорсткості. Така особливість забезпечує можливість значного зниження переданих вібрацій, що є надзвичайно важливим для прецизійного обладнання, транспортних систем і будівельних конструкцій, чутливих до вібраційних навантажень. У межах дослідження проведено чисельне моделювання статичних характеристик одиничної комірки під одноосьовим стисканням. Це дозволило визначити вплив геометричних параметрів та матеріальних характеристик на ефективність роботи метаструктури. Крім того, було розроблено конструкцію, що включає множину таких комірок, що дало змогу оцінити можливість масштабування структури для практичних застосувань. Результати дослідження демонструють, що для запропонованої метаструктури зона квазінульової жорсткості знаходиться в діапазоні переміщень від 11 мм до 40 мм. У цій зоні значення сили залишається майже незмінним і становить близько 300 Н, що свідчить про стабільну роботу системи. Така поведінка дозволяє ефективно ізолювати коливання в широкому діапазоні частот і навантажень. Одержані залежності переміщення платформи від навантаження дозволяють налаштовувати статичну жорсткість конструкції для різних застосувань ще на етапі проектування. Це відкриває можливості для адаптації метаструктури під специфічні умови експлуатації, що робить її універсальним рішенням для різних сфер промисловості. Таким чином, метаструктура, створена на основі одиничних комірок з квазінульовою жорсткістю, є перспективним рішенням для розробки віброзахисних систем, що дозволяє забезпечити ефективну ізоляцію в широкому діапазоні навантажень. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на оптимізацію геометричних параметрів та матеріальних характеристик для досягнення ще вищої ефективності роботи структури.

Ключові слова: квазінульова жорсткість, метаматеріали, напруження, силовий відкук

O.O. LARIN, K. E. POTOPALSKA, E. M. GRINCHENKO, N. R. RAZUMOVSKA, N. VASILCHENKO

DEVELOPMENT OF CALCULATION MODELS OF PASSIVE STRUCTURAL SUSPENSION ELEMENTS WITH QUASI-ZERO STIFFNESS MADE OF COMPOSITE MATERIALS

This study introduces the design and analysis of a novel metastructure with quasi-zero dynamic stiffness for potential use in vibration isolation systems. The proposed metastructure is constructed from unit cells that integrate elements with both negative and positive stiffness. These elements are arranged in parallel to create a region of quasi-zero stiffness. This unique configuration allows the metastructure to achieve a balance between stability and flexibility, making it highly adaptable for various engineering applications.Numerical simulations were conducted to evaluate the static characteristics of a single unit cell under uniaxial compression. The results demonstrated that the unit cell exhibits a quasi-zero stiffness zone, characterized by a displacement range between 11 mm and 40 mm, where the applied force remains nearly constant at approximately 300 N. Additionally, a comprehensive multi-cell design was developed to explore the scalability and practical applicability of the metastructure in larger systems. The analysis showed that the metastructure's static stiffness and the boundaries of the quasi-zero stiffness zone highlights the geometric and material properties of the unit cells. Graphical results, including displacements along the Y-axis and equivalent stress distributions for a displacement of 30 mm, confirm the effectiveness of the design. The ability to maintain consistent force in the quasi-zero stiffness zone highlights the potential for this metastructure to enhance vibration protection systems due to its tunable properties and efficient isolation capabilities. By utilizing the derived dependencies between platform displacement and applied load, engineers can optimize the design parameters during the development phase to achieve desired performance outcomes. This work lays a foundation for the practical implementation of metastructures in vibration-sensitive applications, offering innovative solutions for challenges in dynamic load management and structural stability.

Keywords: quasi-zero stiffness, metamaterials, stresses, force buckling.

Вступ. Однією з основних причин виходу з ладу різних механізмів та приладів, які розташовані в рухомих об'єктах' є шкідливий вплив вібрації, яка викликається роботою двигуна транспортного засобу, впливом мікропрофілю дорожнього покриття, різних додаткових механізмів і т.д. Захист від вібрацій є важливою задачею сучасного машинобудування, адже надійна робота обладнання та безпека оператора безпосередньо залежать від ефективності систем віброізоляції. Зростання швидкостей pyxy та потужностей силових і технологічних установок спричиняє підвищення рівня коливань, які впливають на опорні конструкції. Це вимагає вдосконалення існуючих віброізоляційних систем, розробки нових технічних рішень, створення математичних моделей та їх аналізу для різних режимів експлуатації. У зв'язку з цим актуальною проблемою є створення віброзахисної системи та оцінка її ефективності.

1. Аналіз існуючих шляхів рішення проблеми. Віброізолятори широко використовуються інженерних системах для ізоляції об'єктів від зовнішнього вібраційного впливу [1-3]. Для захисту технологічного обладнання від шкідливих вібрацій доцільно застосовувати пасивні системи, оскільки вони найбільш простими та економічно € виправданими. Однією з основних характеристик віброізолятора є частота його власних коливань. Чим менша ця частота, тим ширший діапазон частот збурюючої сили, за якого робота віброізолятора є ефективною. Для створення віброзахисних систем із низькою власною частотою коливань можливе використання систем із квазинульовою жорсткістю (QZS) [4-5]. Негативна жорсткість, отримана від комірок, що функціонують на принципі втрати стійкості або snap-through, вважається основним

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 механізмом поглинання енергії для метаматеріалів і метаструктур [5-15].

Збираючи комірки з властивістю негативної жорсткості в серію, можна досягти бажаних характеристик захисту від ударів або поглинання енергії [6-7]. Як штучний матеріал та структура з передовими механічними й фізичними властивостями, характеристики метаматеріалів унікальні та метаструктур залежать не від внутрішніх властивостей матеріалів, а від конфігурації їхніх внутрішніх розроблені періодичних комірок. Спеціально криволінійні балки [8-12] та нахилені балки [1-2], що розташовані у конструкціях із жорсткими рамами, зазвичай використовуються як комірки з негативною жорсткістю завдяки простоті їхнього виготовлення за допомогою технології 3D-друку.

Системи QZS базуються на механізмі високої статичної та низької динамічної жорсткості (HSLDS). Це дозволяє проєктувати системи з високою несучою здатністю та низькою власною частотою. Зазвичай QZS-ізолятори поєднують елементи позитивної та негативної жорсткості: позитивна жорсткість забезпечує стабільність, а негативна компенсує динамічну жорсткість y певному діапазоні покращує переміщень, що віброізоляцію. Для реалізації негативної жорсткості використовуються різні методи: похилі пружини, магнітні системи, кулачково-роликові механізми, метаматеріали та інші. Більшість досліджень зосереджено на створенні оптимальних конфігурацій для досягнення цих властивостей. Метаструктури на основі QZS ізолюють небажані вібрації у широкому діапазоні частот.

Наприклад, у роботах [16-19], створено податливі структури для забезпечення нелінійності, що також активно впроваджуються для низькочастотної ізоляції.

У цій роботі досліджено компактну легку метаструктуру з високою статичною та низькою динамічною жорсткістю. Метаструктура демонструє стабільну поведінку QZS для ізоляції вібрацій у низькочастотних діапазонах.

2. Постановка задачі. Метою цієї роботи є розробка метаструктури з квазінульовою динамічною жорсткістю та дослідження її характеристик у застосуванні для вібраційної ізоляції. Для досягнення цієї мети було виконано наступні кроки:

1. Створено метаструктуру, що складається з одиничної комірки.

2. Чисельно визначено статичні характеристики метаструктури, що складається з одиничної комірки, під одноосьовим стисканням.

3. Розроблено модель конструкції, що включає множину комірок.

3. Основна частина. Спроєктована метаструктура показана на рисунку 1. Її комірка складається синусоїдальної балки, 3 пари напівкруглих арок та жорстких стінок. Синусоїдальна балка демонструє властивості негативної жорсткості під дією бічного навантаження, тоді як арка, що домінує за вигином, демонструє позитивну жорсткість вертикальним навантаженням. під Завдяки відповідному розташуванню цих елементів, у комірці та в усій метаструктурі реалізується квазінульова жорсткість.



На рисунку 1, *с*, форма синусоїдальної балки задається рівнянням:

$$y = h/2[1 - sin(2\pi(x - l_1/4)/l_1)]$$

Де l_1 – довжина, b_1 – глибина, t_1 – товщина, h – амплітуда. Напівкругла арка на рисунку 2(d) має довжину l_2 , радіус $R=l_2/4$, глибину b_2 і товщину t_2 . Синусоїдальна балка й напівкруглі арки з'єднані жорсткими стінками товщиною t.

Розташування балки з негативною жорсткістю та арок із позитивною жорсткістю паралельно дозволяє комірці мати область квазінульової жорсткості. Таким чином, ця комірка може формувати всю метаструктуру (рисунок la), статична жорсткість якої та область квазінульової жорсткості можуть бути налаштовані для різних застосувань.

При дослідженні за основу була взята балка надана в публікації [1]. Для підвищення несучої здатності вона була модифікована шляхом збільшення ії загальної довжини, а також загального масштабування та збільшення товщини синусоїдальних елементів на 30 відсотків.

Для чисельного аналізу був використаний метод скінченних елементів. При розрахунках був використаний твердотільний елемент, що має шість ступенів свободи у вузлі.

Для чисельних симуляцій був використаний метаметеріал з наступними властивостями: Модуль пружності 49.5 МПа, коефіцієнт Пуассона 0.36, щільність 1252 кг/м³. Також були враховані властивості даного матеріалу отримані підчас тесту на розтягання. Залежність напруження-деформації зображена на рисунку 2.



Рис. 2 – Результати експерименту на розтягнення [1]

У цій роботі розглядалася елементарна комірка з різною загальною довжиною (114 мм, 118 мм і 122 мм). Розміри елементарної комірки базувалися на результатах, представлених у статті [1]. СЕ-модель наведена на рисунку 3.

Наявність зони з квазінульовою жорсткістю можна визначити за нелінійною силою пружини,

наведеною на рисунку 4. Це відповідає інтервалу можливих вертикальних переміщень вантажної платформи до 3 мм. В діапазоні переміщень від 3 до 21 мм елемент зберігає практично постійну жорсткість пружини. Слід зазначити, що якщо потенційні переміщення перевищують задані значення, то жорсткість цієї системи призведе до зворотного ефекту щодо віброізоляції.



Рис. 3 – Модель СЕ елементарної комірки



Рис. 4 – Зони переміщень з квазінульовою жорсткістю Цей елемент блоку демонструє задовільні результати і може слугувати основою для моделювання більш складного віброізолятора, який

може працювати на більших рівнях переміщення. Моделювання напружено деформованого стану елементарної комірки для різних рівнів переміщення навантаження, а саме вертикальні переміщення наведено на рисунку 5.



Рис.5 – *а* - Напрямлені переміщення Y; *b* - еквівалентні напруження фон Мізеса для різних рівнів переміщення навантаження

Змоделюємо ситуацію, коли загальна сила, яка буде прикладена буде становити приблизно 1500 Н. Тому аби посилити несучу здатність однієї комірки вона була модифікована шляхом масштабування у два рази загальної конструкції та збільшення товщини синусоїдальних елементів на 30%. Результати розрахунків наведено наявною зоною 3 3 квазінульовою жорсткістю на рисунку 6.





Моделювання напружено деформованого стану масштабованої елементарної комірки для різних рівнів переміщення навантаження наведено на рисунку 7. Границя пружності даного матеріалу дорівнює 68 МПа, виникаючі напруження не перевищують даний критерій.



Рис.7 – а - Напрямлені переміщення У; б - еквівалентні напруження фон Мізеса для рівня навантаження 30 мм

Результати для модифікованої одиночної комірки показують, що зона з квазінульовою жорсткістю дорівнює 30 мм. В цій зоні несуча здатність конструкції дорівнює приблизно 80 Н.

На основі модифікованої комірки було створено конструкцію, що складається з чотирьох комірок, п'єдесталу, кріплень та площадки для навантаження. Тривимірна модель конструкції показана на рисунку 8.



Рис. 8 - СЕ модель конструкції віброізолятора з QZS.

Для розрахунків були задані граничні умови: обмеження переміщень по нижній поверхні та боковим кріпленням. Навантаження прикладалась на верхню поверхню по крокам до 50 мм.

Наявність зони з квазінульовою жорсткістю можна визначити за допомогою аналізу нелінійної сили, що показана на рисунку 9.



Рис.9 - Зони переміщень з квазінульовою жорсткістю

З отриманих результатів видно, що для запропонованої конструкції зона з квазінольовою жорсткістю знаходиться в діапазоні від 11 мм до 40 мм. При цьому в даній зоні значення сили дорівнює близько 300 Н. На рисунках 10 наведені переміщення у направлені Y, на рисунку 11 – еквівалентні напруження для навантаження, що відповідає 30 мм переміщення.



Рис.10 – Напрямлені переміщення У для рівня навантаження 30 мм



Рис.11 – Еквівалентні напруження фон Мізеса для рівня навантаження 30 мм

В запропонованих параметрах переміщень, де виконується ефект квазінульової жорсткості напруження в конструкції віброізолятора не перевищують граничних значень. Система працює в зоні пружних деформацій.

Висновки. Моделювання запропонованого пристрою доводить можливість його використання в якості віброзахистної системи з використанням елементів з квазінульовою жорсткістю. З графіків, приведених на рисунках 6 та 9 видно, що в конструкції наявна зона з квазінольовою жорсткістю, яка знаходиться в діапазоні переміщень від 11 мм до 40 мм. При цьому знамення сили майже не змінюється. Отримані в роботі залежності та методика розрахунку дозволяють на стадії проектування вибрати основні параметри опори з використанням запропонованої конструкції з декількох комірок, а також провести попередню оцінку ефективності віброізоляції використовуючи залежність переміщення платформи від навантаження.

Подяка: Це наукове дослідження було підтримано та частково фінансувалось Національним фондом досліджень України (НФДУ грант: 2023.03/0255) : Вібраційний захист пристроїв, апаратури, вантажів та людей від динамічних впливів в надзвичайних умовах на основі дослідження нелінійних коливань систем складної структури з керованими і пасивними елементами.

Список літератури

- Haigui Fan, Lijuan Yang, Yuchen Tian & Zewu Wang, Design of metastructures with quasi-zero dynamic stiffness for vibration isolation, Composite Structures, Volume 243, 2020, 112244. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112244
- Mohaddeseh Gholikord, Ehsan Etemadi, Mohammad Imani & Mahboubeh Hosseinabadi, Design and analysis of novel negative stiffness structures with significant energy absorption, Thin-Walled Structures, Volume 181, 2022, 110137. https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.110137
- 3. David A. Debeau, Carolyn C. Seepersad & Michael R. Haberman, Impact behavior of negative stiffness honeycomb materials,

Mechanical Engineering Department, The University of Texas at Austin, Austin, Texas 78712, USA.

Srajan Dalela, P. S. Balaji, Moussa Leblouba, Suverna Trivedi & Abul Kalam, Nonlinear static and dynamic response of a metastructure exhibiting quasi-zero-stiffness characteristics for vibration control: an experimental validation, Scientific Reports, Volume 14, 19195, 2024. https://doi.org/10.1038/s41598-024-70126-x

Bo Yan, Zhihao Wang, Hongye Ma, Huihuang Bao, Ke Wang, Chuanyu Wu, A novel lever-type vibration isolator with eddy current damping, Journal of Sound and Vibration, Volume 494, 2021. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115862

Ding, H. & Chen, L. Q., Nonlinear vibration of a slightly curved beam with quasi-zero-stiffness isolators, Nonlinear Dynamics, 95, 2367–2382. https://doi.org/10.1007/s11071-018-4697-9 (2019).

Huang, X., Liu, X. & Hua, H., On the characteristics of an ultra-low frequency nonlinear isolator using sliding beam as negative stiffness, Journal of Mechanical Science and Technology, 28, 813–822. https://doi.org/10.1007/s12206-013-1205-5 (2014).

- Fulcher, B. A., Shahan, D. W., Haberman, M. R., Seepersad, C. C. & Wilson, P. S., Analytical and experimental investigation of buckled beams as negative stiffness elements for passive vibration and shock isolation systems, Journal of Vibration and Acoustics, ASME, https://doi.org/10.1115/1.4026888 (2014).
- Liu, C. & Yu, K., Accurate modeling and analysis of a typical nonlinear vibration isolator with quasi-zero stiffness, Nonlinear Dynamics, 100, 2141–2165. https://doi.org/10.1007/s11071-020-05642-2 (2020).
- Kovacic, I., Brennan, M. J. & Waters, T. P., A study of a nonlinear vibration isolator with a quasi-zero stiffness characteristic, Journal of Sound and Vibration, 315, 700–711. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.12.019 (2008).
- Bouna, H. S., Nbendjo, B. R. N. & Woafo, P., Isolation performance of a quasi-zero stiffness isolator in vibration isolation of a multispan continuous beam bridge under pier base vibrating excitation, Nonlinear Dynamics, 100, 1125–1141. https://doi.org/10.1007/s11071-020-05580-z (2020).
- Liu, C. & Yu, K., Design and experimental study of a quasi-zerostiffness vibration isolator incorporating transverse groove springs, Archives of Civil and Mechanical Engineering, 20, 67. https://doi.org/10.1007/s43452-020-00069-3 (2020).
- Che K, Yuan C, Wu J, Jerry Qi H, Meaud J., Three-dimensionalprinted multistable mechanical metamaterials with a deterministic deformation sequence, Journal of Applied Mechanics, 2017; 84(1).
- Izard AG, Alfonso RF, McKnight G, Valdevit L., Optimal design of a cellular material encompassing negative stiffness elements for unique combinations of stiffness and elastic hysteresis, Materials Design, 2017; 135:37–50.
- Ren C, Yang D, Qin H., Mechanical performance of multidirectional buckling-based negative stiffness metamaterials: an analytical and numerical study, Materials, 2018; 11(7):1078.
- Yang H, Ma L., Multi-stable mechanical metamaterials by elastic buckling instability, Journal of Materials Science, 2019; 54(4):3509– 26.
- Tan X, Chen S, Zhu S, Wang B, Xu P, Yao K, et al., Reusable metamaterial via inelastic instability for energy absorption, International Journal of Mechanical Sciences, 2019; 155:509–17.
- Ha CS, Lakes RS, Plesha ME., Design, fabrication, and analysis of lattice exhibiting energy absorption via snap-through behavior, Materials Design, 2018; 141:426–37.
- Tan X, Wang B, Chen S, Zhu S, Sun Y., A novel cylindrical negative stiffness structure for shock isolation, Composite Structures, 2019; 214:397–405.

References (transliterated)

- Haigui Fan, Lijuan Yang, Yuchen Tian & Zewu Wang, Design of metastructures with quasi-zero dynamic stiffness for vibration isolation, Composite Structures, Volume 243, 2020, 112244. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112244
- Mohaddeseh Gholikord, Ehsan Etemadi, Mohammad Imani & Mahboubeh Hosseinabadi, Design and analysis of novel negative stiffness structures with significant energy absorption, Thin-Walled Structures, Volume 181, 2022, 110137. https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.110137
- 3. David A. Debeau, Carolyn C. Seepersad & Michael R. Haberman,
- Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

Impact behavior of negative stiffness honeycomb materials, Mechanical Engineering Department, The University of Texas at Austin, Austin, Texas 78712, USA.

- Srajan Dalela, P. S. Balaji, Moussa Leblouba, Suverna Trivedi & Abul Kalam, Nonlinear static and dynamic response of a metastructure exhibiting quasi-zero-stiffness characteristics for vibration control: an experimental validation, Scientific Reports, Volume 14, 19195, 2024. https://doi.org/10.1038/s41598-024-70126-x
- Bo Yan, Zhihao Wang, Hongye Ma, Huihuang Bao, Ke Wang, Chuanyu Wu, A novel lever-type vibration isolator with eddy current damping, Journal of Sound and Vibration, Volume 494, 2021. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115862
- Ding, H. & Chen, L. Q., Nonlinear vibration of a slightly curved beam with quasi-zero-stiffness isolators, Nonlinear Dynamics, 95, 2367–2382. https://doi.org/10.1007/s11071-018-4697-9 (2019).
- Huang, X., Liu, X. & Hua, H., On the characteristics of an ultra-low frequency nonlinear isolator using sliding beam as negative stiffness, Journal of Mechanical Science and Technology, 28, 813–822. https://doi.org/10.1007/s12206-013-1205-5 (2014).
- Fulcher, B. A., Shahan, D. W., Haberman, M. R., Seepersad, C. C. & Wilson, P. S., Analytical and experimental investigation of buckled beams as negative stiffness elements for passive vibration and shock isolation systems, Journal of Vibration and Acoustics, ASME, https://doi.org/10.1115/1.4026888 (2014).
- Liu, C. & Yu, K., Accurate modeling and analysis of a typical nonlinear vibration isolator with quasi-zero stiffness, Nonlinear Dynamics, 100, 2141–2165. https://doi.org/10.1007/s11071-020-05642-2 (2020).
- Kovacic, I., Brennan, M. J. & Waters, T. P., A study of a nonlinear vibration isolator with a quasi-zero stiffness characteristic, Journal of Sound and Vibration, 315, 700–711. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.12.019 (2008).

- Bouna, H. S., Nbendjo, B. R. N. & Woafo, P., Isolation performance of a quasi-zero stiffness isolator in vibration isolation of a multispan continuous beam bridge under pier base vibrating excitation, Nonlinear Dynamics, 100, 1125–1141. https://doi.org/10.1007/s11071-020-05580-z (2020).
- Liu, C. & Yu, K., Design and experimental study of a quasi-zerostiffness vibration isolator incorporating transverse groove springs, Archives of Civil and Mechanical Engineering, 20, 67. https://doi.org/10.1007/s43452-020-00069-3 (2020).
- Che K, Yuan C, Wu J, Jerry Qi H, Meaud J., Three-dimensionalprinted multistable mechanical metamaterials with a deterministic deformation sequence, Journal of Applied Mechanics, 2017; 84(1).
- Izard AG, Alfonso RF, McKnight G, Valdevit L., Optimal design of a cellular material encompassing negative stiffness elements for unique combinations of stiffness and elastic hysteresis, Materials Design, 2017; 135:37–50.
- Ren C, Yang D, Qin H., Mechanical performance of multidirectional buckling-based negative stiffness metamaterials: an analytical and numerical study, Materials, 2018; 11(7):1078.
- Yang H, Ma L., Multi-stable mechanical metamaterials by elastic buckling instability, Journal of Materials Science, 2019; 54(4):3509– 26.
- Tan X, Chen S, Zhu S, Wang B, Xu P, Yao K, et al., Reusable metamaterial via inelastic instability for energy absorption, International Journal of Mechanical Sciences, 2019; 155:509–17.
- Ha CS, Lakes RS, Plesha ME., Design, fabrication, and analysis of lattice exhibiting energy absorption via snap-through behavior, Materials Design, 2018; 141:426–37.
- Tan X, Wang B, Chen S, Zhu S, Sun Y., A novel cylindrical negative stiffness structure for shock isolation, Composite Structures, 2019; 214:397–405.

Надійшла (received) 07.12.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Ларін Олексій Олександрович (Larin Oleksiy) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», директор навчально наукового інституту комп'ютерного моделювання, прикладної фізики та математики; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-68-79; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5721-4400; e-mail: oleksiy.larin@khpi.edu.ua

Потопальська Ксенія Євгеовна (Potopalska Ksenia) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: (063)4118083; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0001-8184-4229</u>; e-mail: <u>Kseniia.potopalska@khpi.edu.ua</u>

Грінченко Євген Миколайович (Grinchenko Evgen) – кандидат технічних наук, доцент, Харківський національний університет внутрішніх справ, провідний науковий співробітник науково-дослідної лабораторії з проблем інформаційних технологій та протидії злочинності у кіберпросторі; м. Харків, Україна; тел.: (050) 962-88-00; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-3973-9078;</u> e-mail: <u>lab-it@univd.edu.ua</u>

Разумовська Надія Рінатівна (Rozumovska Nadiia) – Харківський національний автомобільно-дорожній університет, старший викладач кафедри філософії та педагогіки професійної підготовки; м. Харків, Україна; тел.: (099)-248-7-911; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-2804-290X</u>; e-mail: <u>Razum.nadia@gmail.com</u>

Васильченко Нікіта Андрійович (Vasylchenko Nikita) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», бакалавр з прикладної математики; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-68-79; e-mail: nikita.vasylchenko@infiz.khpi.edu.ua

УДК 519.2

DOI: 10.20998/2078-9130.2024.2.318912

Р. А. БАБУДЖАН, М. І. ШАПОВАЛОВА, О. О. ВОДКА

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ РОБОТИ ФІЗИКО-ІНФОРМОВАНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ НА ПРИКЛАДІ ДЕФОРМУВАННЯ БАЛКИ

У роботі досліджено точність прогнозування деформації балки за допомогою фізико-інформованих нейронних мереж (PINN) у порівнянні зі звичайними повнозв'язними нейронними мережами. Прогнозування прогину балки є важливою задачею в механіці, що має широке застосування у проєктуванні несучих конструкцій. Класичні чисельні методи, такі як метод скінченних елементів, часто потребують значних обчислювальних ресурсів, тоді як нейронні мережі можуть запропонувати ефективну альтернативу. Для експерименту було використано аналітичне рішення задачі прогину балки, шарнірно опертої з одного кінця, закріпленої з іншого, та навантаженої точковою силою. Було створено набір даних, у якому варіювалася позиція прикладання навантаження для отримання різних значень прогину. Архітектура нейронної мережі базувалася на повнозв'язній структурі, навченої для прогнозування прогину. У ході дослідження порівнювалися дві функції втрат: стандартна, яка мінімізує середньоквадратичну помилку (MSE), та комплексна, що включає фізичну компоненту. Остання враховувала закони механіки, зокрема диференціальні рівняння прогину балки, які інтегрувалися у процес навчання через градієнти вихідних даних мережі. Додатково досліджувався вплив архітектури мережі, зокрема зміни кількості прихованих шарів і нейронів, на точність прогнозування. Фізична функція втрат також враховувала граничні умови балки, що забезпечувало коректне відтворення її механічної поведінки. Це дозволило моделі не тільки прогнозувати прогин, а й точно обчислювати його похідні, що є критично важливим для інженерних застосувань. Результати показали, що включення фізичних законів у процес навчання значно підвищує точність прогнозів, особливо при обмеженій кількості даних. Порівняння продемонструвало, що фізико-інформована нейронна мережа забезпечує кращі результати, ніж звичайна модель, і точніше відображає поведінку балки під навантаженням. Отримані висновки підкреслюють ефективність підходу PINN для розв'язання інженерних задач, де важливу роль відіграють фізичні моделі та закони.

Ключові слова: набір даних, деформування балки, фізико-інформована нейрона мережа.

R. A. BABUDZHAN, M. I. SHAPOVALOVA, O. O. VODKA

STUDY OF THE ACCURACY OF PHYSICALLY INFORMED NEURAL NETWORKS USING THE EX-AMPLE OF BEAM DEFORMATION

The study investigates the accuracy of beam deformation prediction using physics-informed neural networks (PINN) compared to conventional fully connected neural networks. Predicting beam deflection is a crucial task in mechanics, widely applied in the design of load-bearing structures. Classical numerical methods, such as the finite element method, often require significant computational resources, whereas neural networks can offer a more efficient alternative. For the experiment, an analytical solution to the beam deflection problem was used, where the beam is hinged at one end, fixed at the other, and subjected to a point force. A dataset was created in which the position of the applied load was varied to obtain different deflection values. The architecture of the neural network was based on a fully connected structure trained for deflection prediction. During the study, two loss functions were compared: a standard one that minimizes the mean square error (MSE) and a complex one that includes a physical component. The latter accounted for the laws of mechanics, particularly the differential equations of beam deflection, which were integrated into the training process through the gradients of the network's output data. Additionally, the impact of the network architecture was studied, specifically how variations in the number of hidden layers and neurons influenced prediction accuracy. The physical loss function also incorporated boundary conditions of the beam, ensuring the correct representation of its mechanical behavior. This allowed the model not only to predict deflection but also to accurately compute its derivatives, which is critical for only to predict dual more accurately reflects the behavior of the beam under load. The obtained findings emphasize the effectiveness of the PINN approach for solving engineering problems where physical models and laws play an important role.

Keywords: dataset, beam deformation, physically informed neural network.

Вступ. Фізико-інформовані нейронні мережі (PINNs) становлять інноваційний підхід до розв'язання складних завдань у механіці, що поєднує принципи машинного навчання (ML) з фізичними законами. У традиційній механіці для моделювання складних процесів, таких як розв'язання нелінійних рівнянь або аналіз напружено-деформованого стану (НДС). зазвичай використовують числові методи, наприклад, метод скінченних елементів (МСЕ) або метод Проте граничних елементів. вони часто F обчислювально затратними і вимагають глибоких знань про вхідні дані. Натомість сучасні алгоритми ML, як-от глибокі нейронні мережі (DNNs), добре справляються з апроксимацією складних функцій і дозволяють працювати з великими обсягами даних. Однак ці підходи мають суттєвий недолік – відсутність фізичних обмежень, що часто призводить до непередбачуваних результатів за межами навчальної вибірки.

Ця технологія об'єднує найкраще з обох світів, додаючи фізичні обмеження у вигляді рівнянь, таких як рівняння Нав'є-Стокса чи закони термодинаміки, до функції втрат нейронної мережі. Це дозволяє отримувати моделі, відповідають що як експериментальним даним, так і фізичним законам, і тим самим покращує точність та узагальненість. Такий підхід знайшов застосування в широкому діапазоні задач – від аналізу матеріалів і моделювання конструкцій до прогнозування складних потоків у геофізиці та біомеханіці. Машинне навчання все ширше застосовується в механіці для вирішення завдань моделювання та аналізу, таких як оцінка властивостей матеріалів, прогнозування НДС у складних конструкціях і симуляція потоків у багатофазних середовищах. Одним із найпоширеніших підходів є використання моделей типу "чорної скриньки", які базуються на глибоких нейронних мережах, що будуються на основі великих наборів

даних без інтеграції фізичних законів. Такі методи демонструють високу точність у межах навчальної вибірки, проте їхня екстраполяція часто ненадійна через брак фізичної інтерпретованості. Альтернативою ϵ методи з обмеженою фізичною інтеграцією, які частково враховують фізичні закони, наприклад, через додавання характеристичних параметрів до вхідних даних або використання спеціальних активаційних функцій.

Ще одним ефективним підходом є гібридні методи, що поєднують традиційні числові моделі, такі як МСЕ, із навчанням на основі даних. Це дозволяє використовувати фізико-інформовані моделі для обчислення параметрів або уточнення результатів моделювання. Попри значні досягнення в цій галузі, практичне застосування машинного навчання в механіці стикається з низкою викликів. Висока обчислювальна складність, обмежена доступність даних і чутливість до шуму ускладнюють реалізацію цих підходів, що зумовлює необхідність подальших досліджень і вдосконалення методів.

Розглянуті роботи підкреслюють ефективність PINNs у різних галузях науки і техніки. Зокрема, для розв'язання нелінійного рівняння Шредінгера, що дозволило значно підвищити точність моделювання завдяки використанню навчання з різними граничними умовами [1]. Чи для оцінки поперечних переміщень і модуля пружності в задачах механіки балок [5]. Деякі дослідження фокусуються на моделюванні процесів із частковим знанням фізики. Наприклад, у роботі [6] PINNs методологія дозволила оцінювати не спостережувані стани у хімічних реакторах із неповними рівняннями, а у [11] – для задач течії у відкритих областях. Важливим кроком стало застосування фізико-інформованих нейронних мереж для задач матеріалознавства. Робота [17] демонструє покращення точності прогнозування характеристик магнітних багатошарових матеріалів шляхом використання ансамблевого навчання та методів генерації даних. Аналогічно, стаття [19] вперше застосовує удосконалені PINNs (I-PINNs) для моделювання потоку в пористих середовищах із урахуванням фрактур.

Крім того, нейронні мережі такого типу знаходять застосування в задачах великого масштабу. Наприклад, запропоновано метод PINN-DD V [12] лля моделювання процесів у нафтових резервуарах з обмеженими даними, а робота [10] демонструє ефективність ансамблевого підходу до зменшення помилок у задачах виробництва. Робота [20] пропонує новий підхід до використання нейронних мереж для прогнозування процесів полімеризації, інтегруючи фундаментальні хімічні знання у вигляді кінетичних моделей, що дозволяє зменшити потребу в великих наборах даних та покращити точність прогнозів, навіть з обмеженими даними. Зокрема, автори демонструють, як цей метод перевершує традиційні нейронні мережі та покращує прогнози існуючих кінетичних моделей, працюючи з даними, що містять всього один зразок. Однак методологія потребує більш детального опису, а також необхідні додаткові дослідження щодо універсальності та потенційних проблем з перенавчанням.

Незважаючи на значні досягнення, фізикоінформовані нейронні мережі мають низку обмежень, які ускладнюють їхнє застосування. Однією з ключових проблем є чутливість до параметрів навчання. Дослідження [11; 16] показують, що надмірна кількість змінних, які беруть участь у процесі зворотного розповсюдження градієнтів, може знижувати точність результатів через утруднення пошуку глобального мінімуму функції втрат. Ще однією суттєвою проблемою є висока обчислювальна складність їх навчання, особливо при моделюванні великих систем. Це значно збільшує час і ресурси, необхідні для досягнення прийнятної точності [12; 16].

Також, такі нейронні мережі інколи демонструють труднощі з узагальненням для різних масштабів і умов, що знижує їхню ефективність у задачах із широким спектром параметрів [3; 9]. Ще однією невирішеною проблемою є недостатнє вивчення впливу дискретизації на результати роботи PINNs. Ця проблема особливо помітна у роботах [6; 19]. Таким чином, подальші дослідження повинні зосередитися на вирішенні цих обмежень, щоб покращити застосовність технології у складних реальних сценаріях.

Отже, фізико-інформовані нейронні мережі є перспективним інструментом для вирішення складних задач механіки та аналізу властивостей матеріалів, оскільки вони поєднують переваги ML і фізичних законів. Попри значний прогрес у застосуванні PINNs, існує ще багато відкритих питань, зокрема стосовно оптимізації їхньої точності, врахування неточностей дискретизації та адаптації до реальних умов. Подальша робота в цьому напрямку спрямована на розвиток моделей, здатних ефективно справлятися із задачами механіки в умовах обмежених даних, зберігаючи фізичну інтерпретованість і точність. Цей напрямок залишається надзвичайно актуальним для інженерної практики та науки.

Постановка задачі.

Фізична модель прогину балки.

Для аналізу було обрано задачу прогину балки, яка є класичною проблемою механіки. Балка з шарнірним опертям на одному кінці (точка x = 0 і закріпленням консольного типу на іншому кінці (точка x = L) перебуває під впливом лінійно змінного навантаження q(x). Для заданих умов на q(x), розв'язання рівняння v(x) аналітично визначає прогин у будь-якій точці $x \in [0, L]$. Аналітичне рішення використано для генерації навчальних даних.

Дискретизація і параметризація задачі.

Балка була дискретизована на 100 рівномірних точок $x \in [0, L]$. Для моделювання функції навантаження q(x) її крайні значення q(0) та q(L) були використані як параметри, що описують форму навантаження. Значення навантаження згенеровано випадковим чином з додатковою умовою, що q(0) та q(L) мають бути додатними, а також нормовані за площею під функцією навантаження. Згенеровано 10 000 прикладів навантажень із варіюванням значень q(0) та q(L) у рамках обмежень на площу під функцією навантаження на проміжку $x \in [0, L]$.

Архітектура моделей. Для прогнозування прогину балки v(x) було запропоновано чотири архітектури нейронних мереж. Архитектури моделей представлені на рисунках 1-4.

– Базова повнозв'язна модель (Baseline Fully Connected Model, B-FC).

За архітектурою — це повнозв'язна нейронна мережа з двома вхідними параметрами $(q(0) \ i \ q(L))$, прихованим шаром із 32 нейронами (активація ReLU) та вихідним шаром із 100 нейронів, що представляють прогин балки v(x). Мережа генерує масив дійсних чисел довжини 100 — прогин балки v(x) у 100 дискретних точках.

Функція втрат: середня абсолютна помилка (МАЕ) між прогнозами моделі та аналітичним розв'язком. Схема моделі представлена на рис. 1.

– Повнозв'язна модель із фізичною функцією втрат (Physics-Enhanced Fully Connected Model, PE-FC).

Архітектура мережі збігається з В-FC.

Функція втрат: середнє значення МАЕ для форми прогину та другої похідної (v(x), v''(x)). Модель представлена на рис. 2.

– Повнозв'язна модель із розширеною фізичною функцією втрат (Advanced Physics-Enhanced Fully Connected Model, APE-FC).

Архітектура мережі ідентична до В-FC. Функція втрат: середнє значення МАЕ для всіх п'яти

компонентів (v(x), v'(x), v''(x), v'''(x), v''''(x)). Модель представлена на рис. 3.

– Фізико-інформована багатоголова модель (Physics-Informed Multi-Head Model, PI-MH)

Ця модель архітектурно відрізняється від В-FC наявністю 5 вихідних шарів замість одного. Модель має вхідний повнозв'язний шар (2×32 нейрони, активація ReLU), вихід з якого подається паралельно на кожен з 5 шарів (32×100 нейрони). Кожен такий шар (голова) приймає вектор ознак розмірності 32, і видає вектор довжини 100 – для прогину і кожної похідної. Таким чином, мережа явно видає прогин балки v(x) та його чотири похідні.

Функція втрат: середнє значення МАЕ для всіх п'яти компонентів (v(x), v'(x), v''(x), v'''(x), v'''(x)). Модель представлена на рис. 4.

Мета дослідження. Мета цього дослідження полягає в удосконаленні розуміння та застосування архітектур нейронних мереж, зокрема фізикоінформованих підходів, для розв'язання складних таких механічних задач, як прогин балки. Використовуючи чотири різні моделі, це дослідження оцінює їхню ефективність і обмеження у визначенні як профілю прогину, так і його похідних вищих порядків. Основна ціль – надати практичні висновки щодо шляхів та впливу інтеграції фізичних законів і чисельного диференціювання на підвищення точності, стійкості та інтерпретованості моделей машинного навчання для інженерних задач.



Рис. 1 – Архітектура базової повнозв'язної моделі B-FC.



Рис. 2 – Архітектура повнозв'язної моделі з фізичною функцією втрат РЕ-FC.



Рис.3 – Архітектура повнозв'язної моделі з розширеною фізичною функцією втрат APE-FC.



Рис. 4 – Архітектура фізико-інформованої багатоголової моделі РІ-МН.

v

Теоретичні основи підходу

Диференціальні рівняння, що описують прогин балки.

Прогин балки, яка піддається лінійно змінному навантаженню, описується диференціальним рівнянням четвертого порядку:

Прогин балки описується диференціальним рівнянням вигляду (1):

$$\frac{d^4v(x)}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI} \tag{1}$$

де:

- v(x) прогин балки;
- *E* модуль пружності матеріалу балки;
- 1-момент інерції поперечного перерізу балки;
- q(x) інтенсивність навантаження.

Для балки, що має шарнірне опертя на одному кінці (x = 0) і консольне закріплення на іншому (x = L), використовуються такі граничні умови:

- v(0) = 0, M(0) = 0 (шарнірне опертя),
- $v(L) = v, \frac{dv(L)}{dx} = 0$ (консольне закріплення).

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 Для задачі використовується лінійно змінне навантаження q(x), яке описується функцією (2):

$$q(x) = q0 + \frac{q_L - q_0}{L}x$$
(2)

де q_0 та q_L – інтенсивності навантаження на лівому (x = 0) та правому (x = L) кінцях балки відповідно.

Аналітичне рішення рівняння для v(x)v(x)v(x) у вигляді (3):

$$(x) = \frac{1}{24EI} \left(-qx^4 + C_3 x^3 + C_2 x^2 + C_1 x + C_0 \right)$$
(3)

де константи C₀, C₁, C₂, C₃ визначаються з граничних умов.

Напруження у балці можна визначити через згинальний момент M(x), який пов'язаний із другою похідною прогину (4):

$$M(x) = -EI\frac{d^2v(x)}{dx^2}$$
(4)

Таким чином, знаючи функцію v(x), можна обчислити згинальний момент M(x), а також

напруження у перерізі балки за формулою (6):

$$\sigma(x) = M(x) \cdot \frac{y}{t} \tag{5}$$

де у – відстань від нейтральної осі.

Повнозв'язні нейронні мережі (Fully Connected Neural Networks, FC).

Повнозв'язні нейронні мережі є основним типом моделей машинного навчання, що використовуються для апроксимації функцій, таких як прогин балки v(x). У цих мережах кожен нейрон поточного шару з'єднаний із кожним нейроном наступного шару.

Математична модель повнозв'язного шару.

Нехай вхідний вектор $x = [x_1, x_2, ..., x_n]$ подається на шар із т нейронів. Кожен нейрон обчислює свою вихідну активацію за формулою (6):

$$z_j = i = 1 \sum n \sum_{i=1}^n w_{ji} x_i + b_j$$
 (6)

де:

- *w_{ji}* вагові коефіцієнти, що зв'язують *i*-й вхід із *j*-м нейроном,
- *b_j* зміщення (bias) *j*-го нейрона,
- *z_j* зважена сума, що є вхідним сигналом для активаційної функції.

Результат кожного нейрона передається через активаційну функцію f(z), що створює його вихідний сигнал (7):

$$a_j = f(z_j) \tag{7}$$

В даному дослідженні була використана активаційна функція ReLU (Rectified Linear Unit) (8):

$$f(z) = max(0, z) \tag{8}$$

Функція втрат

Для навчання мережі використовувалася функція втрат на основі середньої абсолютної похибки (Mean Absolute Error, MAE) (9):

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |y_i - \widehat{y}_i|$$
(9)

де:

- *y_i* істинне значення (аналітичне рішення),
- \widehat{y}_l прогнозоване значення,
- N-кількість прикладів.

Метрика оцінки якості

Для аналізу якості роботи моделі на тестових даних додатково була використана симетрична середня абсолютна відсоткова похибка (Symmetric Mean Absolute Percentage Error, SMAPE) (10):

$$SMAPE = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{(|y_i| + |\hat{y}_i|)}$$
(10)

де:

- *y_i* істинне значення (аналітичне рішення),
- \widehat{y}_i прогнозоване значення,
- *N*-кількість прикладів.

Зворотне розповсюдження похибки

Навчання FC-мережі базується на алгоритмі зворотного розповсюдження похибки (Backpropagation), який включає:

- 1. Прямий прохід (Forward Pass): обчислення виходу мережі для заданого вхідного вектора *х*.
- Обчислення похибки: визначення значення функції втрат L.
- 3. Зворотний прохід (Backward Pass): обчислення градієнтів функції втрат за вагами $\frac{\partial L}{\partial w_{ij}}$ і зміщеннями $\frac{\partial L}{\partial b_j}$ за допомогою правила ланцюга.
- 4. Оновлення параметрів: використання градієнтного спуску для оновлення ваг і зміщень (11):

$$w_{ji}^{t+1} = w_{ji}^{t} - \eta \frac{\partial L}{\partial w_{ij}}$$
$$b_{j}^{t+1} = b_{j}^{t} - \eta \frac{\partial L}{\partial w_{j}}$$
(11)

де η – коефіцієнт навчання (learning rate). В рамках даної роботи було використано затухаючий коефіцієнт навчання – зменшення коефіцієнту постійний множник (0; 1) при досягненні сталого плато функції втрат в оптимізаційному просторі параметрів моделі.

Фізико-інформовані нейронні мережі (Physics-Informed Neural Networks, PINNs)

Фізико-інформовані нейронні мережі (PINNs) розширюють класичні підходи машинного навчання, інтегруючи фізичні закони у функцію втрат. Це дозволяє не лише зменшити залежність від великих наборів даних, але й забезпечити відповідність прогнозів фізичним принципам, які описують реальну систему.

Інтеграція фізичних законів у функцію втрат

У класичній нейронній мережі функція втрат зазвичай базується на різниці між прогнозованими значеннями та аналітичним розв'язком (наприклад, MAE). У PINNs функція втрат модифікується шляхом додавання фізичних компонентів, які забезпечують виконання диференціальних рівнянь.

Для задачі прогину балки, функція втрат має вигляд (12):

$$Q = Q_{supervised} + Q_{physics}$$
(12)

де:

- *Q*_{supervised} компонент для відповідності даним, визначається як МАЕ між аналітичними та прогнозованими значеннями v(x),
- *Q*_{physics} фізичний компонент, що забезпечує виконання рівняння прогину балки (13):

$$Q_{physics} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{d^4 v(x_i)}{dx^4} - \frac{q(x_i)}{EI} \right|$$
(13)

де N – кількість дискретних точок для обчислення

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 похідних.

У PINNs обчислення похідних здійснюється через автоматичне диференціювання (autograd), вбудоване в сучасні фреймворки машинного навчання. Це дозволяє точно визначати похідні будь-якого порядку для вихідних сигналів нейронної мережі.

У нашій задачі функція втрат включає похідні до четвертого порядку (14), де $\alpha_1, ..., \alpha_2$ – вагові коефіцієнти для кожної похідної.

Таблиця точності моделей. Нижче наведено Таблицю 1 з результатами точності прогнозів прогину та його похідних (v(x), v'(x), v''(x), v'''(x), v''''(x)) для всіх моделей. Таблиця містить середню абсолютну помилку (MAE) і середню абсолютну відсоткову помилку (MAPE) для кожного компонента. Результати заміряні на відкладеній вибірці.

Графіки прогинів балки. На рисунках 5-16 представлені графіки прогинів та його похідних (*v*(*x*),

(14)

Результати дослідження:

$$\begin{aligned} Q_{derivatives} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(|v(x_i) - \hat{v}(x_i)| + \alpha_1 \left| \frac{d\hat{v}(x_i)}{dx} - v'(x_i) \right| + \alpha_2 \left| \frac{d^2 \hat{v}(x_i)}{dx^2} - v''(x_i) \right| + \alpha_3 \left| \frac{d^3 \hat{v}(x_i)}{dx^3} - v'''(x_i) \right| \\ &+ \alpha_4 \left| \frac{d^4 \hat{v}(x_i)}{dx^4} - v''''(x_i) \right| \end{aligned}$$

Таблиця 1 – Точності моделей.

Модель	Прогин		Перша похідна		Друга похідна		Третя похідна		Четверта похідна	
	МАЕ, м	SMAPE	MAE	MAPE	MAE	SMAPE	MAE	SMAPE	MAE	SMAPE
Одиниці	М	%	-	%	M ⁻¹	%	M ⁻²	%	M ⁻³	%
B-FC	6.10e-03	7.01%	4.14e-02	13.92%	3.50e-01	108.52%	3.22e+00	184.91%	3.05e+01	197.55%
PE-FC	1.13e-02	5.53%	8.66e-03	4.24%	5.93e-03	4.15%	2.65e-02	41.78%	2.40e-01	153.90%
APE-FC	2.23e-02	5.67%	1.66e-02	7.85%	2.20e-02	13.11%	7.38e-02	68.35%	2.36e-01	108.06%
PI-MH	1.65e-03	4.00%	5.55e-07	0.00%	3.47e-06	0.00%	3.14e-05	0.17%	2.98e-04	0.54%

Таблиця 1 – Точності моделей.

Модель	CPU	Час розрахунку
Одиниці	%	мс
B-FC	14.3	0.072
PE-FC	14.3	0.072
APE-FC	14.3	0.072
PI-MH	14.3	0.072
Ansys Mechanical APDL	19.8	43.28

v'(x), v''(x), v'''(x), v''''(x)) для всіх моделей. Ці графіки демонструють відповідність прогнозів моделей аналітичним рішенням. Оскільки навантаження було нормоване, воно визначається відношенням q(0) до q(L). Для прикладного розрахунку форми прогину та похідних можуть бути масштабовані відповідно до прикладених навантажень. Результати приведені для співвідношень q(L) : q(0) = 1:1 та 3:1.

Висновки. Дослідження показало, що інтеграція фізичних законів у функцію втрат нейронної мережі значно підвищує точність прогнозування прогину балки порівняно зі звичайними повнозв'язними моделями. Це підтверджено зниженням середньої абсолютної похибки (МАЕ) та відсоткових похибок (SMAPE) для моделей, що враховують фізичні компоненти.

Найкращі результати показала фізико-інформована багатоголова модель (PI-MH), яка забезпечила мінімальні значення похибок для всіх компонентів (прогину та його похідних). Модель APE-FC, яка враховує всі похідні до четвертого порядку, продемонструвала покращення порівняно з базовою моделлю (B-FC), однак поступилася PE-FC за точністю в похідних вищого порядку.

Функції втрат, що включають фізичні рівняння прогину балки, дозволяють моделі краще узгоджуватися з аналітичними розв'язками навіть при невеликому обсязі навчальних даних. Це вказує на перспективність використання PINNs для задач механіки.

Аналіз швидкості роботи двох підходів показав суттєву перевагу нейронної мережі у продуктивності. Як видно з Таблиці 2, обчислення в ANSYS займає більше 43 мс із навантаженням 19% на CPU, у той час як нейронна мережа (PI-MH) виконує той самий розрахунок лише за 0.079 мс при 14% використанні CPU. Для *-FC моделей це значення становить 0.42, але зважаючи на точність, більш коректно буде порівнювати саме з PI-MH. Таким чином, езультати показують, що підхід на основі нейромереж є приблизно 544 рази швидшим, ніж традиційний метод скінченних елементів. Основна причина цього полягає в різній природі обчислень: ANSYS вирішує систему рівнянь для всієї сітки елементів, тоді як нейромережа після навчання виконує лише одне проходження через

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024

як середній час роботи СРИ (без урахування WALL

time) за 1000 ітерацій розрахунків з наперед заданим

Робота виконана за підтримки Міністерства освіти і

науки України в рамках реалізації науково-дослідного

проекту «Алгоритми, моделі та засоби штучного

інтелекту для дворівневого моделювання поведінки

складних матеріалів для технологій подвійного

(Державний реєстраційний номер

навантаженням.

використання»

0124U000450).

Фінансування

свою архітектуру. Також, FEM має значні накладні витрати на ініціалізацію і підготовку розрахунку, що впливає на його швидкість для відносно простих задач. У випадках, де потрібні миттєві обчислення, такі як реального часу контроль деформацій або оптимізація параметрів конструкції, PINN значно перевершує традиційні чисельні методи. Але питання аналізу швидкості подібних методів є окремою комплексною задачею, адже оптимізація алгоритмів під конкретні пристрої та початкові дані критично впливає на швидкодію, проте подібна оптимізація виходить за рамки цього дослідження. Для аналізу швидкодії був використаний процесор Intel Core i7-12700H, дані взяті



Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024



Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024



Рис. 15 – Четверта похідна 1:1 (0.0)

Список літератури

- Chen Y., Xiao H., Teng X., Liu W., Lan L. Enhancing accuracy of physically informed neural networks for nonlinear Schrödinger equations through multi-view transfer learning. Information Fusion, 2024. Vol. 102, pp. 102041. <u>https://doi.org/10.1016/j.inffus.2023.102041</u>
- Ferrante M., Inglese M., Brusaferri L., Whitehead A., Maccioni L., Turkheimer E., Nettis M., Mondelli V., Howes O., Loggia M., Veronese M., Toschi N. Physically informed deep neural networks for metabolite-corrected plasma input function estimation in dynamic PET imaging. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 2024. Vol. 256, pp. 108375. https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2024.108375
- Dehghan-Shoar M., Kereszturi G., Pullanagari R., Orsi A., Yule I., Hanly J. A physically informed multi-scale deep neural network for estimating foliar nitrogen concentration in vegetation. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 2024. Vol. 130, pp. 103917. <u>https://doi.org/10.1016/j.jag.2024.103917</u>
- Dahal A., Lombardo L. Towards physics-informed neural networks for landslide prediction. Engineering Geology, 2025. Vol. 344, pp. 107852. <u>https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2024.107852</u>
- Teloli R., Tittarelli R., Bigot M., Coelho L., Ramasso E., Moal P., Ouisse M. A physics-informed neural networks framework for model parameter identification of beam-like structures. Mechanical Systems and Signal Processing, 2025. Vol. 224, pp. 112189. <u>https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.112189</u>
- Velioglu M., Zhai S., Rupprecht S., Mitsos A., Jupke A., Dahme M. Physics-informed neural networks for dynamic process operations with limited physical knowledge and data. Computers & Chemical Engineering, 2025. Vol. 192, pp. 108899. <u>https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2024.108899</u>
- Jiang J., Wu J., Chen Q., Chatzigeorgiou G., Meraghni F. Physically informed deep homogenization neural network for unidirectional multiphase/multi-inclusion thermoconductive composites. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2023. Vol. 409, pp. 115972. <u>https://doi.org/10.1016/j.cma.2023.115972</u>
- Sha P., Zheng C., Wu X., Shen J. Physics informed integral neural network for dynamic modelling of solvent-based post-combustion CO2 capture process. Applied Energy, 2025. Vol. 377, Part A, pp. 124344. <u>https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2024.124344</u>
- Liu Y., Liao S., Yang Y., Zhang B. Data-driven and physics-informed neural network for predicting tunnelling-induced ground deformation with sparse data of field measurement. Tunnelling and Underground Space Technology, 2024. Vol. 152, pp. 105951. <u>https://doi.org/10.1016/j.tust.2024.105951</u>
- Cooper C., Zhang J., Gao R. Error homogenization in physics-informed neural networks for modeling in manufacturing. Journal of Manufacturing Systems, 2023. Vol. 71, pp. 298-308. <u>https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2023.09.013</u>



Рис. 16 – Четверта похідна 3:1 (0.5)

- Hu S., Liu M., Zhang S., Dong S., Zheng R. Physics-informed neural network combined with characteristic-based split for solving forward and inverse problems involving Navier–Stokes equations. Neurocomputing, 2024. Vol. 573, pp. 127240. https://doi.org/10.1016/j.neucom.2024.127240
- Han J.-X., Xue L., Wei Y.-S., Qi Y.-D., Wang J.-L., Liu Y.-T., Zhang Y.-Q. Physics-informed neural network-based petroleum reservoir simulation with sparse data using domain decomposition. Petroleum Science, 2023. Vol. 20, No. 6, pp. 3450-3460. <u>https://doi.org/10.1016/j.petsci.2023.10.019</u>
- Hanna J., Aguado J., Comas-Cardona S., Askri R., Borzacchiello D. Sensitivity analysis using Physics-informed neural networks. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2024. Vol. 135, pp. 108764. <u>https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.108764</u>
- Natale L. D., Svetozarevic B., Heer P., Jones C. N. Physically Consistent Neural Networks for building thermal modeling: Theory and analysis. Applied Energy, 2022. Vol. 325, pp. 119806. <u>https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.119806</u>
- Peng J.-Z., Aubry N., Li Y.-B., Mei M., Chen Z.-H., Wu W.-T. Physics-informed graph convolutional neural network for modeling geometry-adaptive steady-state natural convection. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2023. Vol. 216, pp. 124593. <u>https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124593</u>
- Stiasny J., Chatzivasileiadis S. Physics-informed neural networks for time-domain simulations: Accuracy, computational cost, and flexibility. Electric Power Systems Research, 2023. Vol. 224, pp. 109748. <u>https://doi.org/10.1016/j.epsr.2023.109748</u>
- Bolderman M., Lazar M., Butler H. A MATLAB toolbox for training and implementing physics–guided neural network–based feedforward controllers. IFAC-PapersOnLine, 2023. Vol. 56, No. 2, pp. 4068-4073. <u>https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2023.10.1732</u>
- Wang C., Guo H., Yan X., Shi Z.-L., Yang Y. Improved physics-informed neural networks for the reinterpreted discrete fracture model. Journal of Computational Physics, 2025. Vol. 520, pp. 113491. <u>https://doi.org/10.1016/j.jcp.2024.113491</u>
- Ballard N., Larrañaga J., Farajzadehahary K., Asua J. Polymer chemistry informed neural networks (PCINNs) for data-driven modelling of polymerization processes. Polymer Chemistry, 2024. Vol. 15, No. 44, pp. 4580-4590. <u>https://doi.org/10.1039/d4py00995a</u>

References (transliterated)

 Chen Y., Xiao H., Teng X., Liu W., Lan L. Enhancing accuracy of physically informed neural networks for nonlinear Schrödinger

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. № 2. 2024 equations through multi-view transfer learning. Information Fusion, 2024. Vol. 102, pp. 102041. https://doi.org/10.1016/j.inffus.2023.102041

- Ferrante M., Inglese M., Brusaferri L., Whitehead A., Maccioni L., Turkheimer E., Nettis M., Mondelli V., Howes O., Loggia M., Veronese M., Toschi N. Physically informed deep neural networks for metabolite-corrected plasma input function estimation in dynamic PET imaging. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 2024. Vol. 256, pp. 108375. <u>https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2024.108375</u>
- Dehghan-Shoar M., Kereszturi G., Pullanagari R., Orsi A., Yule I., Hanly J. A physically informed multi-scale deep neural network for estimating foliar nitrogen concentration in vegetation. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 2024. Vol. 130, pp. 103917. <u>https://doi.org/10.1016/j.jag.2024.103917</u>
- Dahal A., Lombardo L. Towards physics-informed neural networks for landslide prediction. Engineering Geology, 2025. Vol. 344, pp. 107852. <u>https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2024.107852</u>
- Teloli R., Tittarelli R., Bigot M., Coelho L., Ramasso E., Moal P., Ouisse M. A physics-informed neural networks framework for model parameter identification of beam-like structures. Mechanical Systems and Signal Processing, 2025. Vol. 224, pp. 112189. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.112189
- Velioglu M., Zhai S., Rupprecht S., Mitsos A., Jupke A., Dahmen M. Physics-informed neural networks for dynamic process operations with limited physical knowledge and data. Computers & Chemical Engineering, 2025. Vol. 192, pp. 108899. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2024.108899
- Jiang J., Wu J., Chen Q., Chatzigeorgiou G., Meraghni F. Physically informed deep homogenization neural network for unidirectional multiphase/multi-inclusion thermoconductive composites. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2023. Vol. 409, pp. 115972. <u>https://doi.org/10.1016/j.cma.2023.115972</u>
- Sh P., Zheng C., Wu X., Shen J. Physics informed integral neural network for dynamic modelling of solvent-based post-combustion CO2 capture process. Applied Energy, 2025. Vol. 377, Part A, pp. 124344. <u>https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2024.124344</u>
- Liu Y., Liao S., Yang Y., Zhang B. Data-driven and physics-informed neural network for predicting tunnelling-induced ground deformation with sparse data of field measurement. Tunnelling and Underground Space Technology, 2024. Vol. 152, pp. 105951. <u>https://doi.org/10.1016/j.tust.2024.105951</u>
- Cooper C., Zhang J., Gao R. Error homogenization in physics-informed neural networks for modeling in manufacturing. Journal of Manufacturing Systems, 2023. Vol. 71, pp. 298-308. <u>https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2023.09.013</u>

- Hu S., Liu M., Zhang S., Dong S., Zheng R. Physics-informed neural network combined with characteristic-based split for solving forward and inverse problems involving Navier–Stokes equations. Neurocomputing, 2024. Vol. 573, pp. 127240. https://doi.org/10.1016/j.neucom.2024.127240
- Han J.-X., Xue L., Wei Y.-S., Qi Y.-D., Wang J.-L., Liu Y.-T., Zhang Y.-Q. Physics-informed neural network-based petroleum reservoir simulation with sparse data using domain decomposition. Petroleum Science, 2023. Vol. 20, No. 6, pp. 3450-3460. <u>https://doi.org/10.1016/j.petsci.2023.10.019</u>
- Hanna J., Aguado J., Comas-Cardona S., Askri R., Borzacchiello D. Sensitivity analysis using Physics-informed neural networks. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2024. Vol. 135, pp. 108764. <u>https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.108764</u>
- Natale L. D., Svetozarevic B., Heer P., Jones C. N. Physically Consistent Neural Networks for building thermal modeling: Theory and analysis. Applied Energy, 2022. Vol. 325, pp. 119806. https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.119806
- Peng J.-Z., Aubry N., Li Y.-B., Mei M., Chen Z.-H., Wu W.-T. Physics-informed graph convolutional neural network for modeling geometry-adaptive steady-state natural convection. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2023. Vol. 216, pp. 124593. <u>https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124593</u>
- Stiasny J., Chatzivasileiadis S. Physics-informed neural networks for time-domain simulations: Accuracy, computational cost, and flexibility. Electric Power Systems Research, 2023. Vol. 224, pp. 109748. <u>https://doi.org/10.1016/j.epsr.2023.109748</u>
- Nawa K., Hagiwara K., Nakamura K. Prediction-accuracy improvement of neural network to ferromagnetic multilayers by Gaussian data augmentation and ensemble learning. Computational Materials Science, 2023. Vol. 219, pp. 12032. <u>https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2023.112032</u>
- Bolderman M., Lazar M., Butler H. A MATLAB toolbox for training and implementing physics-guided neural network-based feedforward controllers. IFAC-PapersOnLine, 2023. Vol. 56, No. 2, pp. 4068-4073. https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2023.10.1732
- Wang C., Guo H., Yan X., Shi Z.-L., Yang Y. Improved physics-informed neural networks for the reinterpreted discrete fracture model. Journal of Computational Physics, 2025. Vol. 520, pp. 113491. <u>https://doi.org/10.1016/j.jcp.2024.113491</u>
- Ballard N., Larrañaga J., Farajzadehahary K., Asua J. Polymer chemistry informed neural networks (PCINNs) for data-driven modelling of polymerization processes. Polymer Chemistry, 2024. Vol. 15, No. 44, pp. 4580-4590. <u>https://doi.org/10.1039/d4py00995a</u>

Надійшла (received) 05.12.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Бабуджан Руслан Андрійович (Babudzhan Ruslan) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.:(057)707-68-79; ORCID: <u>https://orcid.org/0000–0001–5765–9234</u>; e-mail: <u>Ruslan.Babudzhan@infiz.khpi.edu.ua</u>

Шаповалова Марія Ігорівна (Shapovalova Mariia) – доктор філософії з прикладної математики, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-68-79; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-4771-7485;</u> e-mail: <u>MiShapovalova@gmail.com</u>, <u>mariia.shapovalova@khpi.edu.ua</u>

Водка Олексій Олександрович (Vodka Oleksii) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-68-79; ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-4462-9869</u>; e-mail: <u>oleksii.vodka@gmail.com</u>

3MICT

<i>Мартиненко В. Г.</i> Методи моделювання динамічної поведінки, визначення міцності та оцінки конструкційної стійкості композиційних лопаток роторних машин	3
<i>Бреславський Д. В., Грошевий М. О., Хорошун А. С., Татарінова О. А.</i> Моделювання процесів накопичення пошкоджень при плоскому напруженому стані	16
<i>Бреславський Д. В., Бородін М. А., Татарінова О. А., Сенько А. В.</i> Скінченноелементне програмне забезпечення для розв'язання тривимірних задач з використанням хмарних технологій.	23
<i>Андрєєв Ю. М., Шабанов Г. В.</i> Аналітичне рішення оберненого і прямого завдання кінематики просторового кутового маніпулятора АВВ з подальшим 3D-моделюванням	30
<i>Місюра Є. Ю., Місюра С. Ю., Сметанкіна Н. В.</i> Евристичний підхід до програмної реалізації методу Літтла на прикладі задачі комівояжера	39
<i>Некрасова М. В.</i> Метод Монте-Карло та штучний інтелект: використання методу Монте-Карло в навчанні з підкріпленням	47
Воєділо Р. Р., Лобода В. В. Система трьох колінеарних міжфазних тріщин в області скінченних розмірів	53
<i>Бондар Д. В., Басова Є. В., Водка О. О.</i> Автоматизація контролю якості вживаних деталей на основі 2D-зображень і невізуальної інформації: підхід до подовження життєвого циклу виробу	60
<i>Некрасова М. В.</i> Застосування багатоіндикаторної оцінки якості Парето-апроксимації при прийнятті мультикритеріальних рішень	67
<i>Бондарь С. В., Батюк О. А., Бреславський Д. В.</i> Моделювання процесів ударного руйнування пластин з використанням програмного комплексу Peridigm	71
Ларін О. О., Потопальська К. Є., Грінченко Є. М., Разумовська Н. Р., Васильченко Н. А. Розробка розрахункових моделей пасивних конструктивних елементів підвішування з квазінульовою жорсткістю, що виготовлені з композитних матеріалів.	77
Бабуджан Р. А., Шаповалова М. І., Водка О. О. Дослідження точності роботи фізико-інформованих нейронних мереж на прикладі деформування балки	84

CONTENTS

<i>Martynenko V</i> . Methods of the dynamic behavior modelling, the strength assessment and the structural stability evaluation of composite blades of rotary machines	3
Breslavsky D., Hroshevyi M., Khoroshun A., Tatarinova O. Modelling of damage accumulation processes at plane stress state	16
Breslavsky D., Borodin M., Tatarinova O., Senko A. Finite element software for solving threedimensional problems by use of cloud technologies	23
<i>Andrieiev Yu., Shabanov H.</i> Analytical solution of the inverse and direct kinematics problem for the spatial angular manipulator ABB with subsequent 3D modeling	30
<i>Misiura Ie., Misura S., Smetankina N.</i> Heuristic approach to the software implementation of Little's method using the traveler's problem as an example	39
<i>Nekrasova M.</i> Monte-Carlo method and artificial intelligence: application of Monte-Carlo method in reinforcement learning	47
Voiedilo R., Loboda V. System of three collinear interface cracks in a finite size domain	53
Bondar D., Basova Ye., Vodka O. Automation of quality control for used parts based on 2D images and non-visual information: an approach to extending the product life cycle	60
<i>Nekrasova M.</i> Application of multi-indicator quality assessment of Pareto approximation in multi-criteria decision making	67
Bondar S., Batiuk O., Breslavsky D. Modelling of impact fracture processes of plates using Peridigm software.	71
<i>Larin O., Potopalska K., Grinchenko E., Rozumovska N., Vasylchenko N.</i> Development of calculation models of passive structural suspension elements with quasi-zero stiffness made of composite materials	77
<i>Babudzhan R., Shapovalova M., Vodka O.</i> Study of the accuracy of physically informed neural networks using the example of beam deformation	84

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ» СЕРІЯ: ДИНАМІКА І МІЦНІСТЬ МАШИН

Збірник наукових праць

№ 2 2024

Головний редактор: Морачковський О.К., д-р техн. наук, професор Технічний редактор: Щепкін О.В., наук. співр.

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ ТА ВИДАВЦЯ: 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2. НТУ «ХПІ», Фіз. корп. 1-й пов., каф. ДММ. Тел. (057) 707-68-79. E-mail: lvovdpm@ukr.net

Підп. до друку 26.12.2024 р. Формат 60×84 1/8. Папір офсетний. Друк офсетний. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 8,95. Облік.-вид. арк. 9,10. Тираж 100 пр. 1-й завод 1-100. Зам. № 23. Ціна договірна.

