

- Список литературы:** 1. Филипповский С.В., Шелудько Г.А. Оптимизация виброзащитных элементов самолетных систем // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2002. – Вып. 9, т. 9. – С. 77-84. 2. Филипповский С.В., Шелудько Г.А. Виброзащита самолетных систем комбинированными демпферами // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2003. – Вып. 8, т. 3. – С. 111-116. 3. Филипповский С.В. Влияние свойств амортизатора на качество подвески агрегата транспортного средства // Проблемы машиностроения. – 2005. – Т. 8, № 2. – С. 65-73. 4. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. – М.: Машиностроение, 1980. – 279 с. 5. Balandin D.V., Bolotnik N.A., Pilkey W.D. Optimal protection from impact and shock: Theory and methods // Appl. Mech. Rev. – 2000. – V. 53, № 9. – P. 237-264. 6. Растрюгин Л.А. Статистические методы поиска. – М.: Наука, 1968. – 376 с. 7. Кохманюк С.С., Дмитриев А.С., Шелудько Г.А. и др. Динамика конструкций при воздействии кратковременных нагрузок. – Киев: Наукова думка, 1989. – 304 с. 8. Шелудько Г.А., Стрельникова Е.А. Гибридный метод оптимизации: Препр. / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения. – № 164. – Харьков, 1990. – 64 с. 9. Форсайт Дж. Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 280 с. 10. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.

*Поступила в редколлегию 19.07.2007*

УДК 71.027

**Е.В.ХРОМОВ**, канд.техн.наук, СевНТУ, Севастополь

## **ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОСЦИЛЛЯТОРА В ОКОЛО РЕЗОНАНСНОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕМПФИРОВАНИЯ**

Досліджено вимушені згинні коливання сталеві балки з урахуванням внутрішнього тертя. Приведено кількісний аналіз впливу на амплітудно-частотні характеристики різних варіантів демпфуючої функції.

Forced bending vibrations of steel bar under the action of the internal forces are studied. Quantitative analysis of influence of different damping function variants on amplitude-frequency characteristics is shown.

Одним из важных этапов проектирования технических объектов является анализ их частотных характеристик и разработка рекомендаций по исключению резонансных явлений. Однако во многих случаях невозможно обеспечить работу машин и сооружений вне резонансной области. Поэтому остаются актуальными, но недостаточно изученными вопросы теоретического анализа поведения различных механических систем в около резонансной области с учетом собственных демпфирующих свойств (эффекты рассеяния энергии).

Цель настоящей работы – количественный анализ влияния параметров функции внутреннего трения на амплитудно-частотную характеристику осциллятора.

В теории колебаний используются два варианта моделирования внутреннего трения:

- 1) модели, описывающие явление гистерезиса (рассеяние энергии) при деформации материала (физические модели) [1];
- 2) модели, опирающиеся на формальный математический анализ внешнего вида экспериментальной осциллограммы затухающих колебаний (феноменологические модели) [2, 3, 4].

Следуя второму варианту, исследуем вынужденные колебания осциллятора на основе дифференциального уравнения:

$$\ddot{y} + k^2 y - f_{mp}(\dot{y}) = f_0 \cdot \sin(pt + \delta), \quad (1)$$

где  $k, p$  – собственная частота осциллятора и частота вынуждающей силы, соответственно.

Неизвестную функцию трения обычно разлагают в степенной ряд и используют первые три-четыре члена [2, 5]:

$$f_{mp}(\dot{y}) = b_1 + b_2 \dot{y} + b_3 \dot{y}^2 + b_4 \dot{y}^3. \quad (2)$$

Постоянные коэффициенты  $b_i$  необходимо определять на основании анализа экспериментальной осциллограммы свободных колебаний исследуемого объекта. С этой целью логично ввести следующие критерии:

- соответствие экспериментального и теоретического значений времени затухания свободных колебаний;
- соответствие экспериментальной и расчетной огибающих линий диаграммы колебаний.

Для выполнения первого критерия достаточно оставить в общей функции (2) один из четырех членов, то есть использовать одну из функций:

- сухое трение

$$f_1 = -b_1 \cdot \text{sign}(\dot{y}); \quad (3)$$

- линейное вязкое сопротивление

$$f_2 = -b_2 \cdot \dot{y}; \quad (4)$$

- трение с квадратичной функцией

$$f_3 = -b_3 \cdot \dot{y}^2 \cdot \text{sign}(\dot{y}); \quad (5)$$

- трение с кубической функцией

$$f_4 = -b_4 \cdot \dot{y}^3. \quad (6)$$

Очевидно, что одновременное выполнение двух указанных критериев возможно лишь при использовании комбинированной функции вида (2) или:

$$f_{mp}(\dot{y}) = k_1 \cdot f_1 + k_2 \cdot f_2 + k_3 \cdot f_3 + k_4 \cdot f_4. \quad (7)$$

Из теории колебаний известно [2, 3, 4], что дифференциальное уравнение (1) имеет конечное аналитическое решение лишь для функции трения (3) и (4). И практически все инженерные методики проектирования построены на использовании амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) для осциллятора с линейно-вязким трением (4). Вопрос о том, насколько существенно из-

меняется АЧХ при выборе других функций трения, сравнимых по указанным выше критериям, остается открытым.

В качестве примера рассмотрим колебания стальной балки со следующими характеристиками (см. рис. 1):  $\rho = 7,58 \text{ кг/м}^3$ ;  $b = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $h = 0,9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$  – плотность и размеры поперечного сечения балки;  $l = 0,295 \text{ м}$  – длина балки;  $E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$  модуль упругости;  $F = b \cdot h = 1,35 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ,  $J = \frac{b \cdot h^3}{12} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ м}^4$  – площадь и осевой момент инерции поперечного сечения балки.

Свободные колебания балки 1 экспериментально исследованы в лаборатории кафедры технической механики и машиноведения СевНТУ с использованием тензодатчиков 2 и компьютерного осциллографа 3 (см. рис. 1). На рис. 2,а представлена экспериментальная осциллограмма затухающих колебаний. Видно, что балка совершает колебания с периодом  $T_3 \approx 0,012 \text{ с}$  (частота  $k_3 = 2\pi/T = 524 \text{ с}^{-1}$ ), а время затухания  $\Delta t \approx 0,08 \text{ с}$ . Теоретическое значение собственной частоты, рассчитанное по известной формуле [6], составляет  $k = 1,875 \cdot \frac{1}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}} = 534 \text{ с}^{-1}$ , что достаточно хорошо согласуется с экспериментом.

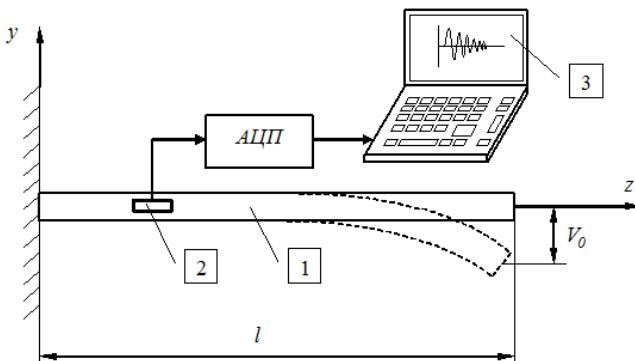
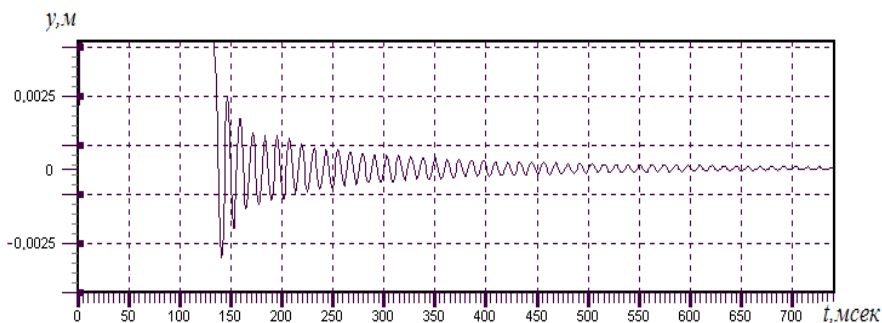


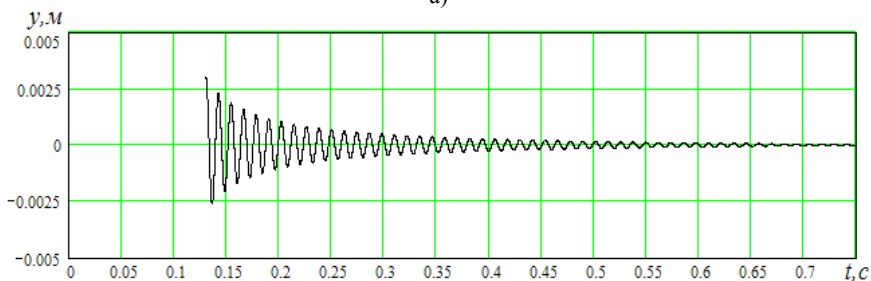
Рисунок 1 – Схема экспериментальной установки для анализа свободных колебаний балки

Выбор неизвестных коэффициентов  $b_i$ ,  $k_i$  для функции трения (3)÷(7) осуществляли с помощью итерационных процедур и численного решения дифференциального уравнения свободных колебаний концевой сечения балки:

$$\ddot{y} + k^2 y - f_{mp}(\dot{y}) = 0.$$

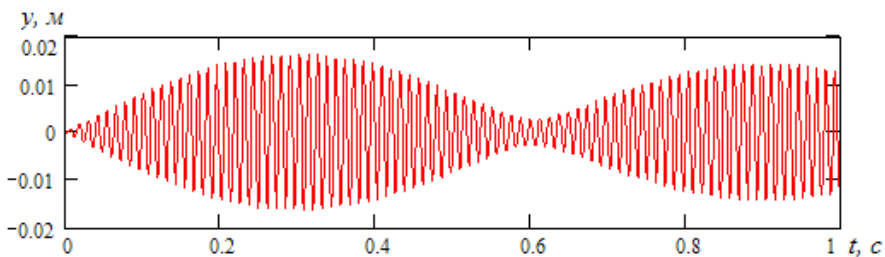


а)

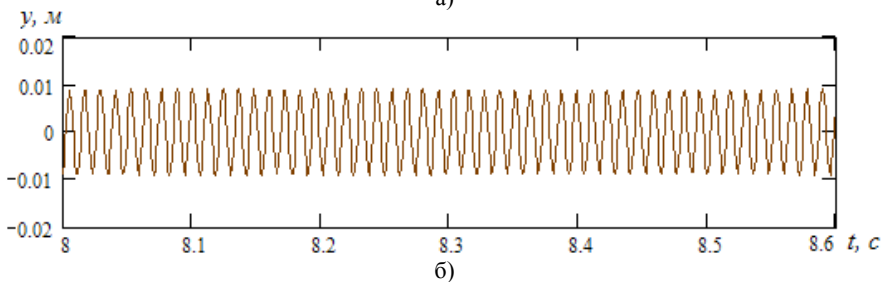


б)

Рисунок 2 – Осциллограммы колебаний балки:  
а) экспериментальная; б) расчетная



а)



б)

Рисунок 3 – Расчетный график колебаний в случае сухого трения ( $z = 0,98$ ):  
а) для периода времени  $(0-1)$  с; б) для времени  $t > 8$  с

Ограничимся рассмотрением только трех членов в функциях трения ( $b_4 = k_4 = 0$ ). Для простых функций (3), (4), (5) при времени затухания  $\Delta t \approx 0,8$  с получены следующие значения коэффициентов  $b_1 = 5$ ;  $b_2 = 13$ ;  $b_3 = 64$ . Численные эксперименты показали, что форма огибающих линий для расчетных диаграмм колебаний в этих случаях существенно отличается от экспериментальной. Для комбинированной функции (7) соответствующий подбор весовых коэффициентов  $k_1 = 0,04$ ;  $k_2 = 0,4$ ;  $k_3 = 0,5$  обеспечивает выполнение двух критериев, то есть время затухания и огибающая линия на расчетной диаграмме затухающих колебаний (см. рис. 2, б) приближается к результатам эксперимента (см. рис. 2, а).

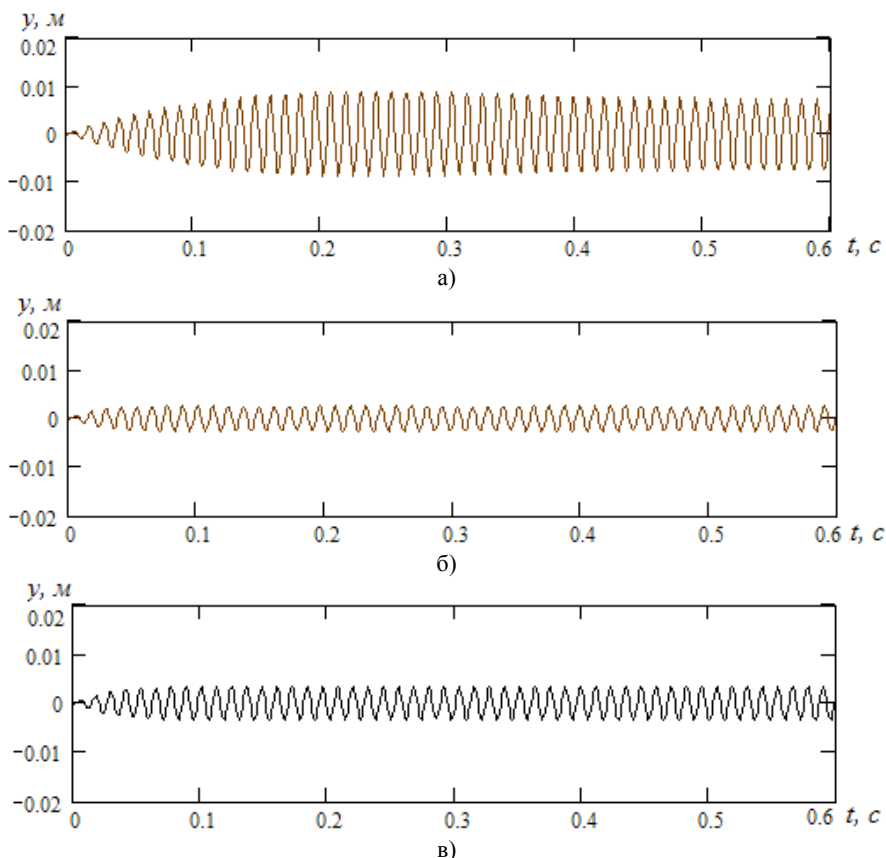


Рисунок 4 – Расчетные графики колебаний для различных функций трения ( $z = 0,98$ ):  
 а) для линейно-вязкого трения (4); б) для квадратичной функции (5);  
 в) для комбинированной функции (7)

В следующем этапе исследований численно решали уравнение (1) и  
 172

строили графики вынужденных колебаний для указанных видов и параметров функций трения. На рис. 3, 4 приведены для примера расчетные графики вынужденных колебаний при  $z = p/k = 0,98$ . Из графиков видно, что амплитуда колебаний в околорезонансной области существенно зависит от вида функции трения.

В сравнении с комбинированной функцией трения (7) (см. рис. 4, в) ее упрощенные варианты (3), (4) дают существенно завышенные (см. рис. 3 и рис. 4, а) или заниженные (5) (см. рис. 4, б) значения амплитуды колебаний.

Более полное представление о различиях в поведении осциллятора можно получить с помощью расчетных амплитудно-частотных характеристик, представленных на рис. 5. Кривая 1 соответствует системе с сухим трением. Видно, что при  $z \rightarrow 1$  коэффициент динамичности  $\mu = y_a/y_{cm}$  неограниченно возрастает ( $y_a, y_{cm}$  – амплитуда колебаний и статический прогиб балки, соответственно), а в остальных случаях  $\mu$  принимает конечные значения. При  $z < 0,9$  и  $z > 1,1$  коэффициент динамичности практически не зависит от вида функций трения, если их параметры выбраны по одному критерию затухания. Однако в диапазоне  $0,9 \leq z \leq 1,1$  расчетный коэффициент  $\mu$  существенно зависит от принятого варианта функции трения.

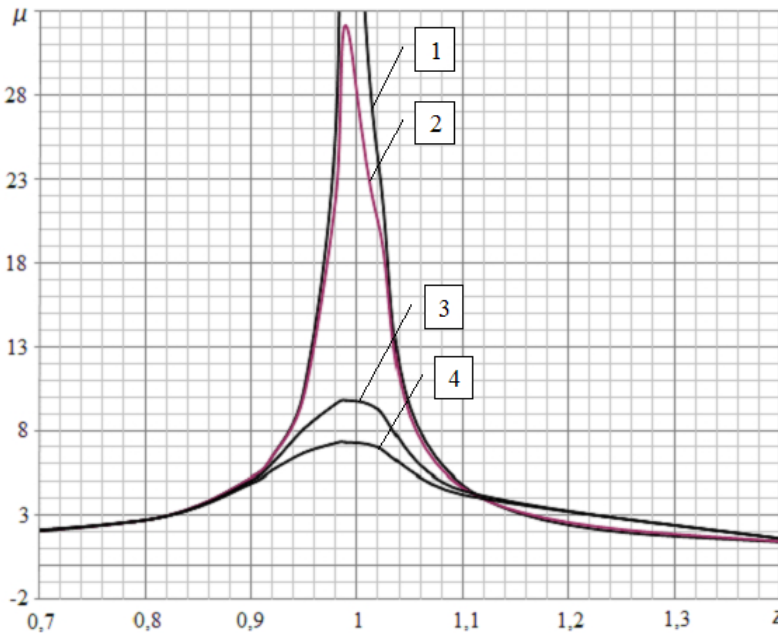


Рисунок 5 – Расчетные амплитудно-частотные характеристики осциллятора с внутренним трением при различных функциях трения: 1 – для функции (3); 2 – для функции (4); 3 – для функции (5); 4 – для функции (7)

По результатам выполненных исследований можно сделать следующие выводы:

- поведение осциллятора в около резонансной области ( $0,9 \leq z \leq 1,1$ ) вынужденных колебаний существенно зависит от формы и параметров функции трения;
- для построения достаточно точной математической модели исследуемого осциллятора с внутренним трением необходимо использовать комбинированную функцию трения, параметры которой должны обеспечивать выполнение двух критериев: соответствие теоретического и экспериментального значений времени затухания  $\Delta t \approx 0,8$  с и соответствие теоретической и экспериментальной форм огибающей линии колебаний.

**Список литературы:** 1. Писаренко Г.С., Береговенко А.Ю. О возможном подходе к учету различных видов диссипации энергии при расчете колебаний реальных механических систем / Материалы XIII Респ. Науч. конф. – Киев: Наукова думка, 1985. – С. 5-15. 2. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний. – М.: Машиностроение, 1967. – 313 с. 3. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. – М.: Гос. изд.-во техн. теор. Литературы, 1950. – 345 с. 4. Магнус К. Колебания. – М.: Мир, 1982. – 302 с. 5. Баженов В.А., Гром А.А., Гуляев В.И., Лизунов П.П. Нелинейные колебания конструкций с учетом диссипативных сил. / Материалы XIII Респ. Науч. конф. – Киев: Наукова думка, 1985. – С. 131-137. 6. Моисеев А.А., Розенберг А.Н. Конструирование и расчет прочности судовых ТЗА. – Л.: Судостроение, 1964. – 510 с.

*Поступила в редколлегию 29.11.2007*

УДК 539.3

**Е.Г.ЯНЮТИН**, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»;  
**А.В.ВОРОПАЙ**, канд.техн.наук, ХНАДУ

## **АКТИВНОЕ ГАШЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ**

Пропонується методика активного гашіння нестационарних коливань прямокутної пластини. Гашіння виконується системою чотирьох нестационарних зосереджених навантажень, які отримані в результаті розв'язку оберненої задачі динамічної теорії пластин типу С. П. Тимошенка. Проблема зводиться до аналізу системи інтегральних рівнянь Вольтерра I роду, яка розв'язується чисельно з використанням спеціалізованого алгоритму та методу регуляризації А. М. Тихонова.

The procedure of active damping of the nonstationary vibration for rectangular plate is presented. The damping is executed by the system of four nonstationary concentrated forces obtained as a result of solving an inverse problem of Timoshenko's plate dynamic theory. The problem is reduced to the system of the first-kind Volterra integral equations solved numerically with means of Tikhonov's regularization method.