

К.Ю.ТАРСІС, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»

ПОРІВНЯННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В ЗОНІ КОНТАКТУ СКЛАДЕНОГО ТІЛА З РУХЛИВОЮ ТА НЕРУХЛИВОЮ ЖОРСТКИМИ ВСТАВКАМИ МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ

Методом R-функцій на основі варіаційного принципу Рейсснера проведено порівняння напружено-деформованого стану в зоні ідеального та неідеального контакту пружного зовнішнього тіла з абсолютно жорсткою рухливою та нерухливою вставками.

The analysis of stress-strained state in the field of ideal and imperfect contact interaction of an elastic body with absolutely rigid movable and fixed insertions are given. The calculations are obtained by the R-functions method for a Reissner functional.

Методом R-функцій на основі варіаційного принципу Рейсснера проведено сравнение напряженно-деформированное состояние в зоне идеального и неидеального контакта упругого внешнего тела с абсолютно жесткой подвижной и неподвижной вставками.

Вступ. Однією з важливих проблем механіки деформівного твердого тіла є розробка ефективних методів розв'язання контактних задач теорії пружності. Виявлення характеру напружено-деформованого стану складених тіл при різних умовах контакту, особливо в контактній зоні, є актуальною задачею. При розв'язанні контактних задач для тіл скінчених розмірів та складної форми використовуються сучасні чисельні методи. Одним з ефективних методів розв'язку таких задач, особливо для тіл довільної геометрії з різними граничними умовами і умовами контакту є метод g-функцій для функціоналу Рейсснера [1], що базується на незалежних апроксимаціях функцій напружень та переміщень.

У даній роботі на прикладі двошарового тіла надано порівняльний аналіз розподілення напружень та переміщень у зоні контакту між шарами в залежності від типу контакту між шарами, та додатковими умовами щодо рухливості внутрішнього абсолютно жорсткого шару.

Розв'язки задач та їх порівняння. Розглядається задача контакту двошарового тіла, яке складається з зовнішнього шару – пружного тіла, та внутрішнього шару – абсолютно жорсткої круглої вставки. На верхній кромці зовнішнього шару задано рівномірно розподілене навантаження, а три інші кромки жорстко закріплені (див. рис. 1).

Подібні задачі були розглянуті у роботах [2] і [3]. У роботі [2] цей метод був застосований для аналізу впливу жорсткості пружної рухливої вставки на розподіл напруг на контурі її повного зціплення з зовнішнім пружним тілом, тобто в умовах ідеального контакту. Зауважимо, що під ідеальним контактом розуміють повне зчеплення шарів (наприклад, зварка, або склеювання), а під

неідеальним – можливість виникнення зазору між шарами (не утримуючі внутрішні в'язі). Було встановлено що для абсолютно жорсткої вставки найбільші значення нормальних напружень досягаються в зоні контакту, яка розташована з боку прикладення навантаження.

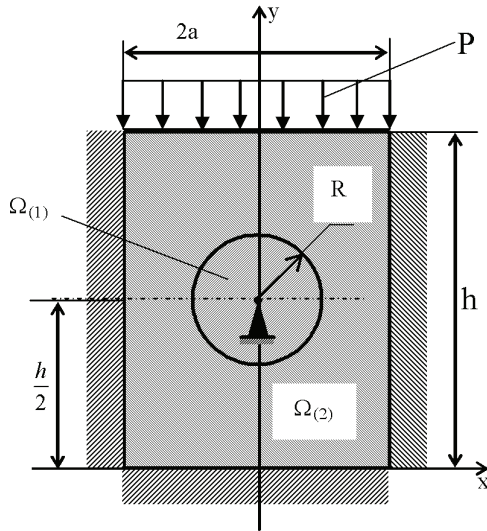


Рисунок 1 – Пружне тіло з круглою абсолютно жорсткою вставкою.

В роботі [3] абсолютно жорстка нерухлива вставка знаходилась в умовах неідеального контакту. Нерухливість вставки означає, що вона спирається на нерухомі опори. Чисельні дослідження проводились в програмуючій системі «ПОЛЕ». Для контролю збіжності та точності розв'язку використовувались інтегральні і локальні критерії, які були запропоновані в роботі [5]. Слід звернути увагу, що при перевірці виконання інтегральних критеріїв, які стосуються умов рівноваги у перерізах, враховувалось, що жорсткий шар є нерухомою опорою для пружного шару і інтеграл по нормальним напруженням обчислений на контурі, який обмежений обраними перерізами, є силою, яка сприймається цією опорою. Тому сума інтегралів по нормальним напруженням в обраному перерізі пружного тіла, та по дотичним напруженням на відповідних ділянках бокових граней і інтеграла по відповідній ділянці жорсткого шару прирівнювалась інтегралу від зовнішнього навантаження.

Розподілення контактних напружень та нормальних переміщень наведено на рис. 2. Тут і надалі кут відраховувався від точки з координатами $x = R$, $y = h/2$ у напрямку, протилежному ходу годинникової стрілки. Враховано також, що розподілення переміщень та напружень симетрично відносно осі y . За допомогою ітераційного методу була визначена область контакту, яка до-

рівнює куту охопту $\varphi = 152,5^\circ$, а область відриву, відповідно, дорівнює куту охопту $\varphi = 207,5^\circ$.

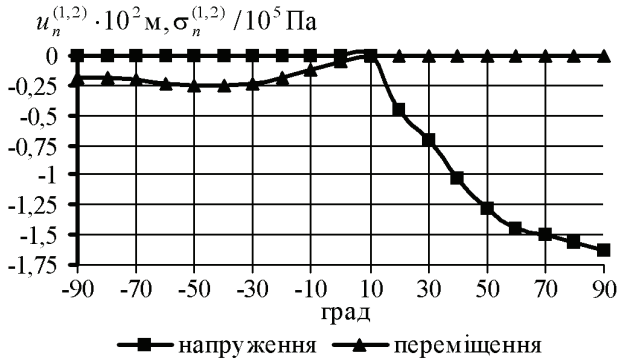


Рисунок 2 – Контактні напруження і нормальні переміщення

Розглянемо задачу, аналогічну попередній, тобто з нерухливою жорсткою вставкою, але в умовах ідеального контакту між шарами. Для опису геометрії в попередніх роботах було введено наступні опорні області:

$$\Omega_1 = \left[f_1 = \frac{a^2 - x^2}{2a} \geq 0 \right]; \quad \Omega_2 = [f_2 = y \geq 0]; \quad \Omega_3 = [f_3 = -y + h \geq 0];$$

$$\Omega_4 = \left[f_4 = \frac{f_4^*}{\sqrt{(f_4^*)^2 + |\nabla f_4^*|^2}} \geq 0 \right],$$

де $f_4^* = -x^2 - (y - h/2)^2 + R^2$.

Структури розв'язку для компонентів незалежних апроксимацій векторів переміщень і напружень, які задовольняють усім граничним умовам і умовам ідеального контакту бралися у вигляді:

$$u_x^{(2)} = \Phi_1 \omega_{(2)}^u \omega_{(1,2)}; \quad u_y^{(2)} = \Phi_2 \omega_{(2)}^u \omega_{(1,2)};$$

$$\sigma_x^{(2)} = (P + \Phi_3) \frac{\omega_{(1,2)}}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \left(\left((l_{(1,2)})^2 - (m_{(1,2)})^2 \right) \Phi_4 - 2l_{(1,2)} m_{(1,2)} \Phi_5 + (m_{(1,2)})^2 \Phi_6 \right) \times$$

$$\times \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_7 \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma;$$

$$\sigma_y^{(2)} = -P \frac{\omega_{(1,2)}}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \left(- \left((l_{(1,2)})^2 - (m_{(1,2)})^2 \right) \Phi_4 + 2l_{(1,2)} m_{(1,2)} \Phi_5 + (l_{(1,2)})^2 \Phi_6 \right) \times$$

$$\times \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_8 \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma;$$

$$\sigma_{xy}^{(2)} = \left(l_{(1,2)} m_{(1,2)} (2\Phi_4 - \Phi_6) + \left((l_{(1,2)})^2 - (m_{(1,2)})^2 \right) \Phi_5 \right) \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_9 \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma;$$

де $\omega_{(1,2)} = f_4$; $\omega_{(2)}^u = f_1 \Lambda_0 f_2$; $\omega_{(2)}^\sigma = f_3$; Λ_0 – R-кон'юнкція [4], Φ_i ($i = \overline{1,9}$) – невизначені компоненти структур розв'язку, які бралися у виді розкладань по ортогональним поліномам Чебишева.

Коефіцієнти в розкладаннях невизначених компонентів структур розв'язку визначались методом Рітца з умови стаціонарності функціоналу Рейсснера [1].

Оскільки ця задача має в постановці принципові відмінності від попередніх, доцільно провести порівняння розподілу нормальних напружень на контурі спряження для випадків коли внутрішній шар є рухливим [2] та нерухливим. Результати порівняння наведені на рис. 3. Отримані результати свідчать, що у розподілі нормальних контактних напружень на контурі, що розділяє шари тіла, спостерігаються істотні відмінності. Так, у протилежність задачі з рухливим внутрішнім шаром, у даній на значній ділянці контактної зони нормальні напруги виявилися додатними.

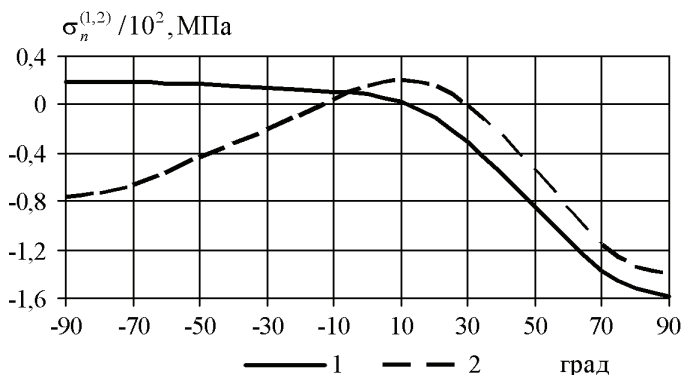


Рисунок 3 – Контактні напруження: 1 – нерухливий внутрішній шар, 2 – рухливий внутрішній шар

Якщо використати лінійну інтерполяцію, то зона додатних нормальних напружень має кут охопту $\varphi = 204,4^\circ$. Слід додати, що ділянка додатних контактних напружень свідчить про те, що у випадку неідеального контакту в цій зоні є можливим відрив контактуючих шарів один від одного. Порівняння контактних напружень для цих випадків наведено на рис. 4.

Якщо порівняти зону відриву у задачі для нерухливої вставки з неідеальним контактом (див. рис. 2) та зону розтягуючи напружень у задачі для рухливої вставки з ідеальним контактом (див. рис. 4), то можна встановити, що вони практично співпадають. В той же час в зонах, де контактні напруження в обох випадках від'ємні (стискуючі), характер їх розподілення суттєво відрізняється.

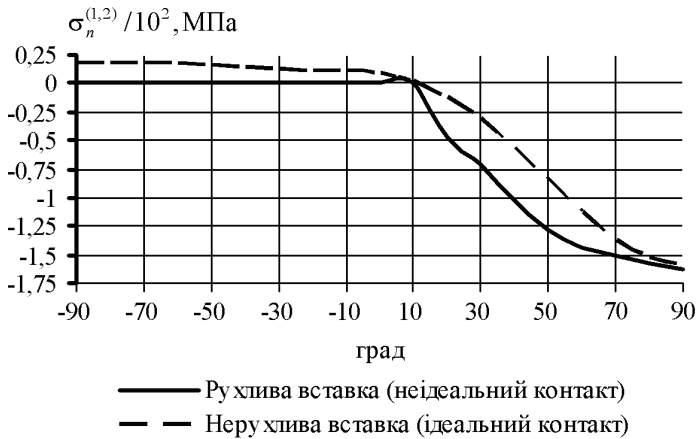


Рисунок 4 – Контактні напруження

Висновки. Метод R-функцій на основі варіаційного принципу Рейсснера дозволяє ефективно розв'язувати контактні задачі теорії пружності для складених тіл довільної геометричної форми. Доведено, що напружено-деформований стан складеного тіла, особливо в зоні контакту суттєво залежить від умов контактної взаємодії складових тіл та додаткових умов щодо їх рухливості.

Список літератури: 1. *Тарсис Е.Ю.* Смешанный вариационный подход к решению задач для составного тела на основе метода R-функций / Проблемы машиностроения. – 2002. – Т. 4, № 3-4. – С. 116-123. 2. *Тарсис Е.Ю., Архипов А.В.* Решение контактной задачи для составного тела в условиях жесткого сцепления / Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2004. – Вип. 20. – С. 117-122. 3. *Тарсис Е.Ю.* Метод R-функцій для решения задач теории упругости составных тел на основе смешанных вариационных принципов / Доповіді НАН України. – 2002. – № 1. – С. 63-69. 4. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 566 с. 5. *Тарсис Е.Ю.* Исследование эффективности вариационно-структурного метода для функционала Рейсснера в смешанных задачах теории упругости / Динамика и прочность машин. – Харьков: ХГПУ, 1999. – Вып. 29. – С. 34-42.

Надійшла до редколегії 20.10.2011