УДК 539.3

С.Н.СКЛЕПУС

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ИЗ МАТЕРИАЛОВ С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВИДА НАГРУЖЕНИЯ

Статья посвящена исследованию ползучести и повреждаемости пологих изотропных оболочек сложной формы в плане, из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения. В постановке задачи используются определяющие соотношения, описывающие дислокационную ползучесть первоначально изотропных материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения, ассоциированную с образованием и ростом плоских микротрещин с преимущественной ориентацией. Начально-краевая задача ползучести и повреждаемости решается с помощью совместного использования методов R-функций, Ритца и Рунге-Кутта-Мерсона. Исследовано влияние направления внешней нагрузки на ползучесть, повреждаемость и длительную прочность сферической пологой оболочки сложной формы.

Ключевые слова: ползучесть, повреждаемость, время до разрушения, пологая оболочка, метод R-функций.

1. Введение. Решению задач ползучести и повреждаемости оболочек посвящены многие статьи и монографии [1-3 и др.]. В большинстве работ рассматриваются различные аспекты ползучести и повреждаемости оболочек из материалов нечувствительных к виду нагружения. Существуют лишь единичные публикации, в которых исследуется влияние вида нагружения на ползучесть и повреждаемость оболочек. Так, в работах [4-8] исследовалась ползучесть оболочек из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения без учета повреждаемости материала.

В данной статье исследуется влияние вида нагружения на ползучесть повреждаемость и длительную прочность изотропной пологой оболочки сложной формы из материала с характеристиками, зависящими от вида нагружения.

2. Постановка задачи. Метод решения. Рассмотрим в прямоугольной декартовой системе координат Ox_1x_2z изотропную тонкую пологую оболочку толщиной h и произвольной формы Ω в плане. Ось Ozперпендикулярна плану оболочки. Температура оболочки постоянная $T(x_1, x_2, z, t) = \text{const}$. Оболочка нагружена поперечной нагрузкой $q_z = q_z(x_1, x_2, t)$. Стрела подъема оболочки над плоскостью Ох₁х₂: f < a/5, где a – наименьший характерный размер оболочки. Полагаем, что прогибы в процессе ползучести остаются малыми (стрела прогиба $w_{max} \le h/4$). Оболочка предполагается достаточно тонкой $(10 \le a/h \le 80)$, чтобы выполнялись гипотезы Кирхгоффа-Лява.

Краевая задача ползучести, в произвольный момент времени $t \neq 0$, может быть сведена к вариационной задаче для функционала в форме Лагранжа, определенного на кинематически возможных скоростях перемещений [7, 9]

$$\Lambda(\dot{u}_{1}, \dot{u}_{2}, \dot{w}) = 0.5 \iint_{\Omega} \left\{ A_{1} \left(\dot{u}_{1,1}^{2} + \dot{u}_{2,2}^{2} + \dot{w}^{2} \left(k_{1}^{2} + k_{2}^{2} \right) + \right. \\ \left. + 2 \dot{w} \left(k_{1} \dot{u}_{1,1} + k_{2} \dot{u}_{2,2} \right) \right) + \right. \\ \left. + 2 A_{2} \left(\dot{u}_{1,1} \dot{u}_{2,2}^{2} + \dot{w} \left(k_{1} \dot{u}_{2,2}^{2} + k_{2} \dot{u}_{1,1} \right) + k_{1} k_{2} \dot{w}^{2} \right) + \right.$$

DOI: http://dx.doi.org/10.20998/2078-9130.2016.26.79936

$$+ A_{3}(\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1})^{2} - \\- 2B_{1}(\dot{u}_{1,1}\dot{w}_{,11} + \dot{u}_{2,2}\dot{w}_{,22} + \dot{w}(k_{1}\dot{w}_{,11} + k_{2}\dot{w}_{,22})) - \\- 2B_{2}(\dot{u}_{1,1}\dot{w}_{,22} + \dot{u}_{2,2}\dot{w}_{,11} + \dot{w}(k_{1}\dot{w}_{,22} + k_{2}\dot{w}_{,11})) - \\- 2B_{3}\dot{w}_{,12}(\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1}) + D_{1}(\dot{w}_{,11}^{2} + \dot{w}_{,22}^{2}) + \\+ 2D_{2}\dot{w}_{,11}\dot{w}_{,22} + D_{3}\dot{w}_{,12}^{2}]dx_{1}dx_{2} - \\- \iint_{\Omega} (\dot{N}_{11}^{c}\dot{u}_{1,1} + \dot{N}_{22}^{c}\dot{u}_{2,2} + \dot{N}_{12}^{c}(\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1}))dx_{1}dx_{2} + \\+ \iint_{\Omega} (\dot{M}_{11}^{c}\dot{w}_{,11} + \dot{M}_{22}^{c}\dot{w}_{,22} + 2\dot{M}_{12}^{c}\dot{w}_{,12})dx_{1}dx_{2} - \\- \iint_{\Omega} (\dot{q}^{c} + \dot{q}_{z})\dot{w}dx_{1}dx_{2} , \qquad (1)$$

где $\dot{u}_1(x_1, x_2, t)$, $\dot{u}_2(x_1, x_2, t)$, $\dot{w}(x_1, x_2, t)$ – скорости перемещений координатной поверхности оболочки вдоль осей Ox_1, Ox_2, Oz , соответственно; k_1, k_2 – главные кривизны оболочки.

Жесткостные характеристики оболочки вычисляются по формулам:

$$\begin{split} A_{1} &= \int_{(h)} \frac{E}{1 - v^{2}} dz ; \quad A_{2} = vA_{1} ; \quad A_{3} = \int_{(h)} G dz ; \\ B_{1} &= \int_{(h)} \frac{Ez}{1 - v^{2}} dz ; \quad B_{2} = vB_{1} ; \quad B_{3} = 2 \int_{(h)} G z dz ; \\ D_{1} &= \int_{(h)} \frac{Ez^{2}}{1 - v^{2}} dz ; \quad D_{2} = vD_{1} ; \quad D_{3} = 4 \int_{(h)} G z^{2} dz , \end{split}$$

а «фиктивные» силы, обусловленные ползучестью – по формулам:

$$\dot{N}_{11}^{c} = \int_{(h)} \frac{E}{1 - v^{2}} (\dot{p}_{11} + v\dot{p}_{22}) dz;$$

$$\dot{N}_{22}^{c} = \int_{(h)} \frac{E}{1 - v^{2}} (\dot{p}_{22} + v\dot{p}_{11}) dz; \quad \dot{N}_{12}^{c} = 2 \int_{(h)} G\dot{p}_{12} dz;$$

$$\dot{M}_{11}^{c} = \int_{(h)} \frac{Ez}{1 - v^{2}} (\dot{p}_{11} + v\dot{p}_{22}) dz;$$

$$\dot{M}_{22}^{c} = \int_{(h)} \frac{Ez}{1 - v^{2}} (\dot{p}_{22} + v\dot{p}_{11}) dz; \quad \dot{M}_{12}^{c} = 2 \int_{(h)} G\dot{p}_{12} z dz;$$

$$\dot{q}^{c} = \int_{(h)} \frac{E}{1 - v^{2}} [k_{1} (\dot{p}_{11} + v\dot{p}_{22}) + k_{2} (\dot{p}_{22} + v\dot{p}_{11})] dz.$$

$$3 \text{десь } E, v, G - \text{модуль Юнга, коэффициент Пуас-}$$

© С.Н.Склепус, 2016

сона и модуль сдвига материала оболочки. Компоненты тензора скоростей деформаций ползучести \dot{p}_{ii} (*i*, *j* = 1,2), входящие в выражения для «фиктивных» сил, считаются заданными.

В расчетах будем использовать определяющие уравнения, описывающие ползучесть первоначально изотропных материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения, в которых наблюдается дислокационная ползучесть, ассоциированная с образованием и ростом на гранях зерен микротрещин с преимущественной ориентацией [9]:

$$\dot{p}_{kl} = \sigma_e^m \left(\frac{\psi_*}{\psi_* - \psi}\right)^q \left(\frac{C\sigma_{ij} + AI_1\delta_{ij}}{\sigma_{e2}} + Be_k e_l\right), \qquad (k, l = \overline{1, 2}), \qquad (2)$$

где $\sigma_e = \sigma_{e2} + \alpha \sigma_{e1}$, $\sigma_{e1} = Be_k \sigma_{kl} e_l$; $\sigma_{e2} = \sqrt{AI_1^2 + CI_2}$; $I_1 = \sigma_{kk}$; $I_2 = \sigma_{kl} \sigma_{lk}$; e_k - ком-

поненты единичного вектора е, характеризующего ориентацию микротрещин и направленного перпендикулярно к плоскости трещины; A, B, C, m, q – параметры материала, которые находятся на основе данных базовых экспериментов на одноосное растяжение, сжатие и чистое кручение. В дальнейшем полагаем, что микротрещины ориентируются перпендикулярно направлению действия максимального главного напряжения σ_1 , действующего в плоскости Ox_1x_2 . В этом случае компоненты вектора е могут быть найдены по формулам:

$$e_{1} = \pm \frac{\sigma_{1} - \sigma_{22}}{\sqrt{(\sigma_{22} - \sigma_{1})^{2} + \sigma_{12}^{2}}}; \quad e_{2} = \pm \frac{\sigma_{12}}{\sqrt{(\sigma_{22} - \sigma_{1})^{2} + \sigma_{12}^{2}}},$$

Fige $\sigma_{1} = 0.5 \Big(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^{2} + 4\sigma_{12}^{2}}\Big).$

Кинетическое уравнение для параметра повреждаемости имеет вид [9]

$$\dot{\psi} = \sigma_e^{m+1} \left(\frac{\psi_*}{\psi_* - \psi} \right)^q.$$
(3)

Здесь в качестве скалярного параметра повреждаемости ($\psi \in [0, \psi_*]$) взята удельная энергия рассеяния

$$\psi = \int_0^t \sigma_{ij} \dot{p}_{ij} dt \; .$$

Начальное значение $\psi = 0$ соответствует неповрежденному состоянию, а критическое значение $\psi_* = \int_{0}^{t_*} \sigma_{ij} p_{ij} dt$ – времени до разрушения t_* .

Уравнения (2), (3) описывают различное поведение материала при растяжении, сжатии и кручении, различное развитие повреждаемости при растяжении, сжатии и кручении, сжимаемость материала при ползучести, эффект Пойнтинга, влияние гидростатического давления, а также анизотропию, обусловленную повреждаемостью.

Направленный характер повреждаемости описывается тензорной мерой повреждаемости: $(\psi_{ii}) = \psi \mathbf{e} \otimes \mathbf{e} = \psi(e_i e_i)$, где диадное произведение

е е образует симметричный тензор второго ранга, характеризующий анизотропию материала, обусловленную повреждаемостью.

Основные неизвестные задачи ползучести и повреждаемости вследствие ползучести в произвольной точке оболочки можно найти из решения задачи Коши по времени для системы обыкновенных дифференциальных уравнений [9]

$$\begin{aligned} \frac{du_{1}}{dt} &= \dot{u}_{1}; \quad \frac{du_{2}}{dt} = \dot{u}_{2}; \quad \frac{dw}{dt} = \dot{w}; \\ \frac{d\varepsilon_{11}}{dt} &= \dot{u}_{1,1} + k_{1}\dot{w} - z\dot{w}_{,11}; \quad \frac{d\varepsilon_{22}}{dt} = \dot{u}_{2,2} + k_{2}\dot{w} - z\dot{w}_{,22}; \\ \frac{d\gamma_{12}}{dt} &= \dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1} - 2z\dot{w}_{,12}; \\ \frac{d\sigma_{11}}{dt} &= \frac{E}{1 - v^{2}} \left[\dot{\varepsilon}_{11} + v\dot{\varepsilon}_{22} - \left(\dot{p}_{11} + v\dot{p}_{22} \right) \right]; \\ \frac{d\sigma_{22}}{dt} &= \frac{E}{1 - v^{2}} \left[\dot{\varepsilon}_{22} + v\dot{\varepsilon}_{11} - \left(\dot{p}_{22} + v\dot{p}_{11} \right) \right]; \\ \frac{d\sigma_{12}}{dt} &= G \left(\dot{\gamma}_{12} - 2\dot{p}_{12} \right); \end{aligned}$$
(4)
$$\frac{dp_{11}}{dt} &= \dot{p}_{11}; \quad \frac{dp_{22}}{dt} = \dot{p}_{22}; \quad \frac{dp_{12}}{dt} = \dot{p}_{12}; \quad \frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}. \end{aligned}$$

В начальный момент времени t = 0 деформации ползучести и параметр повреждаемости равны нулю: $p_{11} = p_{22} = p_{12} = \psi = 0$. Начальные условия для остальных неизвестных функций следуют из решения задачи упругого деформирования оболочки. Для решения упругой задачи может быть использован приведенный выше функционал. При этом в формуле (1) необходимо заменить производные функций по времени самими функциями, а при вычислении «фиктив-

ных» сил положить $\dot{p}_{_{11}} = \dot{p}_{_{22}} = \dot{p}_{_{12}} = 0$.

Решение начальной задачи для системы уравнений (4) будем проводить методом Рунге-Кутта-Мерсона (РКМ) с автоматическим выбором шага по времени. Правые части уравнений, в моменты времени, соответствующие схеме РКМ, будем находить из решения вариационной задачи для функционала (1), которая решается методом Ритца в сочетании с методом R-функций [10].

3. Численные результаты. В качестве примера расчета рассмотрим ползучесть пологой сферической оболочки с эллиптическими надрезами посредине каждой из сторон (рис. 1). Материал оболочки – алюминиевый сплав AK4-1T при температуре $T = 473 \, \text{K}$. Оболочка находится под действием равномерно распределенной поперечной нагрузки | q_z |= 16 МПа. Геометрические размеры: $a = 4 \cdot 10^{-2}$ м; $b = 2 \cdot 10^{-2}$ м; $c = 3 \cdot 10^{-2}$ м; толщина $h = 8 \cdot 10^{-3}$ м; главные кривизны: $k_1 = k_2 = 10,0 \text{ м}^{-1}$.

Упругие константы материала: $E = 60 \ \Gamma \Pi a;$ v = 0,35. Константы материала в определяющих уравнениях ползучести [9, 11]:

$$A = -7,33142 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{M\Pi a}^{-\frac{2m}{m+1}} \,\mathrm{y}^{-\frac{2}{m+1}}$$



Рисунок 1 – План пологой сферической оболочки

Критическое значение параметра повреждаемости зависит от вида напряженного состояния и вычисляется по формуле [11]: $\psi_* = \frac{1}{2} (3I_2 - I_1^2)(a - bI_1)$, где $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ M}\Pi a^{-1}$; $b = 4 \cdot 10^{-7} \text{ M}\Pi a^{-2}$.

На контуре оболочки заданы условия шарнирного закрепления, неподвижного в тангенциальном направлении. В этом случае кинематические граничные условия и соответствующая структура решения имеют вид:

$$\dot{w} = 0; \quad \dot{u}_{\tau} = \dot{u}_2 n_1 - \dot{u}_1 n_2 = 0;$$

$$\dot{w} = \omega \Phi_1; \quad \dot{u}_1 = \omega_{,1} \Phi_2 + \omega \Phi_3; \quad \dot{u}_2 = \omega_{,2} \Phi_2 + \omega \Phi_4.$$

Здесь Φ_i (i = 1, 4) – неопределенные компоненты структуры решения; n_1 , n_2 – направляющие косинусы внешней нормали **n** к контуру оболочки $\partial\Omega$. Функция $\omega(x_1, x_2)$ строится с помощью теории R-функций и должна удовлетворять условиям: $\omega = 0$, $\omega_{n} = -1$ на границе $\partial\Omega$ и $\omega > 0$ внутри области Ω .

При численной реализации, неопределенные компоненты представлялись в виде конечных рядов вида:

$$\Phi_i(x_1, x_2, t) = \sum_{n=1}^{N_i} C_n^{(i)}(t) f_n^{(i)}(x_1, x_2),$$

где $C_n^{(i)}(t)$ $(i = \overline{1,4})$ – неопределенные коэффициенты, которые на каждом временном шаге находятся методом Ритца; t – некоторый фиксированный момент временной дискретизации схемы РКМ или дискретизации по времени для выдачи результатов расчета; $\{f_n^{(i)}\}$ – системы линейно независимых функций. Здесь в качестве $\{f_n^{(i)}\}$ использовались степенные полиномы.

Нормализованное до первого порядка уравнение границы области Ω имеет вид:

$$\omega(x) = \left[\left(F_1 \wedge_0 F_2 \right) \wedge_0 \left(F_3' \wedge_0 F_4' \right) \right] \wedge_0 \left(F_5' \wedge_0 F_6' \right) = 0,$$

где \wedge_0 – символ R-конъюнкции [10]:

$$f_1 \wedge_0 f_2 = f_1 + f_2 - \sqrt{f_1^2 + f_2^2};$$

$$F_{1} = \frac{1}{2a} \left(a^{2} - x_{2}^{2}\right); \quad F_{2} = \frac{1}{2a} \left(a^{2} - x_{1}^{2}\right);$$

$$F_{l}' = F_{l} \left[F_{l}^{2} + \left(gradF_{l}\right)^{2}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (l = 3, 4, 5, 6);$$

$$F_{3} = \frac{x_{1}^{2}}{b_{1}^{2}} + \frac{\left(x_{2} - a\right)^{2}}{b_{2}^{2}} - 1; \quad F_{4} = \frac{x_{1}^{2}}{b_{1}^{2}} + \frac{\left(x_{2} + a\right)^{2}}{b_{2}^{2}} - 1;$$

$$F_{5} = \frac{x_{2}^{2}}{b_{1}^{2}} + \frac{\left(x_{1} - a\right)^{2}}{b_{2}^{2}} - 1; \quad F_{6} = \frac{x_{2}^{2}}{b_{1}^{2}} + \frac{\left(x_{1} + a\right)^{2}}{b_{2}^{2}} - 1;$$

$$b_{1} = b; \quad b_{2} = a - c.$$

Интегрирование по области Ω , при вычислении элементов системы Ритца, и по толщине, при вычислении «фиктивных» сил выполнялось с помощью квадратурных формул Гаусса различной степени точности.

Установлено, что стабилизация приближенного решения достигается при следующих значениях степеней полиномов: $P_1 = 16$, $P_2 = 8$, $P_3 = P_4 = 13$ и общем числе узлов интегрирования по четверти области, равном 980. Количество узлов интегрирования по толщине равнялось 14. Заданная погрешность решения задачи Коши методом Рунге-Кутта-Мерсона $\delta = 10^{-5}$.

Были найдены времена до разрушения: *t**1 = 17011 ч, при действии на оболочку наружного давления ($q_z = 16,0$ МПа) и $t_{*2} = 39973$ ч, при действии на оболочку внутреннего давления ($q_z = -16,0$ МПа). Время до разрушения находилось с точностью до величины последнего шага ($\Delta t_{last step} \approx 8 \div 16$ ч). В обоих случаях разрушение начинается в центре на внутренней поверхности оболочки, где интенсивность напряжений максимальна. Время до разрушения существенно зависит от направления приложенной нагрузки. При действии на оболочку внутреннего давления в ней превалируют сжимающие напряжения. Процесс ползучести для данного материала при сжатии идет медленнее и, соответственно, время до разрушения оказывается в 2,35 раза большим, чем в случае наружного давления той же интенсивности.

На рис. 2–4 показано изменение во времени абсолютных значений прогибов, интенсивности напряжений и параметра повреждаемости на внутренней поверхности в центре оболочки. Кривые 1, 2 соответствуют данным, полученным для $q_z = 16$ МПа и $q_z = -16$ МПа. Как видно из рис. 3, для напряжений имеем разную качественную картину их изменения. Для оболочки под внутренним давлением в начальные моменты времени происходит рост интенсивности напряжений, вследствие чего процесс ползучести интенсифицируется, и только затем начинается релаксация напряжений. Для оболочки нагруженной внешним давлением снижение уровня напряжений наблюдается в течение всего процесса ползучести, вплоть до окончания времени скрытого разрушения.

Также был выполнен расчет оболочки под наружным давлением на базе «классических» определяющих соотношений, основанных только на экспериментальных данных при растяжении. Время до разрушения составило $t_{*\kappa\pi} = 1315$ ч, что более чем на порядок отличается от t_{*1} и t_{*2} .



Рисунок 3 – Интенсивность напряжений в центре на внутренней поверхности оболочки



Рисунок 4 – Повреждаемость в центре на внутренней поверхности оболочки

4. Выводы. Из представленных результатов можно сделать вывод, что абсолютные величины прогибов, напряжений, уровень повреждаемости и время до разрушения существенно зависят от знака поперечной внешней нагрузки, при одной и той же ее интенсивности. «Классические» определяющие соотношения не учитывают реальные свойства материала и, их использование вносит существенные погрешности при исследовании ползучести и повреждаемости пологих оболочек из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения.

Список литературы: 1. Бурлаков А.В. Длительная прочность оболочек / А.В. Бурлаков, Г.И. Львов., О.К. Морачковский.– Х.: Вища шк., 1981. – 104 с. 2. Ползучесть элементов машиностроительных конструкций / А.Н. Подгорный и др. – К.: Наук. думка, 1984. - 264 с. 3. Предельные состояния оболочек при сложном нагружении и ползучести материала / В.С. Гудрамович и др. – К.: Наук. думка, 1984. –256 с. 4. Золочевский А.А. Об учете разносопротивляемости материалов растяжению и сжатию в задачах ползучести оболочек / А.А. Золочевский // Динамика и прочность машин. -1980. – Вып. 32. – С. 8-13. 5. Золочевский А.А. Исследование ползучести тороидальной оболочки с учетом анизотропии и разносопротивляемости растяжению-сжатию / А.А. Золочевский, О.К. Морачковский // Изв. вузов. Машиностроение. -1984. – № 5. – С. 20-23. 6. Золочевский А.А. Двумерные краевые задачи ползучести оболочек, разносопротивляющихся растяжению и сжатию / А.А. Золочевский // Изв. Вузов. Машиностроение. - 1988. - № 1. - С. 29-33. 7. Золочевский А.А. Ползучесть пологих оболочек сложной формы в плане из материалов с усложненными свойствами / А.А. Золочевский, С.Н. Склепус // Пробл. машиностроения. - 2002. - Т.5, № 3. -С. 35-42. 8. Склепус С.Н. Исследование ползучести гибких пологих оболочек из материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии / С.Н. Склепус // Вестник НТУ «ХПИ». - 2005.- 22.- С. 29-36. 9. Золочевский А.А. Нелинейная механика деформируемого твердого тела / А.А. Золочевский, А.Н. Склепус, С.Н.Склепус. - Х.: «Бізнес Інвестор Групп», 2011. – 720 с. 10. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В.Л. Рвачев. - К.: Наук. думка, 1982. - 552 с. 11. Рубанов В.В. Экспериментальное обоснование определяющих уравнений ползучести металлических материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии: Дис...канд. физ.-мат. наук / В.В. Рубанов. - Новосибирск, 1986. - 147 с.

Bibliography (transliterated): 1. Burlakov A.V., Lvov G.I., Morachkovskij O.K. Dlitel'naja prochnost' obolochek. Kharkiv: Visha shk., 1981, 104 p. 2. Polzuchest' elementov mashinostroitel'nih konstrukcij. A.N. Podgornij i dr. Kyyiv: Nauk. dumka, 1984, 264 p. 3. Predel'nie sostojanija obolochek pri slognom nagrugenii i polzuchesti materiala. V.S. Gudramovich i dr. Kyviv: Nauk. dumka, 1984, 256 p. 4. Zolochevskij, A.A. Ob uchete raznosoprotivliaemostri materialov rastiageniju i sgatiju v zadachah polzuchesti obolochek. Dinamika i prochnost' mashin. Vol. 32, 1980, pp. 8-13. 5. Zolochevskij, A.A., Morachkovskij, O.K. Issledovanie polzuchesti toroidal'noj obolochki s uchetom anizotropii i raznosoprotivliaemosti rastiageniju-sgatiju. Izv. Vuzov. Mashinostrornie. No. 5. 1984. pp. 20-23. 6. Zolochevskij A.A. Dvumernie kraevie zadachi polzuchesti obolochek, raznosoprotivliajushihsia rastiageniju i sgatiju. Izv. Vuzov. Mashinostroenie. No 1, 1988, pp. 29-33. 7. Zolochevskij A.A., Sklepus S.N. Polzuchest' pologih obolochek slognoj formi iz materialov s uslognennimi svojstvami. Probl. Mashinostroenija. No 3, 2002, pp. 35-42. 8. Sklepus S.N. Issledovanie polzuchesti gibkih pologih obolochek iz materialov s razlichnimi svojstvami pri rastiagenii i sgatii. Vestnik NTU "HPI", 22, 2005, pp. 29-36. 9. Zolochevskij A.A., Sklepus A.N., Sklepus S.N. Nelinejnaja mehanika deformiruemogo tverdogo tela. Kharkiv: Biznes Investor Grupp, 2011, 720 p. 10. Rvachev V.L. Teorija Rfunktcij i nekotorie ee prilozhenija. Kyyiv: Nauk. dumka, 1982, 552 p. 11. Rubanov V.V. Eksperimental'noe obosnovanie opredeliajushih uravnenij polzuchesti metallicheskih materialov s razlichnimi svojstvami pri rastiazgenii и szgatii: Diss...kand. fiz.-mat. nauk. Novosibirsk, 1986, 147 p.

Поступила (received) 03.07.2016

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Склепус Сергей Николаевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, ИПМаш НАН Украины, г. Харьков, тел. (050) 522-49-01 (моб.), (0572) 67-54-95 (д.), e-mail: ssklepus@rambler.ru *Sklepus Sergej Nikolaevich* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Research Officer, IPMach NAS of Ukraine, Kharkiv, tel.: (050) 522-49-01, (0572) 67-54-95, e-mail: ssklepus@rambler.ru