

УДК 539.3

Д.В. ЛАВИНСКИЙ

АНАЛИЗ ДЕФОРМИРОВАНИЯ СОСТАВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПРЕССОВАНИИ

Представлена математическая постановка задачи анализа упругопластического деформирования системы электропроводных тел при действии электромагнитного поля. Предложен численный метод решения согласно схемы метода конечных элементов. Предложенный метод, базируется на вариационном принципе стационарности полной энергии системы. Рассмотрено приложение данного метода к анализу деформирования составной матрицы пресс-формы, которая используется для прессования порошковых материалов.

Ключевые слова: электромагнитное поле, упругопластическое деформирование, прессование порошков, метод конечных элементов.

Введение. Энергия электромагнитного поля (ЭМП) используется для большого числа технологических операций. Известно большое число технологических приложений, где используется силовое воздействие ЭМП на обрабатываемый объект, с целью необратимого деформирования, в том числе и при прессовании изделий из порошковых материалов. При этом силовое воздействие испытывает не только обрабатываемая заготовка, но и индуктор, с помощью которого генерируется ЭМП. Основные конструктивные решения и особенности электромагнитного прессования порошковых материалов, а также подходы к численному моделированию процесса, описываются, например, в работе [1].

Обобщенно технологическая система в данном случае включает: индуктор, матрицу и порошок. Все элементы технологической системы могут испытывать силовое воздействие за счет возникновения электромагнитных сил. Энергия, развиваемая ЭМП, может достигать уровней, при которых электромагнитные силы вызывают разрушение элементов технологической системы. Таким образом, в данном случае анализ НДС элементов технологической схемы является неотъемлемым этапом процесса проектирования.

Также широко используется прессование изделий с помощью порошков тугоплавких соединений типа карбид вольфрама, кобальта, никеля при температуре до 1800 °С и давлениях прессования 30–40 МПа в пресс-формах проводится в матрицах из тугоплавких материалов. При давлениях больше 40 МПа матрицы в пресс-формах разрушаются. Поэтому создание расчетных методов оценки прочности на базе анализа напряженно-деформированного состояния является актуальной научной задачей. В работе [2] проведен детальный анализ НДС составных матриц пресс-форм из углерод-углеродных композитных материалов (УУКМ), определены предельные давления прессования. Для снижения силового воздействия на матрицу в некоторых случаях возможно совместное использование изостатического и электромагнитного прессования.

Математическая постановка задачи. Расчетное оценивание конструкционной прочности систем электропроводных тел базируется на анализе упруго-

пластического деформирования, который опирается на предварительный анализ распределения ЭМП. Распределение векторных компонент ЭМП в электропроводном теле описывается системой фундаментальных уравнений Максвелла, которые дополняются материальными соотношениями и граничными условиями:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon_c \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}; \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_c \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0; \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0; \quad \vec{j} = \gamma_c \vec{E} + \gamma_c [\dot{\vec{u}} \times \vec{B}];$$

$$\vec{D} = \varepsilon_c \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_c \vec{H}; \quad \vec{E}_\Gamma \times \vec{n} = 0; \quad (2)$$

$$\vec{D}_\Gamma \cdot \vec{n} = 0; \quad \vec{H}_\Gamma \times \vec{n} = 0; \quad \vec{B}_\Gamma \cdot \vec{n} = 0,$$

где $\vec{H}, \vec{E}, \vec{H}_\Gamma, \vec{E}_\Gamma$ – вектора напряженности магнитного и электрического полей в объеме и на границе (Γ) тела; $\vec{D}, \vec{B}, \vec{D}_\Gamma, \vec{B}_\Gamma$ – вектора электрической и магнитной индукции в объеме и на границе (Γ) тела; $\varepsilon_c, \mu_c, \gamma_c$ – электрическая и магнитная проницаемость, и электропроводность материала; \vec{j} – вектор плотности тока; \vec{n} – вектор нормали к границе тела.

Распределение компонент тензоров напряжений $\vec{\sigma}$ и деформаций $\vec{\varepsilon}$, а также вектора перемещений \vec{u} удовлетворяет системе уравнений, которая содержит дифференциальные уравнения равновесия, геометрические соотношения, материальные соотношения и граничные условия:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \rho \vec{f} = 0; \quad \vec{\varepsilon} = \frac{1}{2} [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T];$$

$$\vec{\varepsilon} = {}^{(4)}\vec{S} \cdot \vec{\sigma}; \quad (3)$$

$$\vec{\sigma}_n = \vec{p} + \frac{\Xi}{2} \vec{E}_\Gamma + \frac{\mu_c}{2} (\Xi \dot{\vec{u}} \times \vec{n} + \vec{i}) \times H_\Gamma,$$

где ρ – плотность материала; \vec{f} – вектор интенсивности объемных сил (в случае учета электромагнитных сил: $\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B}$); ${}^{(4)}\vec{S}$ – тензор соответствия 4-го ранга, который в случае упругого деформирования имеет вид соответственно линейного закона Гука; \vec{p} – поверхностная нагрузка; Ξ, \vec{i} – плотность поверхностных зарядов и токов.

Процесс прессования порошкового материала

может быть разбит на три этапа: уплотнение, упругое деформирование заготовки, пластическое деформирование заготовки. На первом этапе силовое воздействие на технологическую оснастку пренебрежимо мало, на втором и третьем этапах мы имеем дело уже с твердой заготовкой, материал которой обладает особыми свойствами. Так как, целью работы является анализ НДС элементов технологической оснастки, то допустимо использование традиционных подходов для учета упругопластического деформирования.

При рассмотрении упруго-пластического деформирования, поведение материала рассматривается в инкрементальной форме (3) совместно с условием пластичности разом (4):

$$d\bar{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \left(d\bar{\sigma} - \frac{3\nu}{1+\nu} d\bar{\sigma}_0 \bar{I} \right) + \frac{3}{2} d\varepsilon_i^p \frac{\bar{s} - \bar{\beta}}{\sigma_i}; \quad (4)$$

$$\beta = \frac{2}{3} \frac{EE_h}{E - E_h} \bar{\varepsilon}^p;$$

$$\sqrt{\frac{3}{2} \text{tr} \left((\bar{s} - \bar{\beta})^2 \right)} - \sigma_T = 0, \quad (5)$$

где σ_i – интенсивность напряжений; \bar{I} – единичный тензор; $\bar{\sigma}_0$ – шаровой тензор напряжений; \bar{s} – девиатор напряжений; $\bar{\varepsilon}^p$ – тензор деформаций пластичности; ε_i^p – интенсивность пластических деформаций; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; σ_T – предел текучести; E_h – модуль упрочнения.

Анализ упругопластического деформирования систем электропроводных тел сложной геометрии требует использования численных методов. К наиболее универсальным относится метод конечных элементов (МКЭ), который позволяет в рамках единой расчетной схемы рассматривать распределение векторных компонент ЭМП и тензорных компонент процесса деформирования. Конкретная реализация МКЭ в данном случае может опираться на вариационный принцип стационарности полной энергии системы электропроводных тел [3,4].

Для уменьшения количества уравнений, которые описывают распределение ЭМП вводим в рассмотрение векторный магнитный потенциал \vec{A} , связанный с основными векторными компонентами ЭМП следующим образом:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}; \quad (6)$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \mu_c \vec{j}. \quad (7)$$

Уравнения (1) записаны для случая пренебрежения нелинейным «магнитным» поведением материала и без учета «электрической» составляющей ЭМП, поскольку для анализа деформирования электропроводных тел ее вклад является несущественным.

Выражение для полной энергии имеет следующий вид:

$$E = U + W, \quad (8)$$

где U – энергия квазиупругого деформирования; W – энергия ЭМП (в пренебрежении «электрической» составляющей).

$$U = \frac{1}{2} \int_V \bar{\varepsilon} \cdot {}^{(4)}C \cdot \bar{\varepsilon} dV - \int_V (\vec{j} \times \vec{B}) \cdot \vec{u} dV - \quad (9)$$

$$- \int_{A_p} \left(\bar{p} + \frac{1}{2} \vec{i} \times \vec{B} \right) \cdot \vec{u} dA;$$

$$W = \int_V \left(\frac{1}{2} |\vec{\nabla} \times \vec{A}|^2 - \vec{j} \cdot \vec{A} \right) dV, \quad (10)$$

где ${}^{(4)}C$ – тензор коэффициентов упругости.

Решение должно удовлетворять следующему вариационному уравнению:

$$\delta E = \delta U + \delta W = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) приводит в итоге к решению двух независимых систем алгебраических уравнений относительно узловых перемещений и узловых значений векторного магнитного потенциала.

Особенности вариационной постановки анализа упругопластического деформирования системы тел при действии ЭМП подробно изложены в работах [5,6], детальное описание алгоритма для численной реализации представлено в работе [7].

Пример расчета. Рассмотрим упругопластическое деформирование для расчетной схемы, представленной на рис. 1. Геометрические размеры элементов конструкции составной матрицы такие же, как и в работе [2], толщина внешнего индуктора принималась такой же, как и у наружного несущего цилиндра.

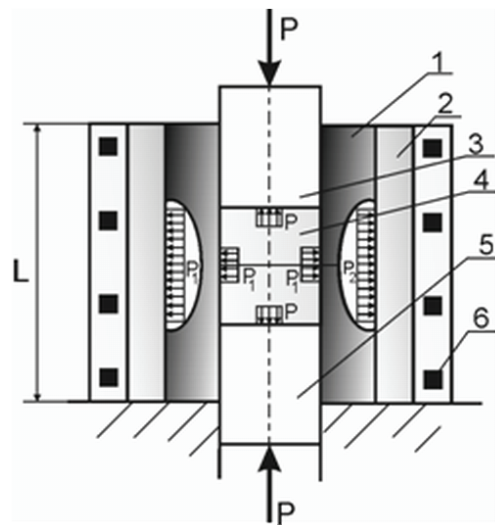


Рисунок 1 – Расчетная схема:

1 – внутренний цилиндр-вкладыш, выполненный из графита; 2 – наружный несущий цилиндр, изготовленный из УУКМ; 3, 5 – верхний и нижний пуансоны из УУКМ; 4 – порошок, с помощью которого прессуют изделия; 6 – многовитковый индуктор

Механические свойства материала приняты следующими: цилиндр-вкладыш – графит: предел прочности на растяжение – 15 МПа, предел прочности на сжатие – 51,5 МПа, модуль упругости – $1,05 \cdot 10^4$ МПа, коэффициент Пуассона – 0,2; наружный несущий цилиндр – УУКМ: предел прочности на растяжение – 110 МПа, предел прочности на сжатие – 100 МПа, модуль упругости – $1,8 \cdot 10^4$ МПа, коэффи-

коэффициент Пуассона – 0,19; изоляция токопровода индуктора – материал капролон; модуль упругости – $2,5 \cdot 10^3$ МПа, коэффициент Пуассона – 0,3, предел прочности при растяжении – 70 МПа, предел прочности при сжатии – 90 МПа; токопровод индуктора – медь; модуль упругости – $18 \cdot 10^4$ МПа, коэффициент Пуассона – 0,33, предел текучести – 180 МПа.

Давление прессования принималось 100 МПа, амплитуда силы тока в импульсе – 30 кА. Задача решена для осесимметричной модели. В качестве базового выбирался четырехузловой осесимметричный конечный элемент с билинейной аппроксимацией перемещений и окружной компоненты векторного магнитного потенциала. Особенности использования элементов подобного типа подробно рассмотрены в работах [8,9]. На границах раздела между составными частями конструкции вводились слои контактных конечных элементов. Вопросы, связанные с выбором характеристик «контактных» конечных элементов для осесимметричных конструкций рассматривались в работе [10].

На первом этапе решения получены распределения векторных компонент ЭМП. Расчеты показали, что максимальные значения касательной компоненты напряженности магнитного поля вдоль границы раздела «вкладыш – заготовка» наблюдаются на середине длины вкладыша, следовательно, именно здесь следует ожидать снижение силового воздействия при совместном использовании псевдоизостатического и электромагнитного прессования.

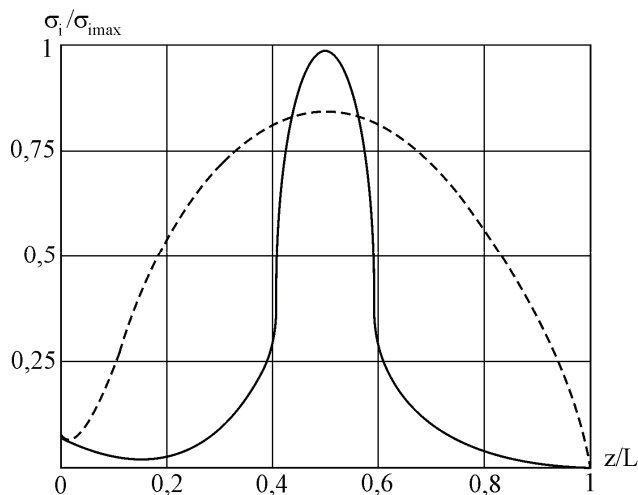


Рисунок 2 – Распределение интенсивности напряжений в точках внутренней поверхности вкладыша

Далее проанализируем НДС системы «индуктор – составная матрица – заготовка» при использовании псевдоизостатического и электромагнитного прессования. На рис. 2 приведено качественное распределение интенсивности напряжений в точках внутренней поверхности вкладыша. Сплошная линия – для случая псевдоизостатического прессования [2], штриховая линия – для случая совместного использования псевдоизостатического и электромагнитного прессования. Как и в случае псевдоизостатического прессования максимальные значения наблюдаются на середине

длины вкладыша, но наличие электромагнитных сил здесь, действительно, приводит к значительному (порядка 15 %) уменьшению максимальной интенсивности напряжений.

Выводы. В работе представлена общая математическая постановка задачи упругопластического деформирования систем электропроводных тел. Предложен численный метод решения в соответствии со схемой метода конечных элементов, который базируется на принципе минимума полной энергии системы тел. Предложенный метод использован для анализа деформирования составной матрицы пресс-формы, которая используется для совместного псевдоизостатического и электромагнитного прессования порошковых материалов.

Список литературы: 1 Mamalis A. G. Electro-magnetic tooling for metal forming and powder compaction: numerical simulation / A. G. Mamalis, D. E. Manolacos, A. G. Kladas, A. K. Koumoutsos // In Proceedings of the 1 st International Conference on High Speed Forming. – 2004, March. – P. 143-154. 2. Ашихмин В.П. Анализ прочности элементов пресс-форм из углерод-углеродных материалов для псевдоизостатического прессования / В.П. Ашихмин, О.В. Бирюков, В.А. Гурин, Б.Б. Затолока, В.В. Колосенко, С.Ю. Саенко, Д.В. Лавинский, О.К. Морачковский // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение (91). – 2007. – № 6. – С. 120-123. 3. Belokon' A.V. Partitioned schemes of the finite-element method for dynamic problems of acoustoelectro-elasticity / A.V. Belokon', V.A. Eremeyev, A.V. Nasedkin, A.N. Solov'yev // J. Appl. Math. Mech. – 2000. – 64 (3). – P. 367-377. 4. Nasedkin A.V. Harmonic vibrations of nanosized piezoelectric bodies with surface effects / A.V. Nasedkin, V.A. Eremeyev // ZAMM. – 2014. – 94 (10). – P. 878-892. 5. Altenbach H. Inelastic deformation of conductive bodies in electromagnetic fields / H. Altenbach, O. Morachkovsky, K. Naumenko, D. Lavinsky // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2015. – Vol. 27, iss. 12. – P. 1-13. – DOI: 10.1007/s00161-015-0484-8. 6. Лавинський Д. В. Пружно-пластичне деформування систем тіл при дії електромагнітних полів / Д. В. Лавинський, О. К. Морачковський // Вісник Запорізького національного університету: зб. наук. ст. Фізико-математичні науки. – Запоріжжя: ЗНУ, 2015. – № 2. – С. 125-135. 7. Simo J. Computational Inelasticity / J. Simo, T. Hughes. – Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 1998. 8. Cazzani A. Four-noded mixed finite elements, using unsymmetric stresses, for linear analysis of membranes / A. Cazzani, S.N. Atluri // Comput. Mech. – 1993. – 11 (4). – P. 229-251. 9. Cazzani A. A four-node hybrid assumed-strain finite element f or laminated composite plates / A. Cazzani, E. Garusi, E. Tralli, S.N. Atluri // CMC Comput. Mater. Contin. – 2005. – 2 (1). – P. 23-38. 10. Bondar' S. V. Study of thermoelastoplastic contact deformation of production tooling mixed structures / S. V. Bondar', D. V. Lavinskii // Strength of Materials. – 2011. – Vol. 43, № 4. – P. 447-454.

Bibliography (transliterated): 1 Mamalis A. G., Manolacos D. E., Kladas A. G., Koumoutsos A. K. Electro-magnetic tooling for metal forming and powder compaction: numerical simulation. In Proceedings of the 1 st International Conference on High Speed Forming. 2004, March. pp. 143-154. 2. Ashihmin V.P., Biryukov O.V., Gurin V.A., Zatoloka B.B., Kolosenko V.V., Saenko S.Yu., Lavinsky D.V., Morachkovsky O.K. Analiz prochnosti elementov press-form iz uglerod-uglerodnykh materialov dlya psevdoizostaticheskogo pressovaniya. Voprosy atomnoj

науки і техніки. Seriya: Fizika radiacionnykh povrezhdenij i radiacionnoe materialovedenie (91). 2007, No 6, pp.120-123. **3.** Belokon' A.V., Eremeyev V.A., Nasedkin A.V., Solov'yev A.N. Partitioned schemes of the finite-element method for dynamic problems of acoustoelectro-elasticity. J. Appl. Math. Mech. 2000, **64** (3), pp. 367–377. **4.** Nasedkin A.V., Eremeyev V.A. Harmonic vibrations of nanosized piezoelectric bodies with surface effects. ZAMM 94, 2014, **10**, pp. 878–892. **5.** Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K. and Lavinsky D. Inelastic deformation of conductive bodies in electromagnetic fields. Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2015, vol. 27, iss. 12, pp. 1-13. DOI: 10.1007/s00161-015-0484-8 **6.** Lavinsky D.V., Morachkovsky O.K. Pruzhno-plastychne deformuvannya system til pry dii electromagnitnykh poliv. Visnyk Zaporiz'kogo na-

cional'nogo universitetu: zb.nauk. st. fizyko-matematychni nauky. Zaporizhzhya: ZNU, 2015, No 2, pp. 125-135. **7.** Simo J., Hughes T. Computational Inelasticity. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 1998. **8.** Cazzani A., Atluri S.N. Four-noded mixed finite elements, using unsymmetric stresses, for linear analysis of membranes. Comput. Mech. 1993, **11** (4), pp. 229–251. **9.** Cazzani A., Garusi E., Tralli A., Atluri S.N. A four-node hybrid assumed-strain finite element for laminated composite plates. CMC Comput. Mater. Contin. 2005. **2** (1), pp. 23–38. **10.** Bondar' S.V., Lavinskii D.V. Study of thermoelastoplastic contact deformation of production tooling mixed structures. Strength of Materials, 2011, vol. 43, No 4, pp. 447-454.

Поступила (received) 02.06.2016

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Лавинский Денис Владимирович – канд. техн. наук, доц., кафедра теоретической механики, Национальный технический университет «ХПИ», тел.: (057)-70-763-73, e-mail: denis.lavinsky@ukr.net

Lavinsky Denis Vladimirovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical Mechanics, National Technical University "KhPI", tel.: (057)- 70-763-73, e-mail: denis.lavinsky@ukr.net

УДК 539.431:678

О.О. ЛАРИН

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ОЦІНКА ХАРАКТЕРИСТИК ОПОРУ ВТОМІ ГУМО-КОРДНИХ КОМПЗИТИВ ПРИ ДЕФОРМУВАННІ В НАПРЯМУ ОРТОГОНАЛЬНОМУ АРМУВАННЮ ДО ТА ПІСЛЯ ШТУЧНОГО СТАРІННЯ

У роботі визначаються показники опору втомі гумового композиту, що посиленій армуванням текстильним кордом та закономірності їх зміни внаслідок старіння. Дослідження проводяться експериментально з плоскими зразками на розтяг із циклічним завданням деформацій. Окремо досліджувались зразки матеріал до та після старіння. Старіння задавалось штучно шляхом тривалої витримки зразків в термокамері на фіксованій підвищеній температурі. Проведено порівняльний аналіз зміни параметрів кривих утоми з часом в наслідок старіння.

Ключові слова: гумові композити, старіння, експериментальні тести на втому, каркас пневматичної шини.

Вступ

В сучасному машинобудуванні широко застосовуються гумово-кордні елементи конструкції. Це можуть бути спеціальні шланги, демпфуючі прокладки, гумові пружні вставки в приладах амортизації, пневматичні шини автомобілів [1-3] та інше.

Надійність перелічених елементів конструкцій є їх важливою характеристикою, що дає можливість отримати оцінки експлуатаційного ресурсу. Достовірні оцінки по строку служби гумових та гумо-кордних композиційних елементів дозволяють попередити раптові відмови, спланувати ремонтні роботи тощо.

З багатьох досліджень, що наведені в літературі відомо, що найпоширенішими типами відмов у гумо-кордних елементах конструкцій є пошкодження, що з'являються на поверхні [4] або між шарами [5]. Дослідження показують, що в існує відносно слабка міжфазна міцність, і в наслідок дії навантажень з'являються внутрішні початкові тріщини, які поступово переростають в зовнішній гумовий шар, що приводить до остаточного розриву [4, 5]. Узагальнюючи наведені

дані, можна стверджувати, що робота механічних об'єктів гумо-кордними елементами, як правило, відбувається при динамічному (циклічному) навантаженні, що призводить до накопиченню втоми в матеріалах.

Питанням оцінки характеристик опору втомі для різних матеріалів приділяється багато уваги в літературі, зокрема і питанням прогнозування втомної довговічності у гумоподібних матеріалах [6,7] Основною характеристикою опору втомі є експериментальна крива Велера, яка визначає залежність між амплітудами параметру напружено-деформованого стану (НДС) від кількості циклів деформації (напружень), що витримає зразок до появи тріщини заданого розміру (або до руйнування).

Тут слід зазначити, що відомі експериментальні дані по залежностям кількості циклів до відмови від параметрів НДС вказує на те що завжди існує досить суттєвий статистичний розкид у визначенні матеріальних констант [8,9].

Крім цього, однією з важливих особливостей еластовимірних матеріалів, зокрема гумових сумішей,