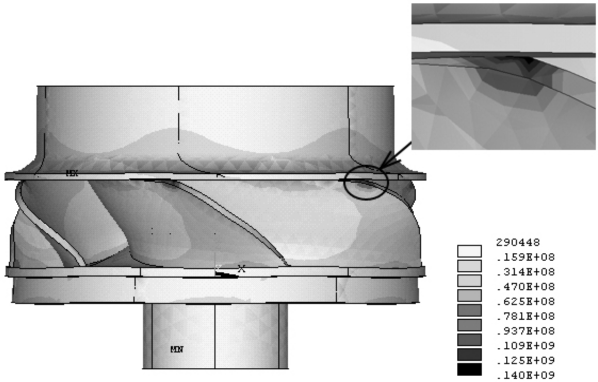

Рисунок 14 – Эквивалентные напряжения модели с учетом непровара

Анализ результатов проведенных расчетов показал адекватность созданных моделей и их пригодность к использованию для дальнейшего анализа трещиностойкости конструкции с реальными нагрузками и оценки развития трещины в местах непровара, а также других расчетов.

Список литературы 1. *В.В.Панасюк* Механика разрушения и прочность материалов. Т.1 – Киев, Наукова думка, 1988. **2.** ANSYS Online Manuals. Release 8.0. User Programmable Features. **3.** *В.И.Мяченкова* Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов. – Москва, Машиностроение, 1989. **4.** *А.Б.Каплун* ANSYS в руках инженера. – Москва, УРСС, 2003.

Поступила в редколлегию 21.11.2007

УДК 539.3

В.И.ЛАВИНСКИЙ, докт.техн.наук; ***С.А.НАЗАРЕНКО,*** канд.техн.наук; ***Ю.П.АНАЦКИЙ*;** НТУ «ХПИ»

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЧНОСТИ И ЖЕСТКОСТИ СТРУКТУРНО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

В статті пропонуються методи аналізу чутливості складних скінченноелементних моделей структурно зв'язаних систем. Досліджено обчислювальні етапи одержання градієнтів функціоналів міцності та жорсткості до відхилення фізико-механічних характеристик.

The methods to analyze the sensitivity of complicated finite-element models of structurally connected systems are proposed in this paper. Computational stages are investigated. The applications of developed mathematical apparatus are examined.

Развитие науки и техники в условиях информационной фазы развития рыночной экономики, интенсификация рабочих процессов, усложнение конструктивных форм, увеличивающиеся потребности использования в технике неоднородных анизотропных материалов и расширяющиеся технологические возможности обуславливают необходимость интеграции математических моделей высокого уровня структурно связанных систем [1,2]. Анализ чувствительности представляет информацию о направлении и скорости изменения функционалов качества конструкций при изменении варьируемых параметров без модификации всей модели[3]. Анализ чувствительности позволяет, с одной стороны, производить оперативные оценочные расчеты большого числа вариантов структурно связанных систем при стохастическом анализе характеристик в поле случайных отклонений свойств материала и геометрических параметров, назначении полей допусков на изготовление, вибродиагностике и неразрушающем контроле, корректировке или идентификации математической модели конструкции; с другой стороны, эффективно построить улучшенную вариацию структурно связанной системы в системах оптимального автоматизированного и интерактивного проектирования. Кроме того, градиенты функционалов также могут применяться при решении нелинейных задач (например, в методе инвариантного погружения).

Целью проведенных исследований был анализ чувствительности характеристик прочности и жесткости для структурно связанных систем к отклонению геометрических параметров, физико-механических характеристик и параметров внешнего воздействия на основе уточненных моделей и эффективных методов.

Задача анализа количественных характеристик качества $J = J(u,y)$ описывается в общем виде в операторной форме

$$A(y,u,t) = 0, \tag{1}$$

где A – оператор математической связи между заданными u и искомыми y физическими величинами, структура и параметры которого зависят от типа исследуемого явления, состава системы, граничных условий, нагрузок и условий сопряжения; y – вектор(функция) переменных состояния(перемещения, температуры, потенциалы электрического поля и т.д.), образующих пространство решений; u – вектор (функция) варьируемых и детерминированных параметров (характеристики физико-механических свойств материалов, присоединенных масс, жесткости, управляющих нагрузок, геометрические размеры и т.д.); t – время. Моделирование реальных эксплуатационных режимов нагружения f может быть заданным, зависящим от взаимодействия объекта с окружающей средой (газом, жидкостью) или с внешним полем (температурное, электромагнитное), случайным.

Возможности классических методов, базирующихся на решении системы уравнений в частных производных краевых задач математической физики (1), весьма ограничены. Краевая задача может быть приведена к вариационной форме при помощи умножения уравнения (1) на произвольный виртуальный z из пространства Z гладких «обобщенных» перемещений, удовлетворяющих краевым условиям, и последующего интегрирования по частям. Вариационные методы приводят к матричной алгебраической проблеме и служат удобной основой для построения теоретически обоснованных расчетных схем [4,5]. Для случая статики задача (1) приводится к вариационному уравнению, справедливому для всех кинематически допустимых z:

$$a_u(y,z) \equiv (\overline{A}_u y, z) = (f, z), \tag{2}$$

или в случае контактного взаимодействия тел с гладкими поверхностями к вариационному неравенству

$$(\overline{A}_u y, z-y) \geq (f, z-y), \ \forall z \in G, \tag{3}$$

где $\overline{A}$ – расширение по Фридрихсу оператора краевой задачи; $a_u(y,z)$ – соответствующая положительно определенная и непрерывная билинейная форма, (f,z) – линейная силовая форма, G – множество, задаваемое условиями непроникновения. Вариационные задачи или неравенства приводятся к проблеме минимизации функционалов. Для случая (2) ищется безусловный минимум, а для случая (3) – минимум на множестве G в пространстве функций y. Например, используя принцип Даламбера, для пьезоэлектрических тел может быть записано следующее вариационное уравнение

$$\delta T - \delta Э + \delta W = 0,$$

где, соответственно, δT, $\delta Э$ и δW – виртуальная работа внутренних, электромеханических и приложенных механических сил.

Были разработаны две методики анализа чувствительности. Первый подход предполагает следующую последовательность вычислительных этапов (на примере задачи статики): 1) конечноэлементная дискретизация задачи анализа (2)

$$A(\vec{u},\vec{y}) = K(\vec{u})\vec{y} - \vec{F}(\vec{u}) = \vec{0}, \tag{4}$$

где $\vec{y}, \vec{F}$ – «обобщенные» векторы узловых перемещений и нагрузок; $K(\vec{u})$ – «обобщенная» матрица жесткости; $\vec{u}$ – вектор варьируемых параметров системы; 2) введение вектора сопряженных переменных $\vec{\psi}$; 3) вычисление градиентов от функционалов качества системы

$$\vec{\nabla}_u J = \left\{ \left(\frac{\partial J}{\partial \vec{y}}, \vec{y}'_{u_i} \right) + \frac{\partial J^я}{\partial u_i} = -\frac{\partial H^я}{\partial u_i}, i = \overline{1,n} \right\},$$

где производную от гамильтониана

$$H = \left(K(\vec{u})\vec{y}, \vec{\psi}\right) - J(\vec{u}, \vec{y})$$

берем лишь по явно входящему $\vec{u}$. Для мультифизичной конечноэлементной модели систем слабой степени связанности при двустороннем взаимодействии (с учетом обратных связей) уравнение (4) имеет вид

$$\begin{bmatrix} K_{11}(\vec{y}_2) & 0 \\ 0 & K_{22}(\vec{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_1(\vec{y}_2) \\ \vec{F}_2(\vec{y}_1 \end{Bmatrix}.$$

Во второй методике сопряженные переменные вводятся непосредственно для вариационной или дифференциальной формулировки исходной задачи анализа (2). После чего редукция исходной и сопряженной задач (переход от непрерывных переменных к дискретным с одновременным избавлением от операций дифференцирования и\или интегрирования), а также варьируемых функций формы механического элемента или конструкции (введение понятия материальной производной) может выполняться как три формально несвязанных этапа. При этом для некоторого фиксированного виртуального перемещения z можно взять вариацию от обеих частей уравнения (2):

$$a_u(y', z) = f'_u(z) - a'_u(y,z), \tag{5}$$

где в правой части штрих' обозначает вариацию билинейной формы a_u и линейной формы нагрузки f по явно входящему аргументу u. Отметим, что y' является функцией независимой переменной системы координат x, зависит от значения переменной проектирования u, при которой вычисляется вариация, и линейно от δu, представляя собой производную Фреше от переменной состояния y по u, вычисленному в направлении δu.

Предполагая, что y – решение уравнения (2), можно сказать, что (5) – вариационное уравнение с такой же энергетической билинейной формой для первой вариации y'. Преимуществом второй методики является то, что для производных получаются явные выражения в терминах физических величин, а не в терминах сумм производных от матриц конечных элементов систем. Конечномерный и континуальный подходы связаны между собой(первый является аппроксимацией второго).

Сложные современные конструкции создаются как комбинация множества взаимодействующих между собой и с внешней средой конструктивных элементов, которая описывается достаточно сложной математической моделью. При анализе чувствительности составных конструкций объем и сложность вычислений настолько велики, что необходимо сегментирование системы. Полная конструкция представляется в виде совокупности иерархически соподчиненных подсистем различных уровней с сохранением структур и принадлежности. Исследование чувствительности всей конструкции следует базировать на независимом анализе естественно заданных субструктур, а затем связывать эти подконструкции в единую систему. Области подконструкций на своих границах взаимосвязаны при помощи кинематических ограничений, то есть части конструкций взаимодействуют посредством соединений, связывающих соседние субструктуры, и ограничивают поля возможных перемещений внутри элементов. Граничные области в зависимости от геометрической формы подконструкции могут состоять как из одной, так и из нескольких несвязных областей. Принцип Гамильтона-Остроградского приводит к объединенной вариационной формулировке уравнений поведения конструкции, которая применяется для анализа чувствительности составных систем. Здесь предполагается, что удовлетворяются гипотезы строгой эллиптичности энергетических билинейных форм. Изложенный подход делает возможным изъятие из полной расчетной модели некоторой ее части, перестроение сетки и более подробный анализ для выделенной области. Это может повысить эффективность численного моделирования, так как сначала делается анализ для грубой сетки, а затем для интересующей области - подсистемы - измельчается сетка и уточняется расчет. Можно получить более точную информацию для части конструкции, не увеличивая сложность полной ее модели.

Рассмотрим составную конструкцию – вертикальную установку подъема стальковшей емкостью 300 т, состоящую из набора узлов сложной геометрической формы (рис. 1). Распределение полей коэффициентов чувствительностей интегральной податливости к изменению распределения приведенного модуля упругости одного из взаимодействующих конструктивных элементов приведено на рис. 2. В качестве формы иллюстрации результатов сделана тоновая заливка на поверхности. При расчете конструкций, изготовленных из композитных материалов, часто пользуются приведенными упругими модулями [5]. Кроме того, неравномерность физико-механических свойств может возникать как при изготовлении(например, переходные зоны между разными материалами , образовавшиеся в результате сварки или пайки), так и при эксплуатации например, под воздействием градиента температур).

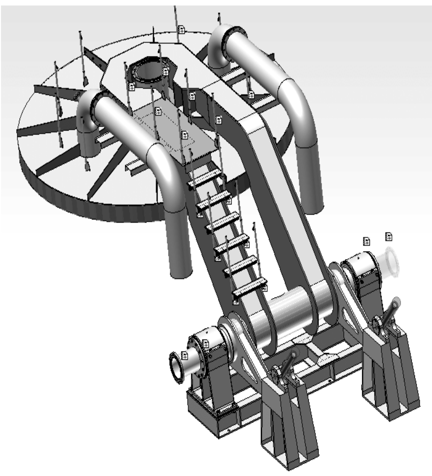

Рисунок 1 – Общий вид конструкции

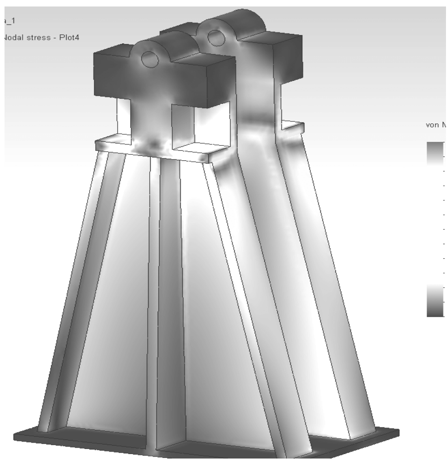

Рисунок 2 – Опора гидроцилиндра

Рассмотрим вакуумную камеру (рис. 3). К режимам нагружения относится вес расплавленного металла и футеровки, собственный вес составляющих камеры, внутренний вакуум заданной величины. Расчеты проводились для различных случаев задания граничных условий. Для области днища напряженное состояние практически не зависело от вариантов граничных условий. Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу находятся в областях опирания цапф на контактирующую поверхность. Поэтому именно для этого случая, как наиболее опасного, на рис. 3 рассмотрены различные ракурсы вакуумной камеры с распределением коэффициентов чувствительности интегральной податливости к изменению распределения приведенного модуля упругости. На основе анализа полученных результатов были предложены следующие конструктивные решения – локальное утолщение нижней области оболочки вакуумной камеры и области днища, а также доработка сварного узла опоры, включающая увеличение радиуса галтелей и необходимую термообработку.

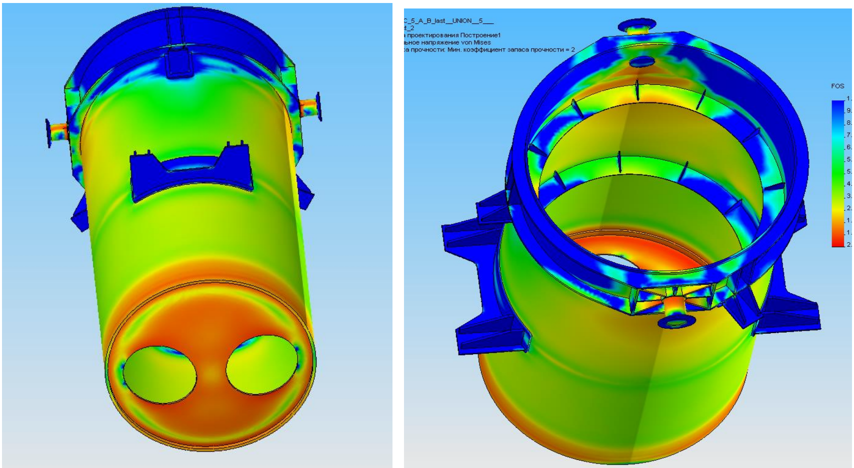

Рисунок 3

В работе предложена методика анализа чувствительности характеристик прочности и жесткости для сложных составных конструкций к отклонению геометрических параметров, физико-механических характеристик и параметров внешнего воздействия на основе уточненных моделей. Методика была апробирована при проектировании вертикальной установки подъема стальковшей и вакуумной камеры.

Список литературы: 1. *Автономова Л.В., Лавинский В.И. Бондарь С.В.* Узагальнена математична модель структурно зв'язаних систем // Вісник НТУ «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ». – 2003. – Вип. 12, т. 1. – С. 160-164. **2**. *Xu B. and Jiang J. S.*. Integrated optimization of structure and control for piezoelectric intelligent trusses with uncertain placement of actuators and sensors // Computational Mechanics. – 2004. – Vol. 33, № 5. – P. 406-412. **3**. *Назаренко С.А* Анализ чувствительности конструкций при воздействии физических полей различной природы // Вестник НТУ «ХПИ». – 2006. – № 32. – С. 119-122. **4.** *Михлин С.Г.* Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с. **5.** *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.

Поступила в редколлегию 04.11.2007