

Strength of Materials, 1982, vol. 14, No 6, pp. 796-799. **11.** Guo Y., Parker R.G. Stiffness matrix calculation of rolling element bearings using a finite element/contact mechanics model. Mechanism and Machine Theory, 2012, No 51, pp. 32-45. **12.** Marusenko S. I., Nazarenko S.O., Simson E.A. Analiz statyko-

dynamichnykh nelinejnykh procesiv u elementakh strukturno zv'yazanykh system. Zb. nauk. pr. Akademiyi vnutrishnikh vijs'k MVS Ukrayiny, 2010, No 1 (15), pp. 65-75.

Поступила (received) 05.02.2016

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Назаренко Сергей Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, кафедра «Сопротивление материалов», Национальный технический университет «ХПИ», тел.: (057) 700-29-72; e-mail: nazarenko_serzh@mail.ua

Nazarenko Sergej Aleksandrovich – Candidate of Technical Sciences, Senior Staff Scientist, Department of Strength of Materials, National Technical University «KhPI», tel.: (057) 700-29-72; e-mail: nazarenko_serzh@mail.ua.

Симсон Эдуард Альфредович – доктор технических наук, профессор, кафедра «Сопротивление материалов», Национальный технический университет «ХПИ», тел.: (057)- 700-29-72, e-mail: nazarenko_serzh@mail.ua.

Simson Eduard Alfredovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Strength of Materials, National Technical University «KhPI», tel.: (057)- 700-29-72, e-mail: nazarenko_serzh@mail.ua.

УДК 539.3

В. Г. СУКИАСОВ

АНАЛИЗ РЕЛАКСАЦИИ КОНТАКТНОГО ДАВЛЕНИЯ МЕЖДУ ВЯЗКОУПРУГИМ КОМПОЗИТНЫМ БАНДАЖОМ И ТРУБОПРОВОДОМ

Изложены постановка и методика приближенного аналитического решения задачи о взаимодействии композитного ремонтного бандажа со стальным трубопроводом. Вязкоупругие свойства ортотропного композита моделируются на основе принципа соответствия Вольтерра, в сочетании с правилом смесей. Зависимость контактного давления от времени получена с помощью одностороннего интегрального преобразования Лапласа для различных значений объемного содержания армирующих волокон.

Ключевые слова: бандаж, трубопровод, вязкоупругие свойства, композит, контактное давление, преобразование Лапласа.

Введение. Местные коррозионные повреждения магистральных трубопроводов в условиях высоких эксплуатационных нагрузок могут представлять угрозу для безопасности транспортировки. Эффективным способом ремонта трубопровода является установка композитного бандажа [1–3] путем намотки полуфабриката на поврежденный участок с последующим отверждением, в ходе которого формируется напряженное состояние из-за усадки полимерного связующего [4]. Это оказывает на трубу благоприятное сжимающее воздействие, в дальнейшем ослабевающее за счет релаксации напряжений вследствие вязкоупругого деформирования бандажа. Описание на макроуровне волокнистого композита регулярной структуры обычно исходит из рассмотрения его как однородной ортотропной среды, свойства которой определяются либо экспериментально путем испытания образцов, либо теоретически по известным характеристикам матрицы и армирующих волокон, с применением тех или иных схем гомогенизации [5,6]. Анализ прочности и жесткости отремонтированной трубы, как правило, основывается на линейно упругой модели композита, при этом используются данные о свойствах готового материала [1–3, 7]. Необходимость обеспечения прочности контакта бандажа и трубы на протяжении всего срока эксплуатации требует учета релаксации, при этом линейный характер вязкоупругого поведения композита

позволяет рассматривать независимо эффекты от усложненных напряжений и действия внутреннего давления.

Постановка задачи. Объектом изучения является взаимодействие без натяга между фрагментом металлического трубопровода и ремонтным бандажом из композита на полимерной основе. Расчетная модель представляет собой показанный на рис. 1 двухслойный цилиндр под действием внутреннего давления, в условиях плоской деформации. Материал внутреннего цилиндра I упругий изотропный; наружный цилиндр II считается ортотропным вязкоупругим. Особенностью вязкоупругого деформирования является зависимость от времени компонент НДС. Для анизотропной линейно-вязкоупругой среды наследственного типа определяющие соотношения в прямой форме имеют вид [5]

$$\varepsilon_{ij}(t) = \int_0^t A_{ijkl}(t-\zeta) d\sigma_{kl}(\zeta), \quad (i, j, k, l = \overline{1,3}), \quad (1)$$

где $A_{ijkl}(t) = A_{jikl}(t) = A_{ijlk}(t) = A_{klij}(t)$ – модули ползучести, представляющие собой компоненты тензора 4-го ранга. Обратная форма упомянутых соотношений:

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t C_{ijkl}(t-\zeta) d\varepsilon_{kl}(\zeta), \quad (i, j, k, l = \overline{1,3}), \quad (2)$$

где $C_{ijkl}(t) = C_{jikl}(t) = C_{ijlk}(t) = C_{klij}(t)$ – модули релаксации, компоненты тензора 4-го ранга.

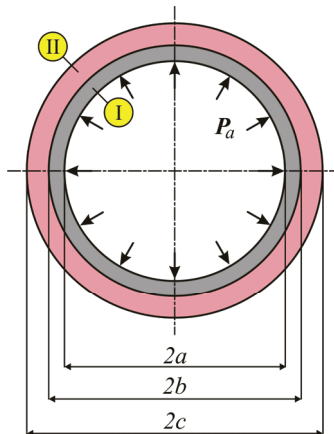


Рисунок 1 – Модель трубопровода с бандажом

Применение к выражениям (1), (2) одностороннего интегрального преобразования Лапласа

$$\tilde{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t) \exp(-st) dt, \quad (3)$$

где s – параметр преобразования, $f(t)$ – оригинал, $\tilde{f}(s)$ – изображение, приводит за счет теоремы о свертке [8], при условии стабильности механических свойств, к соотношениям относительно изображений

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = s \tilde{A}_{ijkl} \tilde{\sigma}_{kl}; \quad \tilde{\sigma}_{ij} = s \tilde{C}_{ijkl} \tilde{\varepsilon}_{kl}, \quad (4)$$

которые внешне, с точностью до обозначений, повторяют закон Гука для упругой анизотропной среды. Это внешнее сходство, имеющее место также и для преобразованных по Лапласу статических и кинематических соотношений, лежит в основе принципа соответствия Вольтерра [9]. Данный принцип позволяет исследовать вязкоупругое деформирование с позиций решения упругой задачи относительно изображений соответствующих величин. Он же дает возможность для применения правила смесей [6] при определении эффективных характеристик композитного материала.

Свойства полимерной матрицы. Матрица представляет собой изотропный вязкоупругий материал, для которого входящие в (1), (2) модули принимают вид

$$A_{ijkl}(t) = [\frac{1}{9}U(t) - \frac{1}{6}J(t)]\delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{1}{4}J(t)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk});$$

$$C_{ijkl}(t) = [K(t) - \frac{2}{3}G(t)]\delta_{ij}\delta_{kl} + G(t)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \quad (5)$$

где $J(t) = 2\varepsilon_{12}(t)/\sigma_{12}(0)$ и $U(t) = \theta(t)/\sigma_0(0)$ – функции сдвиговой и объемной ползучести; $G(t) = \frac{1}{2}\sigma_{12}(t)/\varepsilon_{12}(0)$ и $K(t) = \sigma_0(t)/\theta(0)$ – функции сдвиговой и объемной релаксации; θ – относительное изменение объема; σ_0 – среднее нормальное напряжение; δ_{ij} – символ Кронекера. Поэтому соотношения (1), (2) приобретают форму [10]

$$\varepsilon_{ij}(t) = \int_0^t \frac{1}{2}J(t-\zeta)ds_{ij}(\zeta) + \delta_{ij} \int_0^t \frac{1}{3}U(t-\zeta)d\sigma_0(\zeta); \quad (6)$$

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t 2G(t-\zeta)de_{ij}(\zeta) + \delta_{ij} \int_0^t K(t-\zeta)d\theta(\zeta), \quad (7)$$

где s_{ij} и e_{ij} – компоненты девиаторов напряжений и деформаций соответственно. Изображения по Лапласу упомянутых выше функций связаны соотношениями

$$s^2 \tilde{G}(s) \tilde{J}(s) = 1; \quad s^2 \tilde{K}(s) \tilde{U}(s) = 1. \quad (8)$$

Решение для составного цилиндра. Радиальное и окружное напряжения, а также радиальное перемещение во внутреннем изотропном цилиндре с упругими характеристиками E^I и ν^I определяются известным решением Ляме

$$\sigma_{rr}^I = \frac{1}{b^2 - a^2} \left[P_a a^2 - P_k b^2 - (P_a - P_k) \frac{a^2 b^2}{r^2} \right];$$

$$\sigma_{\theta\theta}^I = \frac{1}{b^2 - a^2} \left[P_a a^2 - P_k b^2 + (P_a - P_k) \frac{a^2 b^2}{r^2} \right]; \quad (9)$$

$$u^I = \frac{1 + \nu^I}{E^I (b^2 - a^2)} \left[(1 - 2\nu^I)(P_a a^2 - P_k b^2)r + (P_a - P_k) \frac{a^2 b^2}{r} \right],$$

где P_k – контактное давление на поверхности соприкосновения с бандажом.

Для ортотропного вязкоупругого наружного цилиндра с главными осями вдоль радиального r , окружного θ и осевого z направлений определяющие соотношения в изображениях (4) принимают вид

$$\tilde{\varepsilon}_{rr}^{II} = s \tilde{A}_{rr} \tilde{\sigma}_{rr}^{II} - s \tilde{A}_{r\theta} \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{II}; \quad \tilde{\varepsilon}_{\theta\theta}^{II} = s \tilde{A}_{\theta\theta} \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{II} - s \tilde{A}_{r\theta} \tilde{\sigma}_{rr}^{II}. \quad (10)$$

Изображения радиального и окружного напряжений, а также радиального перемещения в наружном цилиндре определяются как

$$\tilde{\sigma}_{rr}^{II} = \frac{b^{\mu+1} \tilde{P}_k}{c^{2\mu} - b^{2\mu}} \left[r^{\mu-1} - \frac{c^{2\mu}}{r^{\mu+1}} \right];$$

$$\tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{II} = \frac{\mu b^{\mu+1} \tilde{P}_k}{c^{2\mu} - b^{2\mu}} \left[r^{\mu-1} + \frac{c^{2\mu}}{r^{\mu+1}} \right]; \quad (11)$$

$$\tilde{u}^{II} = \frac{b^{\mu+1} \tilde{P}_k}{c^{2\mu} - b^{2\mu}} \left[(\mu s \tilde{A}_{\theta\theta} - s \tilde{A}_{r\theta}) r^\mu + (\mu s \tilde{A}_{\theta\theta} + s \tilde{A}_{r\theta}) \frac{c^{2\mu}}{r^\mu} \right],$$

где $\mu = \sqrt{\tilde{A}_{rr}/\tilde{A}_{\theta\theta}}$.

Применение правила смесей. Входящие в (10), (11) коэффициенты определяются согласно формулам

$$s \tilde{A}_{rr} = \frac{1 - \nu_{rz}^* \nu_{zr}^*}{E_r^*}; \quad s \tilde{A}_{\theta\theta} = \frac{1 - \nu_{\theta z}^* \nu_{z\theta}^*}{E_\theta^*}; \quad (12)$$

$$s \tilde{A}_{r\theta} = \frac{\nu_{r\theta}^* + \nu_{rz}^* \nu_{z\theta}^*}{E_r^*} = \frac{\nu_{\theta r}^* + \nu_{\theta z}^* \nu_{zr}^*}{E_\theta^*}$$

через эффективные «упругие» характеристики композита (отмечены звездочкой), которые, в свою очередь, зависят от свойств волокон и матрицы (далее снабжены индексами «f» и «m» соответственно).

Для линейно упругих армирующих волокон справедлив закон Гука

$$\varepsilon_{ij}^f = [(1 + \nu^f) \sigma_{ij}^f - \nu^f \sigma_{kk}^f \delta_{ij}] / E^f, \quad (i, j, k = \overline{1,3}). \quad (13)$$

Соотношения (6) для вязкоупругой матрицы в изображениях принимают вид

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^m = \frac{1}{2} s \tilde{J} \tilde{\sigma}_{ij}^m + \frac{1}{3} s \delta_{ij} [\frac{1}{3} \tilde{U} - \frac{1}{2} \tilde{J}] \tilde{\sigma}_{kk}^m, \quad (i, j, k = \overline{1,3}) \quad (14)$$

или в форме закона Гука

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^m = [(1 + \nu^m) \tilde{\sigma}_{ij}^m - \nu^m \tilde{\sigma}_{kk}^m \delta_{ij}] / E^m, \quad (i, j, k = \overline{1,3}), \quad (15)$$

где, согласно (8), $E^m = \frac{9s\tilde{K}\tilde{G}}{3\tilde{K} + \tilde{G}}$; $\nu^m = \frac{3\tilde{K} - 2\tilde{G}}{2(3\tilde{K} + \tilde{G})}$.

Реальные полимерные материалы практически не обнаруживают объемной вязкости [10], что позволяет при описании матрицы моделью стандартной вязкоупругой среды [9] считать

$$G(t) = G_\infty + (G_0 - G_\infty)e^{-t/\tau}; \quad K(t) = K_0 = \text{const.}, \quad (16)$$

где G_0 и G_∞ – мгновенный и длительный модули сдвига; τ – время релаксации; $G_0 = \frac{1}{2}E_0/(1 + \nu_0)$; $K_0 = \frac{1}{3}E_0/(1 - 2\nu_0)$. Тогда характеристики матрицы в (15) приобретают вид

$$E^m = E_0 \frac{s + \beta/\tau}{s + \kappa/\tau}; \quad \nu^m = \nu_0 \frac{s + \gamma/\tau}{s + \kappa/\tau}, \quad (17)$$

где

$$\beta = \frac{G_\infty}{G_0}; \quad \gamma = \frac{1 + \nu_0 - \beta(1 - 2\nu_0)}{3\nu_0}; \quad \kappa = \frac{2(1 + \nu_0) + \beta(1 - 2\nu_0)}{3}.$$

Эффективные свойства композита с армированием в окружном направлении определяются согласно правилу смесей [6]:

$$E_\theta^* = \omega E^f + (1 - \omega)E^m; \\ \nu_{\theta r}^* = \nu_{\theta z}^* = \omega \nu^f + (1 - \omega)\nu^m; \quad (18)$$

$$E_r^* = E_z^* = \frac{E^f E^m}{\omega E^m + (1 - \omega)E^f};$$

$$\nu_{rz}^* = \nu_{zr}^* = \frac{\omega E^m \nu^f + (1 - \omega)E^f \nu^m}{\omega E^m + (1 - \omega)E^f},$$

где ω – объемное содержание волокон.

Определение контактного давления. Изображение по Лапласу контактного давления следует из (9), (11) в виде

$$\tilde{P}_k = \frac{B}{s \left\{ \mu s \tilde{A}_{\theta\theta} \left[1 + \frac{2}{(c/b)^{2\mu} - 1} \right] + s \tilde{A}_{r\theta} + D \right\}}, \quad (19)$$

где для краткости введены обозначения двух констант

$$B = 2 \frac{(1 - \nu^l)^2 P_a a^2}{E^l (b^2 - a^2)}; \quad D = \frac{(1 + \nu^l)[(1 - 2\nu^l)b^2 + a^2]}{E^l (b^2 - a^2)}.$$

Непосредственное обращение (19) не представляется возможным в виду чрезвычайно громоздкой зависимости от параметра s в результате последовательной подстановки формул (12), (18), (17). Поэтому используется приближенный подход, суть которого состоит в разложении трансцендентной части знаменателя в усеченный степенной ряд по параметру s , с последующим отысканием оригинала средствами встроенной библиотеки пакета Maple.

Вычисления выполнены при следующих исходных данных: $a = 0,485$ м; $b = 0,510$ м; $c = 0,560$ м; $P_a = 7$ МПа; $E^l = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\nu^l = 0,3$; $E^f = 7,35 \cdot 10^4$ МПа; $\nu^f = 0,2$; $E_0 = 3,4 \cdot 10^3$ МПа; $\nu_0 = 0,35$; $\beta = 0,65$; $\tau = 2400$ с.

В результате получены приближенные зависимости контактного давления от времени, показанные на

рис. 2-4 для различных значений ω .

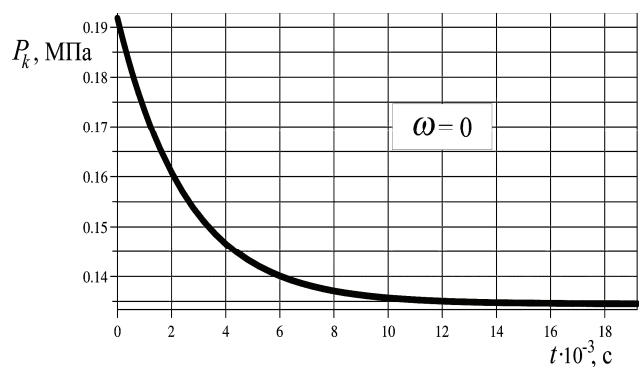


Рисунок 2 – Зависимость контактного давления от времени

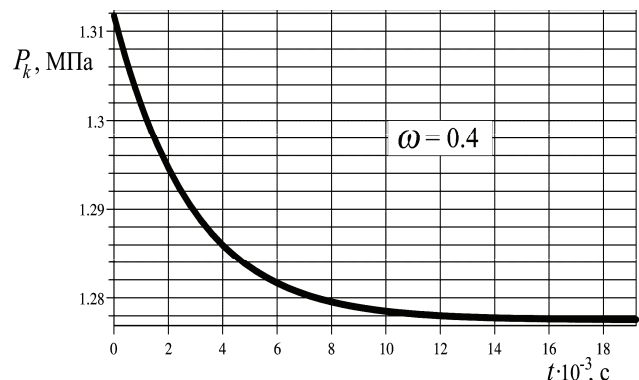


Рисунок 3 – Зависимость контактного давления от времени

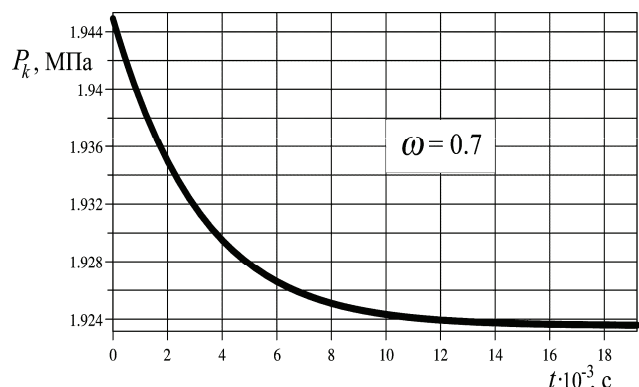


Рисунок 4 – Зависимость контактного давления от времени

Выводы. Полученные результаты иллюстрируют эффект повышения жесткости бандажа при увеличении доли армирующих волокон, что, однако, практически не влияет на время релаксации вязкоупругого композита. Зависимость на рис. 2 для случая отсутствия волокон полностью повторяет решение, полученное в замкнутом виде [11] для задачи о взаимодействии трубы с вязкоупругой изотропной накладкой.

Список литературы: 1. Lukacs J. Experimental and Numerical Investigations of External Reinforced Damaged Pipelines / J. Lukacs, G. Nagy, I. Torok, J. Egert, B. Pere // Procedia Engineering 2. – 2010. – Vol. 2. – P. 1191–1200. 2. Costa-Mattos H.S. An alternative methodology to repair localized corrosion damage in metallic pipelines with epoxy resins / H.S. Costa-Mattos, J.M.L. Reis, R.F. Sampaio, V.A. Perrut // Materials and Design. – 2009. – Vol. 30. – P. 3581–3591. 3. Köpple M.F. Composite repair of through-wall defects in pipework – Analytical

cal and numerical models with respect to ISO/TS 24817 / M.F. Köppl, S. Lauterbach, W. Wagner // Composite Structures. – 2013. – Vol. 95. – P. 173–178. **4.** Альтенбах Х. Прогнозирование технологических напряжений в трубопроводе при его ремонте композитной накладкой / Х. Альтенбах, К. Науменко, Г. Львов, В. Сукиасов, А. Подгорный // Механика композитных материалов. – 2015. – Т. 51, № 2. – С. 197–222. **5.** Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Р. Кристенсен. – М.: Мир, 1982. – 333 с. **6.** Tuttle M.E. Structural Analysis of Polymeric Composite Materials / M.E. Tuttle. – New York: Marcel Dekker, Inc., 2004. – 640 p. **7.** Duell J.M. Analysis of a carbon composite overwrap pipeline repair system / J.M. Duell, J.M. Wilson, M.R. Kessler // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2008. – Vol. 85. – P. 782–788. **8.** Диткин В.А. Интегральные преобразования и операционное исчисление / В.А. Диткин, А.П. Прудников. – М.: Наука, 1974. – 544 с. **9.** Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред / Дж. Мейз. – М.: Мир, 1974. – 320 с. **10.** Москвитин В.В. Сопротивление вязко-упругих материалов / В.В. Москвитин. – М.: Наука, 1972. – 328 с. **11.** Львов Г.И. Исследование вязкоупругого деформирования составного цилиндра / Г.И. Львов, В.Г. Сукиасов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 58 (1031). – С. 119–124.

Bibliography (transliterated): 1. Lukacs J., Nagy G., Torok I., Egert J., Pere B. Experimental and Numerical Investigations of Ex-

ternal Reinforced Damaged Pipelines. Procedia Engineering 2. 2010, vol. 2, pp. 1191–1200. **2.** Costa-Mattos H.S., Reis J.M.L., Sampaio R.F., Perrut V.A. An alternative methodology to repair localized corrosion damage in metallic pipelines with epoxy resins. Materials and Design. 2009, vol. 30, pp. 3581–3591. **3.** Köppl M.F., Lauterbach S., Wagner W. Composite repair of through-wall defects in pipework. Analytical and numerical models with respect to ISO/TS 24817. Composite Structures. 2013, vol. 95, pp. 173–178. **4.** Altenbah H., Naumenko K., Lvov G., Sukiasov V., Podgorniy A. Prognozirovanie tehnologicheskikh napryazheniy v truboprovode pri ego remonte kompozitnoy nakladkoj. Mehanika kompozitnykh materialov. 2015, T. 51, No 2, pp. 197–222. **5.** Kristensen R. Vvedenie v mehaniku kompozitov. Moscow: Mir, 1982. 333 p. **6.** Tuttle M.E. Structural Analysis of Polymeric Composite Materials. New York: Marcel Dekker, Inc. 2004, 640 p. **7.** Duell J.M., Wilson J.M., Kessler M.R. Analysis of a carbon composite overwrap pipeline repair system. International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2008, vol. 85, pp. 782–788. **8.** Ditkin V.A., Prudnikov A.P. Integralnye preobrazovaniya i operatsionnoe ischislenie. Moscow: Nauka, 1974, 544 p. **9.** Meyz Dj. Teoriya i zadachi mehaniki sploshnykh sred. Moscow: Mir, 1974, 320 p. **10.** Moskvitin V.V. Soprotivlenie vyazko-uprugih materialov. Moscow: Nauka, 1972, 328 p. **11.** Lvov G.I., Sukiasov V.G. Issledovanie vyazkouprugogo deformirovaniya sostavnogo tsilindra. Visnik NTU "HPI". Seriya: Dinamika i mitsnist mashin. Kharkiv: NTU "HPI", 2013, No 58 (1031), pp. 119–124.

Поступила (received) 05.07.2016

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Сукиасов Владимир Георгиевич – кандидат технических наук, доцент, доцент, кафедра динамики и прочности машин, Национальный технический университет «ХПИ»; тел.: (057) 7076879; e-mail: dpm_161@mail.ru.

Sukiasov Vladimir Georgievich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, National Technical University "KhPI"; tel.: (057) 7076879; e-mail: dpm_161@mail.ru.

УДК 539.3

С.Н.СКЛЕПУС, А.З. ГАЛИШИН

О ПРОГНОЗИРОВАНИИ ВРЕМЕНИ ДО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ ОСЕСИММЕТРИЧНО НАГРУЖЕННЫХ ПОЛЫХ ЦИЛИНДРОВ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

*90-летию академика НАН Украины
Ю.Н. Шевченко посвящается*

Рассмотрена задача определения напряженно-деформированного состояния, повреждаемости и длительной прочности полых цилиндров и цилиндрических оболочек, работающих при ползучести. Решения для оболочек различной толщины, основанные на гипотезах прямолинейного элемента, сопоставляются с пространственными решениями для осесимметрично нагруженных полых цилиндров. Исследовано влияние соотношения геометрических размеров на точность оболочечного решения. Разработан способ прогнозирования времени до разрушения в пространственной постановке на основе данных о времени до разрушения полученных по оболочечной теории, и наоборот.

Ключевые слова: ползучесть, повреждаемость, время до разрушения, прогнозирование, полый цилиндр, цилиндрическая оболочка.

1. Введение. В современной технике находят широкое применение элементы конструкций в виде тел вращения, работающие в условиях ползучести. С целью снижения компьютерных затрат для таких объектов зачастую принимается расчетная схема в виде

оболочки вращения [1-8 и др.]. При этом привлекаются как классическая теория, так и различные уточненные теории оболочек, учитывающие деформации поперечного сдвига. Погрешность решения, полученного в рамках той или иной теории оболочек, зависит от