

**С.В.ФИЛИПКОВСКИЙ**, канд.техн.наук, ИПМаш НАН Украины, Харьков

## **ЭФФЕКТИВНОСТЬ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ УПРУГО-ДЕМПФЕРНЫХ ПОДВЕСОК АГРЕГАТОВ**

Дослідження присвячене оптимізації підвісок, що захищають від перевантажень устаткування літальних апаратів. Ціллю роботи є перевірка ефективності різних методів оптимізації. Розглянуто коливання системи з лінійно-пружною пружиною і нелінійним демпфіруванням. Функцією мети є максимальне прискорення підвішеного об'єкта, що визначається в процесі інтегрування рівняння руху. Задача відрізняється тим, що функція мети є негладкої і яружною, а область зміни параметрів що варіюємо порізаною. Гібридний адаптивний метод оптимізації дозволяє вирішувати задачу оптимального синтезу і показує високу ефективність у порівнянні з методами, пропонованими у відомих скінчноелементних комплексах.

The research is dedicated to optimization of suspensions defending the equipment of flight vehicles from g-loads. The purpose of activity is to check the efficiency of different optimization methods. The oscillations of a system with a linearly-elastic spring and non-linear damping are considered. An objective function is the maximum acceleration of suspended unit determined during the integration of the motion equation. The problem differs by that the objective function is rough and ravine, and range of varied parameters is jagged. The hybrid adaptive method of optimization allows to solve a problem of optimal synthesizing and displays a high efficiency in comparing with methods proposed in known FEM complexes.

**Постановка проблемы.** Сложность и разветвленность систем летательных аппаратов (ЛА), наличие в них приборов и агрегатов, требующих защиты от вибрации и перегрузок, вызванных кратковременными и внезапными воздействиями, обуславливает применение большого количества амортизаторов с нелинейными характеристиками. Взаимодействие различных единиц оборудования ЛА между собой накладывает на них связи, выраженные, как правило, нелинейными функциями.

Противоречивые требования уменьшения массы и увеличения прочности и жесткости конструкции ЛА приводит к тому, что их необходимо оптимизировать по различным критериям. Функциями цели при оптимизации амортизирующей подвески приборов и агрегатов ЛА являются перегрузка агрегата и масса самой подвески. Размеры и свойства конструкции подвески представляют собой варьируемые параметры. Нелинейные связи в системах ЛА делают области изменения варьируемых параметров сложными и изрезанными. Все это требует разработки новых эффективных методов оптимального синтеза.

Настоящее исследование посвящено оптимизации подвесок, защищающих от перегрузок оборудование ЛА, и является продолжением работ, опубликованных в [1–3].

Целью работы является оценка эффективности различных методов оптимизации подвески оборудования ЛА.

**Анализ публикаций и компьютерных программ по теме исследования.** В монографии [4] дана классификация вибрационных систем и внешних воздействий, методика расчета линейных и нелинейных систем. Для синтеза оптимальных параметров виброзащитных систем вводятся функции цели и ограничения. Последние могут накладываться как на варьируемые параметры, так и на функциональные зависимости между ними, чтобы удовлетворить предъявляемым к машине требованиям. Область допустимых значений параметров разбивается на ряд подобластей, определяемых габаритно-массовыми характеристиками изолируемых объектов. В каждой подобласти производится поиск экстремального значения функции цели перебором нескольких известных методов оптимизации. В книге отсутствует методика выбора области допустимых значений и разделения ее на подобласти для быстрого нахождения локальных экстремумов функции цели, а также методов оптимизации.

Обзор истории и перспектив развития методов оптимизации при разработке защитных систем от воздействия ударов, вибраций и ударных волн, как на обслуживающий персонал, так и на функционирующие механизмы обсуждается в [5]. Уделяется внимание описанию и сравнению различных методов оптимизации. В этой работе не решаются конкретные задачи, ее можно использовать только для выбора метода оптимизации при решении поставленных задач.

Программная реализация некоторых методов оптимизации есть в крупных конечноэлементных комплексах. Например, в комплексе ANSYS запрограммированы пять разных методов.

Простейший из них – метод одноциклового анализа (Single-Loop Analysis Tool) для заданного пользователем одного набора варьируемых параметров вычисляет функцию цели и проверяет функциональные ограничения.

Метод случайного поиска (Random Tool) генерирует случайные наборы варьируемых параметров, вычисляет для них функцию цели и проверяет функциональные ограничения. Из этих наборов выбирается тот, который дает минимальную функцию цели. Вычисления продолжают до тех пор, пока не будет проверено заданное количество векторов варьируемых параметров  $N_r$  или количество векторов, удовлетворяющих ограничениям  $N_s$ ;  $N_r$  и  $N_s$  задаются пользователем.

Метод обхода (Sweep Tool) для нахождения оптимального вектора  $X^*$  вычисляет функцию цели и ограничения, изменяя по очереди каждый из варьируемых параметров с определенным шагом. При этом остальные варьируемые параметры остаются фиксированными в середине своего диапазона. Шаг их изменения выбирается по формуле

$$\Delta x_k = (x_k^+ - x_k^-) / (N_s - 1),$$

где  $x_k^+$  и  $x_k^-$  – верхний и нижний пределы параметра  $x_k$ ,  $N_s$  – заданное пользователем целое число. Общее количество вычисляемых векторов равно

$$n_s = n \cdot N_s,$$

где  $n$  – количество варьируемых параметров.

Факториальный метод (Factorial Tool) описан в [6], на каждом шаге оптимизации он производит общее количество вычислений варьируемых параметров равное  $n_f$

$$n_f = 2^n.$$

Градиентный метод (Gradient Tool) находит оптимальную точку в области изменения варьируемых параметров, выполняя вычисления с заданным шагом в направлении убывания функции цели. Для определения этого направления вычисляется градиент функции цели

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right),$$

где  $f$  – функция цели. Величина шага по  $k$ -му варьируемому параметру вычисляется по формуле

$$\Delta x_k = \frac{\Delta D}{100} (x_k^+ - x_k^-),$$

где  $\Delta D$  – величина шага в процентах, задаваемая пользователем.

Все представленные методы, являющиеся методами безусловного поиска экстремума, то есть решают задачу без ограничений. Для того, чтобы преобразовать к такому виду задачу с ограничениями в программном комплексе ANSYS применяют метод штрафных функций. Последний реализован в двух вариантах: метод подзадач (Subproblem Approximation Method) и метод первого порядка (First Order Optimization Method). Они в основном отличаются формой задания штрафных функций.

Вследствие достаточно сложного нелинейного характера ограничений и функции, которая минимизируется, невозможно получить надежный результат с помощью известных поисковых методов. Поэтому в настоящей работе использован новый вариант гибридного адаптивного метода, который основан на совместном использовании методов Абрамова, параллельных касательных и одномерного поиска [7]. Как показали предыдущие исследования [1–3], этим методом можно успешно решить задачи оптимизации упруго-демпферной подвески агрегатов ЛА.

В этом методе задача оптимизации формулируется в терминах теории нелинейного программирования [7]: найти оптимальный вектор  $X^*$ , удовлетворяющий соотношению

$$X^* = \arg \min_{X \in \Phi(X) \subset E_N} F(X),$$

$$\Phi(X) = \{X \mid \Phi_j(X) \geq 0, j = \overline{1, m}\} \neq \emptyset,$$

где  $X = X(X_1, X_2, \dots, X_N)$  – вектор параметрического  $N$ -мерного пространства  $E_N$ ,  $\Phi(X)$  – допустимая область решений, определяемая системой нера-

венств  $\Phi(X) \geq 0$ ,  $F(X)$  – функция цели, определяющая качество проектируемого объекта.

Гибридный метод генерирует минимизирующую последовательность  $\{X_k\}$  по закону

$$X_{k+1} = X_k + h_k \text{DIR}X_k, \quad k = 0, 1, \dots,$$

где  $X_0$  – стартовая точка,  $h_k$  – адаптирующийся шаг спуска,  $\text{DIR}X_k$  – направление, исходящее из точки  $X_k$ ,  $k$  – номер итерации.

В гибридном методе адаптивный подход распространяется на все уровни процесса поиска – построение вектора приближения  $\{X_k\}$ , выбор направлений  $\text{DIR}X_k$  и определение значений поисковых шагов  $h_k$ . Преимущества такого подхода подтверждены многими исследованиями [8].

**Система с одной степенью свободы.** Рассмотрим колебания системы с одной степенью свободы с линейно-упругой пружиной и нелинейным демпфированием. Исследования [3] показали, что для гашения внезапных и кратковременных нагрузок лучше всего действуют демпферы сухого трения. Уравнение движения при кинематическом возбуждении колебаний этой системы имеет вид

$$m\ddot{x} + f_T \text{sign} \dot{x} + kx = -m \cdot \alpha(t), \quad (1)$$

где  $x$  – перемещение груза относительно нейтрального положения,  $m$  – масса груза,  $f_T$  – сила трения,  $k$  – жесткость пружины,  $\alpha(t)$  – возмущающее ускорение точки крепления пружины.

Величина  $\ddot{x}$  представляет собой относительное ускорение тела. Перегрузка тела  $G$ , которую необходимо минимизировать, представляет собой отношение

$$G = \ddot{u}/g, \quad (2)$$

где  $\ddot{u}$  – абсолютное ускорение тела,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ . Абсолютное ускорение складывается из относительного и переносного ускорений

$$\ddot{u} = \ddot{x} + \alpha(t), \quad (3)$$

Функциональное ограничение накладывается на относительное перемещение  $x$  потому, что оно зависит от размера отсека, которым закреплен прибор или агрегат, и от конструкции связи.

В рассматриваемом примере принято  $m = 2 \text{ кг}$ ;  $f_T$  изменяется от 0,005 Н до 5,0 Н;  $k$  – от 20 Н/м до 10000 Н/м;  $\alpha(t)$  – задано прямоугольным импульсом величиной 1g и продолжительностью  $t_1 = 0,1 \text{ с}$ .

Интегрирование уравнения (1) производим методом Рунге-Кутты [9]. При этом на каждом шаге вычислений контролируем величину  $\ddot{x}$  для определения максимальной перегрузки по формулам (3) и (2). Относительную погрешность интегрирования задаем  $\varepsilon_1 = 0,0001$ .

На рис. 1 показаны графики зависимости перегрузки тела рассматриваемого осциллятора от жесткости пружины при фиксированном демпфировании.

нии. Линии 1, 2, 3, 4 соответствуют силам трения 0,002; 0,020; 0,200; 2,000 (Н).

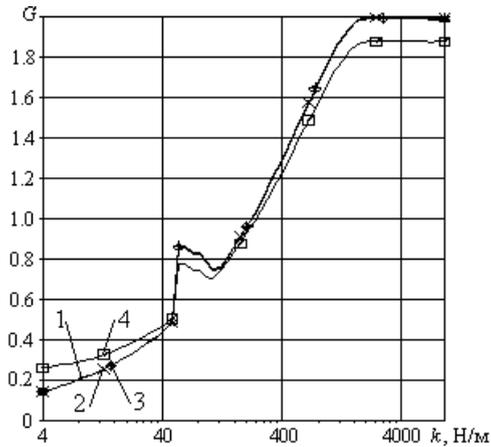


Рисунок 1

При возрастании жесткости от 20 Н/м до 2000 Н/м перегрузка возрастает от 0,14...0,26 (для разных линий на графике) до 2,0. Жесткость пружины 2000 Н/м назовем критической. Период колебаний осциллятора при этой жесткости равен примерно 0,2 с, то есть периоду первой гармоники разложения в ряд Фурье возмущающего импульса.

При жесткости пружины больше критической максимальная абсолютная перегрузка осциллятора остается равной 2. Это объясняется тем, что при большой жесткости пружины период собственных колебаний осциллятора становится намного меньше продолжительности действия возмущающего импульса. В этом случае прямоугольный импульс можно считать внезапно приложенной постоянной нагрузкой. При таком воздействии максимальная перегрузка равна 2 [10].

Чем короче импульс по сравнению с периодом собственных колебаний системы, тем меньше максимальная перегрузка. При этом амплитуда относительных колебаний тела равна

$$x = \frac{\alpha(t)}{p^2} [\cos p(t - t_1) - \cos pt], \quad (4)$$

где  $p^2 = k/m$  (без учета демпфирования),  $t_1$  – длительность импульса [10]. Из выражения (4) видно, что при уменьшении жесткости амплитуда относительных колебаний увеличивается. Поэтому в реальных конструкциях перемещение прибора или агрегата относительно своих узлов крепления должны быть ограничены размерами корпуса, в котором он установлен, и конструк-

цией подвески. В связи с этим максимальное относительное перемещение является функциональным ограничением в рассматриваемой задаче.

На рис. 2 показаны графики зависимости перегрузки рассматриваемой системы от силы сухого трения при фиксированной жесткости пружины. Линии 1, 2, 3, 4 соответствуют жесткости пружины 80, 400, 2000, 10000 (Н/м).

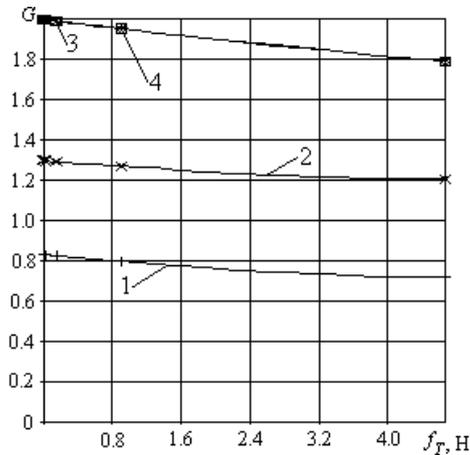


Рисунок 2

Исследования зависимости перегрузки от силы трения показывают, что в рассматриваемом диапазоне сила трения влияет на перегрузку меньше, чем жесткость пружины. Если расширить диапазон силы трения в несколько раз, то при больших силах трения колеблющийся объект затормаживается до полной остановки и амортизатор превращается в жесткую связь в положении близком к наибольшему отклонению. При повторном импульсном воздействии такая защита от перегрузки не выполнит свое назначение.

**Оптимизация системы гибридным адаптивным методом.** Решим задачу поиска минимума функции цели с учетом ограничений рассмотренными выше методами. Для сравнения эффективности методов возьмем стартовые точки, распределенные по всей области изменения варьируемых параметров. Значения жесткости пружины и сил трения в этих точках возьмем те, для которых построены графики на рис. 1 и 2. Изучены 16 вариантов исходного вектора варьируемых параметров для запуска процесса оптимизации. Точность вычисления градиента в процессе оптимизации должна быть не выше точности численного интегрирования, иначе направление градиента может иметь случайный характер, поэтому назначаем относительную погрешность процесса оптимизации  $\varepsilon_2 = 0,010$ .

В табл. 1 даны начальные и конечные значения параметров оптимизации

при решении задачи гибридным адаптивным методом.

Таблица 1

№	$k_H, \text{Н/М}$	$f_H, \text{Н}$	$x_H, \text{М}$	$G_H$	$k_o, \text{Н/М}$	$f_o, \text{Н}$	$x_o, \text{М}$	$G_o$
1	80	0,002	0,2020	0,6237	576	0,0232	0,1000	1,4985
2	400	0,002	0,1128	1,3007	772	0,0202	0,0913	1,6671
3	2000	0,002	0,0678	1,9997	1800	0,0201	0,0676	1,9945
4	10000	0,002	0,0506	1,9994	10000	0,0222	0,0506	1,9993
5	80	0,020	0,1992	0,6144	608	0,2281	0,0982	1,5309
6	400	0,020	0,1127	1,2986	588	0,2024	0,0994	1,5080
7	2000	0,020	0,0686	1,9969	572	0,8020	0,0998	1,4894
8	10000	0,020	0,0506	1,9878	11440	0,2092	0,0511	1,9967
9	80	0,200	0,1934	0,6190	608	2,8280	0,0965	1,5166
10	400	0,200	0,1108	1,2891	544	2,9481	0,1000	1,4510
11	2000	0,200	0,0683	1,9814	536	3,7363	0,1000	1,4440
12	10000	0,200	0,0505	1,9887	13332	2,2441	0,0513	1,9853
13	80	2,000	0,1204	0,6138	36,56	27,360	0,0997	0,4609
14	400	2,000	0,0946	1,2418	181,6	25,842	0,0999	0,8831
15	2000	2,000	0,0647	1,8959	37,88	27,364	0,0867	0,4694
16	10000	2,000	0,0499	1,9025	230,4	39,443	0,0777	0,9764

Здесь  $k_H, f_H, x_H$  и  $G_H$  – начальные значения жесткости пружины, силы трения, относительного перемещения и перегрузки, а  $k_o, f_o, x_o$  и  $G_o$  – оптимальные значения тех же параметров.

Во всех вариантах, когда начальное значение жесткости пружины меньше критического, компонента градиента функции цели по этому параметру относительно большая. Это видно по графикам, изображенным на рис. 1. В этих случаях процесс оптимизации движется по области изменения варьируемых параметров в сторону уменьшения жесткости, пока не достигнет ограничения по относительному перемещению. Если начальные значения варьируемых параметров находятся вне допустимой области или нарушено функциональное ограничение по перемещению, то программа оптимизации сначала вводит вектор варьируемых параметров в зону, где соблюдены все ограничения, а затем осуществляет поиск экстремума функции цели.

В тех вариантах, когда начальное значение жесткости пружины больше критического, программа оптимизации не находит глобального минимума функции цели и дает решение в окрестностях исходного вектора варьируемых параметров. Это объясняется тем, что компоненты градиента функции цели по всем варьируемым параметрам близки к нулю.

В последних четырех вариантах оптимальная перегрузка получается меньше единицы. При этом за счет большой силы трения система совершает аperiodическое движение и затормаживается не в нейтральном положении.

Исследуя табл. 1, видим, что в основном меняется жесткость, а трение изменяется незначительно. Это объясняется тем, что компонента градиента функции цели по трению намного меньше, чем по жесткости.

Для поиска глобального минимума функции цели вблизи границы по перемещению каждый оптимальный вектор табл. 1 был использован как начальный вектор следующего этапа оптимизации. Чтобы компонента градиента по трению стала заметной, увеличена точность вычислений – относительная погрешность  $\varepsilon_2 = 0,020$ . Для всех начальных векторов второго этапа программа гибридного адаптивного метода нашла один и тот же вектор оптимальных параметров  $k_o = 528$  Н/м и  $f_o = 4,16$  Н, при этом перегрузка  $G = 1,43$ .

**Оптимизация системы методами ANSYS.** В табл. 2 показаны результаты оптимизации, полученные программным комплексом ANSYS. Для всех вариантов стартовых точек время оптимизации значительно превышает соответствующее время гибридного адаптивного метода.

Расчеты произведены методом первого порядка. Метод подзадач приводит к расходящимся итерациям и не дает результатов. Возможно, он неприемлем для такого типа задач.

При запуске процесса оптимизации с начальным значением жесткости меньше критического получены решения на границе, которая определена максимальным перемещением, однако они не совпадают с решениями гибридным адаптивным методом. Проверка показала, что ограничения по перемещениям нарушены. Причина нарушений заключается в большой погрешности интегрирования уравнения движения методами ANSYS. Величины  $x_o$  в табл. 2, превышающие ограничение, получены при проверке.

Если значения варьируемых параметров не удовлетворяют ограничениям, то методы ANSYS не вводят решение в область допустимых значений близко к границе, а ищут решение сразу с большой жесткостью. При начальном значении параметра жесткости больше критического методы ANSYS также ищут решение, двигаясь по области варьируемых параметров в сторону увеличения жесткости.

По аналогии с предыдущими расчетами, используя в качестве начальных данных те результаты табл. 2, которые находятся на границе области по перемещению, процесс оптимизации запускался повторно с заданием более высокой точности. В результате были получены предупреждения о том, что нет сходимости, а экстремум функции цели не найден.

Низкая эффективность оптимизации методами комплекса ANSYS объясняется тем недостатком метода штрафных функций, что при неудачном выборе коэффициентов этих функций, он приводит к овражности функции цели. Для поиска глобального минимума функции цели вдоль оврага надо менять точность вычислений и правильно выбирать соответствующие коэффициенты, а возможности диалогового режима ANSYS в этом ограничены.

Таблица 2

№	$k_H, \text{H/м}$	$f_H, \text{H}$	$x_H, \text{M}$	$G_H$	$k_0, \text{H/м}$	$f_0, \text{H}$	$x_0, \text{M}$	$G_0$
1	80	0,002	0,1554	0,6328	9988,9	0,7961	0,0037	1,8912
2	400	0,002	0,0647	1,3102	187,79	0,0024	0,1460	0,9444
3	2000	0,002	0,0196	2,2669	4469,5	1,0567	0,0083	1,9178
4	10000	0,002	0,0039	1,9474	10000	0,5850	0,0038	1,9028
5	80	0,020	0,1651	0,6319	9991,0	0,8490	0,0037	1,8884
6	400	0,020	0,0646	1,3090	187,79	0,0204	0,1450	0,9435
7	2000	0,020	0,0195	2,2655	4444,0	1,0652	0,0083	1,9154
8	10000	0,020	0,0039	1,9460	10000	0,9548	0,0037	1,8829
9	80	0,200	0,1521	0,6278	3839,1	0,6484	0,0098	1,9250
10	400	0,200	0,0639	1,2973	184,29	0,2004	0,1430	0,9252
11	2000	0,200	0,0194	2,2512	4423,0	1,2505	0,0083	1,8830
12	10000	0,200	0,0038	4,6597	10000	0,6505	0,0038	1,8993
13	80	2,000	0,1244	0,6051	3869,1	2,000	0,0091	1,8418
14	400	2,000	0,0564	11,668	134,65	2,000	0,1360	0,7664
15	2000	2,000	0,0176	2,1087	4334,4	2,000	0,0081	1,8359
16	10000	2,000	-	-	-	-	-	-

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Гибридный адаптивный метод оптимизации позволяет эффективно решать задачи оптимального синтеза упругих подвесок с нелинейным демпфированием. Функцией цели в данном случае является максимальное ускорение подвешенного объекта, которое определяется в процессе интегрирования уравнений движения. Сама функция ускорения при нестационарных нелинейных колебаниях имеет разрывы во времени. Это отражается на задаче оптимизации тем, что функция цели является негладкой и овражной. Такие задачи трудно решить каким-то одним методом и гибридный метод является наилучшим выходом.

Этот метод гарантирует нахождение минимума функции цели, близкого к глобальному, при выполнении приведенных выше рекомендаций по управлению погрешностью и начальным шагом оптимизации и выбору начальных векторов варьируемых параметров. В рассмотренном примере можно снизить перегрузку с 2,0 до 1,43, если колебания периодические и до 0,46, если допускается аperiodический процесс.

Предлагаемые в известных конечноэлементных комплексах методы оптимизации мало эффективны в задачах, имеющих изрезанные области изменения варьируемых параметров.

Выполненная работа послужит основой для исследований и оптимизации упруго-демпферных подвесок агрегатов, совершающих пространственные колебания под действием кратковременных и внезапных нагрузок.

Благодарю профессора Б.Я.Кантора за постоянную поддержку при выполнении данной работы.

- Список литературы:** 1. Филипповский С.В., Шелудько Г.А. Оптимизация виброзащитных элементов самолетных систем // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2002. – Вып. 9, т. 9. – С. 77-84. 2. Филипповский С.В., Шелудько Г.А. Виброзащита самолетных систем комбинированными демпферами // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2003. – Вып. 8, т. 3. – С. 111-116. 3. Филипповский С.В. Влияние свойств амортизатора на качество подвески агрегата транспортного средства // Проблемы машиностроения. – 2005. – Т. 8, № 2. – С. 65-73. 4. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. – М.: Машиностроение, 1980. – 279 с. 5. Balandin D.V., Bolotnik N.A., Pilkey W.D. Optimal protection from impact and shock: Theory and methods // Appl. Mech. Rev. – 2000. – V. 53, № 9. – P. 237-264. 6. Растрюгин Л.А. Статистические методы поиска. – М.: Наука, 1968. – 376 с. 7. Кохманюк С.С., Дмитриев А.С., Шелудько Г.А. и др. Динамика конструкций при воздействии кратковременных нагрузок. – Киев: Наукова думка, 1989. – 304 с. 8. Шелудько Г.А., Стрельникова Е.А. Гибридный метод оптимизации: Препр. / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения. – № 164. – Харьков, 1990. – 64 с. 9. Форсайт Дж. Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 280 с. 10. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.

*Поступила в редколлегию 19.07.2007*

УДК 71.027

**Е.В.ХРОМОВ**, канд.техн.наук, СевНТУ, Севастополь

## **ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОСЦИЛЛЯТОРА В ОКОЛО РЕЗОНАНСНОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕМПФИРОВАНИЯ**

Досліджено вимушені згинні коливання сталеві балки з урахуванням внутрішнього тертя. Приведено кількісний аналіз впливу на амплітудно-частотні характеристики різних варіантів демпфуючої функції.

Forced bending vibrations of steel bar under the action of the internal forces are studied. Quantitative analysis of influence of different damping function variants on amplitude-frequency characteristics is shown.

Одним из важных этапов проектирования технических объектов является анализ их частотных характеристик и разработка рекомендаций по исключению резонансных явлений. Однако во многих случаях невозможно обеспечить работу машин и сооружений вне резонансной области. Поэтому остаются актуальными, но недостаточно изученными вопросы теоретического анализа поведения различных механических систем в около резонансной области с учетом собственных демпфирующих свойств (эффекты рассеяния энергии).

Цель настоящей работы – количественный анализ влияния параметров функции внутреннего трения на амплитудно-частотную характеристику осциллятора.