

В.Н. СОБОЛЬ, канд. техн. наук, ст. научн. сотр., НТУ «ХПИ»

СМЕШАННЫЙ ВАРИАЦИОННЫЙ ФУНКЦИОНАЛ ДЛЯ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ НАЧАЛЬНО-АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

Для розв'язування початково-крайових задач динамічної повзучості початково-анізотропних тіл застосовано змішаний варіаційний функціонал. Стационарні умови для функціоналу відшукуються за подовженням у часі розв'язків, які прийняті за варіаційно-структурним методом теорії R-функцій. Рівняння стану динамічної повзучості матеріалів конкретизовані відносно швидкостей незворотних деформацій повзучості та пошкоджень. Чисельні оцінки ресурсу отримані для циліндра під внутрішнім тиском, що пошкоджується внаслідок динамічної повзучості.

A mixed variational functional have been used for solution of initial-boundary-value problem of dynamic creep for initial-anisotropic bodies. Variational-structural R-functions theory method in combination with the method of solutions continuation over time are presented in the paper. State equations of dynamic creep for materials are specified in incremental form relative to irreversible creep strains rates and damage parameter. As an example, numerical estimations of dynamic creep-damage problem for the cylinder under internal pressure are given.

Для решения начально-краевых задач динамической ползучести начально-анизотропных тел применен смешанный вариационный функционал. Стационарные условия для функционалу отыскиваются по удлинению во времени решений, принятых по вариационно-структурному методу теории R-функций. Уравнения состояния динамической ползучести материалов конкретизированы относительно скоростей необратимых деформаций ползучести и повреждений. Численные оценки ресурса получены для цилиндра под внутренним давлением, которое повреждается в результате динамической ползучести.

Актуальность и состояние проблемы. В расчетах на прочность элементов конструкций, эксплуатационные условия которых характеризуются высоким уровнем температур, необходимо учитывать явление ползучести, которое приводит к возникновению необратимых деформаций ползучести и повреждаемости, приводящим к разрушению конструкций. Большинство элементов конструкций авиационной и ракетно-космической техники эксплуатируются в таких условиях и изготовлены из материалов, которые проявляют анизотропные свойства при ползучести. Причем наряду с квазистатическими нагрузками на многие такие элементы конструкций действуют нестационарные быстро изменяющиеся во времени физико-механические поля. В работе рассматривается постановка таких задач, а именно динамической ползучести и повреждаемости начально-анизотропных тел. Предложен метод решения поставленной задачи. Выполнены численные исследования динамической ползучести изотропных цилиндров под внутренним давлением.

Постановка задачи и метод решения. Рассмотрим общую постановку задач динамической ползучести и повреждаемости тел. В декартовых координатах рассмотрим пространственное тело объемом V , поверхностью S :

$S = S_r \cup S_u$, S_r , S_u – части поверхности тела, на которых заданы внешние распределенные силы и условия закрепления.

Рассмотрим смешанный вариационный функционал для ползучести тел, полученный в [1].

$$R_{u\sigma} = \iiint_V \left[\frac{1}{2} \sigma_{ij} (u_{i,j} + u_{j,i}) - \sigma_{ij} C_{ij} - \Lambda(\sigma_{ij}) - (f_i - \rho \dot{v}_i) u_i \right] dV - \iint_{S_r} (p_i^0 + \Phi_i(t)) u_i dS - \iint_{S_u} n_i \sigma_{ij} (u_j - u_j^*) dS. \quad (1)$$

Функционал вида (1) записан относительно неизвестных компонент тензоров напряжений и перемещений для тела, при заданных объемных, поверхностных силах и комбинированном нагружении. Функционал (1) необходимо дополнить уравнениями состояния ползучести для определения компонент тензора деформаций ползучести C_{ij} .

Как показано в [2-5], для определения необратимых деформаций ползучести и параметра повреждаемости изотропного при динамической ползучести имеют вид:

$$\dot{C}_{ij} = \frac{3}{2} \cdot \frac{B \sigma_i^{n-1} (1 + H(A))}{(1 - \omega^r)^l} \cdot s_{ij}; \quad \dot{\omega} = \frac{D \sigma_e^m (1 + K(A))}{(1 - \omega^r)^k}; \quad \omega(0) = 0; \quad \omega(t_*) = 1; \\ H(A) = \frac{n(n-1)}{4} A^2 \left(1 + \frac{(n-2)(n-3)}{16} A^2 \right); \quad (2) \\ K(A) = \frac{m(m-1)}{4} A^2 \left(1 + \frac{(m-2)(m-3)}{16} A^2 \right); \quad A = \frac{\sigma_i^a}{\sigma_i^0}.$$

Обобщение этих уравнений для ортотропной ползучести записываются в виде [6]:

$$\dot{\underline{C}} = b_{1111}^{(N+1)/2} \frac{\bar{\sigma}_2^{N-1} (1 + H(A))}{(1 - \omega)^N} [B] \underline{\sigma}; \quad \dot{\omega} = d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{*2}^k (1 + K(A))}{(1 - \omega)^{k+S}}; \\ \dot{\underline{\omega}} = d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{*2}^{k-2} (1 + K(A))}{(1 - \omega)^{k+S-1}} [D] \underline{\sigma}; \quad \omega(0) = 0; \quad \omega(t_*) = 1, \quad (3)$$

$\bar{\sigma}_2^2 = \underline{\sigma}^T [B] \underline{\sigma}$, $\sigma_{*2}^2 = \underline{\sigma}^T [D] \underline{\sigma}$ – инварианты напряжений.

В работах [1] предложен численно-аналитический метод решения задач ползучести, который представляет сочетание метода продолжения решения по времени с решением вариационного равенства на шаге времени. Используя вариационно-структурный метод теории R-функций из условия стационарности функционала (1) получим разрешающую систему линейных алгебраических уравнений в общепринятых обозначениях

$$[K] \{q\} = \{F\} + \{F^{cr}\}. \quad (4)$$

Амплитудные значения напряжений, входящие в уравнения состояния ползучести вида (2) или (3) вычисляются по решению системы уравнений вида

$$([K] - \Omega^2 [M])\{q_*^1\} = \{p_*^1\}, \quad (5)$$

где $\{q_*^1\}$ – коэффициенты структур решений при вынужденных гармонических колебаниях тела с заданной частотой Ω ; $[K]$, $[M]$ – матрицы жесткости и масс тела; $\{p_*^1\}$ – вектор амплитудных значений нагрузок.

Используя найденные амплитудные значения напряжений в начальный момент времени, выполняется интегрирование уравнений состояния динамической ползучести вида (2) или (3) с использованием метода Рунге-Кутты в модификации Мерсона, и продолжается решение по времени на основе смешанного вариационного принципа.

Численные исследования динамической ползучести цилиндра. Далее в работе для конкретизации материальных постоянных входящих в уравнения состояния изотропных при ползучести материалов используются опытные данные об одноосной ползучести образцов.

Рассмотрена ползучесть с повреждаемостью сплава Д16АТ, физико-механические постоянные которого в уравнении состояния (2) при температуре $T = 300$ °С, принято равными: $E = 65$ ГПа; $B = 0,34 \cdot 10^{-7}$ МПа⁻ⁿ/ч; $D = 1,9 \cdot 10^{-7}$ МПа^{-m}/ч; $n = m = k = l = 2,93$; $r = 1,379$; $\alpha = 0$; $\nu = 0,3$; $\rho = 3000$ кг/м³.

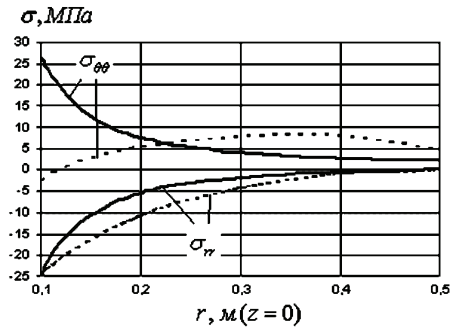
Далее рассматривается ползучесть и повреждаемость толстостенного цилиндра со свободными торцами, находящегося под действием комбинированного нагружения на внутренней поверхности $p_1 = p_1^0 + p_1^a \cdot \sin(\mu \frac{2\pi}{T} \xi)$.

При этом значение постоянной составляющей давления выбрано равным $p_1^0 = 25$ МПа, а значения амплитуды и частоты циклической составляющей соответственно $p_1^a = 5$ МПа; $p_1^a = 10$ МПа и $\xi = 500$ Гц; $\xi = 1000$ Гц. В расчетах приняты следующие значения геометрических параметров цилиндра из материала Д16АТ: $R_1 = 0,1$ м; $R_2 = 0,5$ м – внутренний и внешний радиусы соответственно, $2h = 0,6$ м – длина цилиндра.

На рисунке приведены распределения радиальных и окружных напряжений в центральном сечении цилиндра в начальный момент времени (сплошная кривая) и перед разрушением (штриховая кривая). Следует отметить значительное перераспределение окружных напряжений на внутренней и внешней поверхности цилиндра. Время до разрушения цилиндра при отсутствии осциллирующей составляющей составило 109 часов.

В таблице представлены значения времени до разрушения цилиндра при варьировании значениями амплитуды и частоты осциллирующей составляющей нагружения. Из анализа представленных в таблице результатов расчета следует, что увеличение амплитуды осциллирующей нагрузки приводит

к значительному сокращению времени до разрушения цилиндра.



Распределения радиальных и окружных напряжений: $t_0 = 0$ ч – сплошная кривая, $t_* = 92,5$ ч – пунктирная кривая ($p_1^a = 5$ МПа ; $\zeta = 500$ Гц)

Время до разрушения цилиндра при разных значениях частоты амплитуды и частоты осциллирующего нагружения, $p_1^0 = 25$ МПа

Ω_* / p_1^a	500, Гц	1000, Гц
5, МПа	92,5 ч	91,9 ч
10, МПа	69,1 ч	67,7 ч

Выводы. Представлена математическая постановка и метод решения задач динамической ползучести и повреждаемости тел. Получены оценки ресурса повреждающегося вследствие динамической ползучести цилиндра под внутренним давлением. При варьировании амплитудой и уровнем напряжений для разных частот осциллирующего гармонического давления на внутренней поверхности цилиндра установлены закономерности в изменении напряженно-деформированного состояния и времени до завершения скрытого разрушения. Установлено, что дополнительное к статическому действие осциллирующей составляющей нагрузки приводит к сокращению времени до окончания скрытого разрушения цилиндра.

Список литературы: 1. Морачковский О.К., Соболев В.Н. Метод решения задач ползучести тел на основе смешанного вариационного принципа // Вісник НТУ «ХП». – Х.: НТУ «ХП», 2003. – № 12, Т. 1 – С. 84-89. 2. Морачковский О.К. О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля // Прикладная механика. – 1992. – Т. 28, № 8. – С. 17-23. 3. Конкин В.Н., Морачковский О.К. Ползучесть и длительная прочность легких сплавов, проявляющих анизотропные свойства // Проблемы прочности. – 1987. – № 5. – С. 38-42. 4. Малинин Н.Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1981. – 221 с. 5. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 6. Morachkovsky O., Pasyuk M. The creep damage model of transversally-isotropic metals // 6th International Symposium on Creep and Coupled Processes. – Białowieża, 1998. – PP. 367-375.

Поступила в редколлегию 21.10.2011