

**В.М.ШАТОХИН**, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»;  
**А.В.ШАПОВАЛОВ**, канд.техн.наук, НФУ, Харьков

## **О СНИЖЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ВАЛОПРОВОДЕ ДИЗЕЛЯ 6ТД-2**

Викладено результати розрахунково-експериментальних досліджень по виявленню причин виникнення небезпечних динамічних режимів у валопроводі дизеля 6ТД-2 і зменшенню їхньої інтенсивності за рахунок варіювання параметрів пружної муфти і з'єднань до споживачів потужності.

The results of design-experimental research about reasons revealing of dangerous dynamic modes beginnings in diesel drive shafting 6ТД-2 and reduction of their intensities at the expense of springy muff and joining to loads parameter variation are stated.

**Введение.** Важное место в современном двигателестроении занимают турбопоршневые двухвальные транспортные дизели, обладающие рядом высоких технических характеристик. Особенностью их конструкции является наличие зубчатой передачи, связывающей коленчатые валы, в которую для снижения динамической нагруженности валопровода на переходных режимах введена упругая муфта с предварительным натягом. Указанная муфта, технологические зазоры в соединениях к потребителям, нелинейные муфты в приводе к турбине и компрессору часто являются причиной возникновения опасных динамических процессов, требующих проведения соответствующих расчетно-экспериментальных исследований по выбору рациональных конструктивных параметров.

В процессе доводочных испытаний дизеля 6ТД-2 в его валопроводі были выявлены значительные динамические нагрузки на пусковых и наиболее вероятных эксплуатационных режимах, а также было установлено, что разрегулировки двигателя их могут существенно увеличивать.

В статье изложены результаты расчетно-экспериментальных исследований по выявлению причин возникновения опасных динамических режимов и уменьшению их интенсивности за счет варьирования параметров упругой муфты и соединений к потребителям мощности.

**1. Механическая модель двигателя 6ТД-2 и ее параметры.** На рис. 1 представлена кинематическая схема дизеля с потребителями: 1 – впускной коленчатый вал; 2 – упругая муфта на впускном валу; 3 ÷ 7 – шестерни главной передачи; 8 – выпускной вал; 9 – рессора привода компрессора; 10 – упругая муфта в приводе компрессора; 11 – фрикционные муфты; 12 – ротор компрессора; 13 – рессора привода турбины; 14 – ротор турбины; 15 – резинопальцевые муфты; 16 – потребители (гидротормоза).

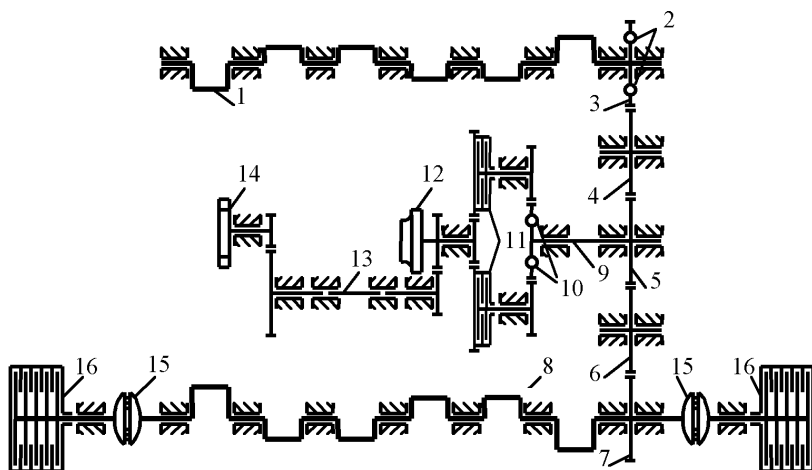


Рисунок 1 – Кинематическая схема двигателя 6ТД-2 с потребителями

Крутильная схема изображена на рис. 2. Кроме нелинейностей, соответствующих упругим муфтам между коленчатыми валами и в приводе компрессора, показаны нелинейности к потребителям, обусловленные наличием зазоров в шлицевых соединениях (на рабочих оборотах благодаря средним моментам эти зазоры выбираются). Приняты следующие обозначения:  $I_1 \div I_6$ ,  $I_7 \div I_{12}$  – соответственно цилиндрические массы выпускного и впускного валов;  $I_{13} \div I_{17}$  – шестерни главной передачи;  $I_{18}$  – компрессор;  $I_{19}$  – турбина;  $I_{20}$ ,  $I_{21}$  – гидротормоза. Их моменты инерции для двигателя 6ТД-2 указаны в табл. 1, причем для компрессора и турбины даны значения моментов инерции, приведенные к коленчатому валу.

Отношения частот вращения компрессора и турбины к частоте вращения коленчатого вала имеют следующие значения:  $n_k/n_{к.в.} = 12,459$ ;  $n_T/n_{к.в.} = 9,099$ .

Коэффициенты жесткостей соединений расчетной модели приведены в табл. 2;  $c_{12}$ ,  $c_{17}$  соответствуют исходным значениям жесткостей податливых участков  $c'_{12}$ ,  $c'_{17}$  упругих муфт с предварительным натягом.

На рис. 3 представлена схема муфты главной передачи. В каждом из шести ее окон, расположенных на радиусе  $R = 67,5$  мм, установлено параллельно по две пружины с предварительным поджатием (диаметр пружины  $D = 13$  мм, длина пружины  $L = 42,8$  мм, диаметр проволоки  $d = 6,5$  мм, число рабочих витков  $n = 5$ ). Поджатия обеспечивают момент предварительного натяга муфты  $M_0 = 1053$  Нм, ее рабочий ход  $\delta = 1,2$  мм. Последним двум величинам соответствуют параметры нелинейности  $d''_{12} = 2,846 \cdot 10^{-3}$  рад,  $d''_{12} = 0,018$  рад. Крутильная жесткость  $c''_{12}$  определялась по жесткости пружин [1]. Расчетные значения для изготовленных пружин проверялись экспе-

риментально. Жесткость упоров нелинейной характеристики  $c'_{12} = 3,7 \cdot 10^5$  Нм получена в результате обработки экспериментальных кривых нагружения и разгрузки главной передачи.

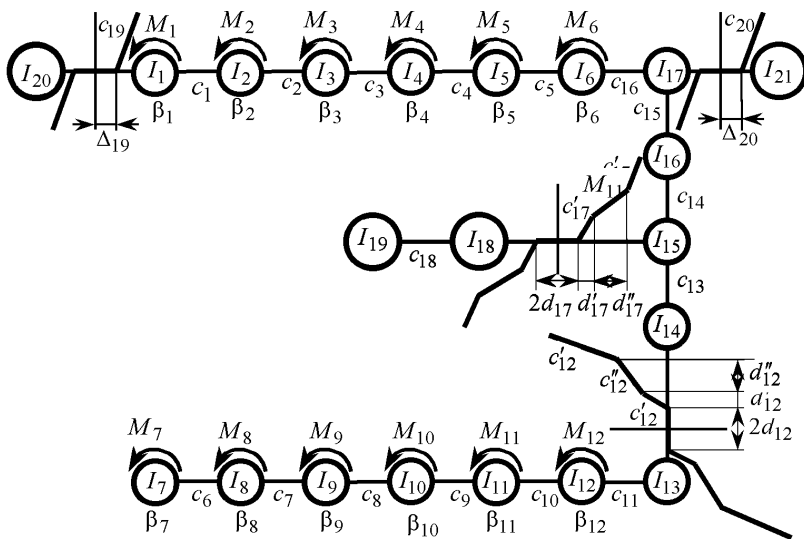


Рисунок 2 – Модель машинного агрегата с дизелем 6ТД-2

Таблица 1 – Моменты инерции масс модели двигателя 6ТД-2

$k$	1-12	13	14	15	16	17	18	19	20,21
$I_k, \text{кгм}^2$	0,073	0,023	0,072	0,036	0,033	0,038	1,801	2,078	2,5

Таблица 2 –  
Коэффициенты жесткости

$k$	$c_k, \text{Нм}$
1÷10	$2,604 \cdot 10^6$
11	$1,252 \cdot 10^7$
12	$8,885 \cdot 10^4$
13	$2,39 \cdot 10^6$
14	$1,68 \cdot 10^6$
15	$1,299 \cdot 10^6$
16	$1,252 \cdot 10^7$
17	$4,453 \cdot 10^4$
18	$1,999 \cdot 10^4$
19, 20	$0,75 \cdot 10^6$

Технологический зазор для каждой из четырех пар зубчатых колес главной передачи (см. рис. 1) равен 0,3 мм, радиусы начальных окружностей шестерен равны 100 мм, поэтому суммарный угловой зазор, отраженный в нелинейной характеристике, составляет  $2d_{12} = 0,012$  рад. Экспериментально установлено, что зазоры к потребителям  $\Delta_{19}, \Delta_{20}$  по технологическим причинам не могут быть меньше 0,008 рад ( $0,5^\circ$ ). Приведенные параметры нелинейных характеристик использовались в качестве исходных.

Так как рассеяние энергии в машинном агрегате с ДВС носит сложный многофакторный характер, а его достоверное математическое

описание представляет трудную задачу, то в расчетах использовалось эквивалентное линейризованное демпфирование, которое определялось из совпадения расчетных и экспериментальных данных на резонансе. В частности, для угловой частоты вала двигателя, близкой к частоте режима максимальной мощности ( $260 \text{ с}^{-1}$ ), получено  $\beta_1 = \dots = \beta_{12} = 23,5 \text{ Нмс}$ .

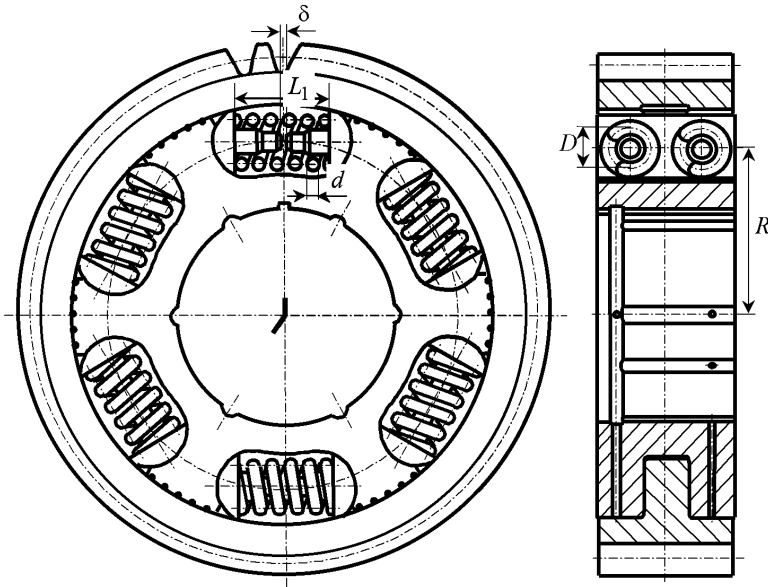


Рисунок 3 – Нелинейная упругая муфта

Возмущающие моменты возникают вследствие действия газовых сил на поршни и сил инерции шатунов и поршней на кривошипы вала двигателя.

Косинусные и синусные амплитуды первых двенадцати гармоник моментов, действующих на первый кривошип выпускного и соответствующий кривошип впускного валов, на режиме максимальной мощности приведены в табл. 3. При их расчете [2] учитывались следующие параметры кривошипно-шатунного механизма двигателя: площадь поршня  $S = 1,13 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ ; радиус кривошипа  $R = 0,06 \text{ м}$ ; длина шатуна  $L = 0,2 \text{ м}$ .

В эту же таблицу включены аналогичные амплитуды гармоник моментов от сил инерции поршня и шатуна. В расчетах [3] принималось, что масса поршневого комплекта  $m_{\text{П}} = 5,13 \text{ кг}$ , а масса шатуна  $m_{\text{Ш}} = 4,24 \text{ кг}$ .

Наиболее опасные колебания порождаются нередко главной, в данном случае – шестой гармоникой. Для нее возмущение на цилиндрических массах имеет вид

$$M_1(t) = \dots = M_6(t) = M_c^{(1)} \cos \omega t + M_s^{(1)} \sin \omega t ,$$

$$M_7(t) = \dots = M_{12}(t) = M_c^{(2)} \cos \omega t + M_s^{(2)} \sin \omega t ,$$

где  $M_c^{(k)}$ ,  $M_s^{(k)}$  ( $k = 1, 2$ ) – соответственно амплитуды косинусных и синусных составляющих момента.

С учетом данных табл. 3 имеем:  $M_c^{(1)} = -109,7$  Нм;  $M_s^{(1)} = 125,2$  Нм;  $M_c^{(2)} = -125,2$  Нм;  $M_s^{(2)} = 35,4$  Нм.

Средние моменты, передаваемые упругой муфтой и нелинейными соединениями, на режиме максимального момента соответственно равны 1480 Нм и 1850 Нм.

Таблица 3 – Амплитуды гармоник возмущающих моментов

Номер гармоники, $k$	Амплитуды моментов газовых сил, Нм				Амплитуды моментов сил инерции, Нм			
	Выпускной вал		Впускной вал		Выпускной вал		Впускной вал	
	$M_{c_k}$	$M_{s_k}$	$M_{c_k}$	$M_{s_k}$	$M_{c_k}$	$M_{s_k}$	$M_{c_k}$	$M_{s_k}$
1	419,1	676,0	-1,6	581,6	0	120,5	-75,4	101,0
2	118,9	561,2	-184,5	409,7	0	-785,0	305,6	-722,7
3	-93,3	426,3	-286,8	261,5	0	-365,6	172,9	-320,3
4	146,9	284,9	-260,6	137,3	0	-37,0	19,3	-31,4
5	-129,8	190,4	-190,1	73,1	0	7,2	-3,8	6,1
6	-109,7	123,9	-137,4	34,3	0	1,3	-0,7	1,1
7	-86,3	67,3	-93,7	-1,2	0	-0,2	0,1	-0,1
8	-60,0	32,3	-55,5	-19,3	0	0	0	0
9	-45,7	16,6	35,8	-22,1	0	0	0	0
10	-40,3	4,7	-28,5	-24,7	0	0	0	0
11	-31,5	-3,4	-19,3	-25,8	0	0	0	0
12	-22,0	-2,6	-10,0	-19,3	0	0	0	0

**2. Об исследовании установившихся динамических процессов в нелинейных силовых передачах.** Особенностью большинства моделей машинных агрегатов с ДВС является то, что число нелинейных элементов технологического и конструктивного характера в них существенно меньше числа степеней свободы. Известно, что в таких случаях уравнения движения целесообразно записывать в интегральной форме с использованием импульсно-частотных характеристик (ИЧХ) линеаризованных моделей [4, 5]. Число уравнений оказывается равным числу нелинейностей, а трудоемкость решения задачи, практически не зависит от числа степеней свободы системы.

В матричной форме нелинейные интегральные уравнения периодических колебаний записываются в виде

$$\mathbf{y}(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau) \mathbf{f}(\mathbf{y}) d\tau + \mathbf{g}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_s(t)]^T$  – вектор улов закручивания нелинейных соединений ( $\tau$  – знак транспонирования);

$s$  – число нелинейностей;

$\Phi(t-\tau) = [\phi_{i,j}(t-\tau)]$ ,  $(i, j = \overline{1, s})$  – матрица ИЧХ;

$\mathbf{f}(\mathbf{y}) = [f_1(y_1), f_2(y_2), \dots, f_s(y_s)]^T$  – нелинейная вектор-функция;

$f_j(y_j) = c_j y_j - F_j(y_j)$ ;

$F_j(y_j)$  – нелинейная характеристика  $j$ -го нелинейного соединения;

$c_j, c_j y_j$  – соответственно коэффициент жесткости и упругий коэффициент в линеаризованном соединении;

$\mathbf{g}(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_s(t)]^T$  – вектор-функция реакций на внешнее возмущение линеаризованных нелинейных соединений;

$$g_j(t) = \sum_{i=1}^k \int_0^T \Psi_{j,i}(t-\tau) M_i(\tau) d\tau;$$

$M_i(\tau) (i = \overline{1, k})$  – возмущающие моменты ( $k$  – число моментов;  $T$  – период колебаний);

$\Psi_{j,i}(t-\tau)$  – соответствующие ИЧХ.

При решении уравнения (1) хорошо зарекомендовал себя итерационный метод Ньютона-Канторовича решения операторных уравнений, формулы которого в данном случае имеют вид [4, 5].

$$\mathbf{y}_{n+1}(t) = \mathbf{y}_n(t) - \mathbf{z}_n(t), \quad (2)$$

$$\mathbf{z}_n(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau) \mathbf{f}'_y(\mathbf{y}_n) \mathbf{z}_n(\tau) d\tau = -\mathbf{I}_n(t), \quad (3)$$

$$\mathbf{I}_n(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau) \mathbf{f}(\mathbf{y}_n) d\tau + \mathbf{g}(t) - \mathbf{y}_n(t) \quad (n=0, 1, 2, \dots), \quad (4)$$

где  $\mathbf{f}'_y = \text{diag}\{f'_{y_1}, f'_{y_2}, \dots, f'_{y_s}\}$  – диагональная матрица.

В работах [4, 5] изложены эффективные численные алгоритмы реализации формул (2) – (4).

**3. Расчетно-экспериментальные исследования по снижению динамических нагрузок валопровода дизеля 6ТД-2.** В процессе доводочных испытаний двигателя исследовались динамические крутящие моменты на наиболее нагруженных коренных шейках выпускного и впускного коленчатых

валов (на рис. 2 соответствующие жесткости имеют обозначения  $c_3$ ,  $c_{16}$ ,  $c_{11}$ ) для различных условий работы двигателя. Первоначально использовалась упругая муфта двигателя 6ТД-1 (см. рис. 3). Указанные нагрузки определялись при нормальной регулировке топливной аппаратуры. Рассматривался также вопрос об оценке влияния на них асимметрии масс коробок передач машины, которая возникает в момент переключения коробки передач при повороте. Кроме того исследовался динамический эффект больших разрегулировок топливной аппаратуры двигателя. Для этого принудительно отключалась подача топлива на третьем цилиндре, что соответствует имитации зависания плунжерной пары на этом цилиндре.

Экспериментально выявлены значительные динамические нагрузки на пусковых режимах  $\omega = 37 \div 42 \text{ с}^{-1}$ , обусловленные интенсивными колебаниями впускного вала с узлом на участке упругой муфты (рис. 4, а). Размахи момента  $M_{11}$  достигали 16,7 кНм, а  $M_3 - 13,9 \text{ кНм}$ . Опыт же использования муфты показал, что при амплитудах момента более 7,5 кНм она становится неработоспособной.

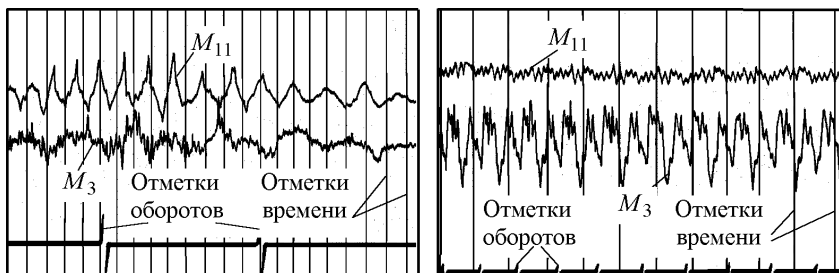


Рисунок 4 – Осциллограммы упругих моментов: а – на запуске двигателя при проходе через резонанс; б) – при субгармоническом резонансе 3-го порядка (нормальная регулировка)

На наиболее вероятных эксплуатационных режимах вблизи  $\omega = 260 \text{ с}^{-1}$  выявлены, хотя и меньшие по размахам ( $M_3 = 11,1 \text{ кНм}$ ;  $M_{11} = 3,2 \text{ кНм}$ ), но представляющие опасность субгармонические колебания третьего порядка с узлом на выпускном валу (рис. 4, б). Интенсивность и положение этого резонанса в наибольшей степени зависит от спектральных свойств высокочастотного контура «выпускной вал – потребители».

В процессе доводочных испытаний двигателя были выявлены значительные динамические нагрузки на пусковых режимах, обусловленные интенсивными колебаниями впускного вала с узлом на участке упругой муфты. На наиболее вероятных эксплуатационных режимах обнаружены, хотя и меньшие по размахам, но представляющие опасность субгармонические колебания третьего порядка с узлом на выпускном

сокочастотного контура «выпускной вал – потребители».

В процессе экспериментальных исследований установлено, что разрегулировки дизеля могут существенно увеличивать динамическую нагруженность валопроводов двигателя.

Наиболее интенсивные колебания развиваются при этом на режимах близких к  $\omega = 230 \text{ с}^{-1}$  (рис. 5, а). Из-за разрегулировки двигателя в возбуждении появляется значительная первая (основная) гармоника, которая и порождает особенно сильные колебания впускного вала. Размахи момента  $M_{11}$  достигают 10,3 кНм, в моменте  $M_3$  по-прежнему превалирует субгармоническая составляющая третьего порядка с размахами момента 12,0 кНм. Указанному режиму, как и резонансу при запуске двигателя, соответствует одна и та же полученная в расчетах собственная угловая частота линеаризованной модели ( $\omega_4 = 233 \text{ с}^{-1}$ ) и форма колебаний с узлом на участке упругой муфты.

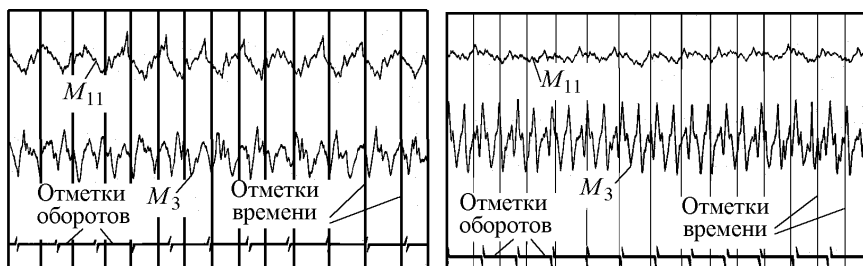


Рисунок 5 – Осциллограммы упругих моментов при субгармоническом резонансе 3-го порядка: а – отключен третий цилиндр; б) – отключены третий цилиндр и гидротормоз

Частота наиболее сильных субгармонических колебаний близка к следующей расчетной собственной частоте линеаризованной модели ( $\omega_5 = 502 \text{ с}^{-1}$ ), для которой форма имеет дополнительный узел на выпускном валу (участок  $c_3$ ). Так как свободные колебания нелинейной модели уже не являются гармоническими, в законах движения, в частности, будет присутствовать третья гармоника, частота которой близка к  $1506 \text{ с}^{-1}$ . Она как раз совпадает с частотой главной (шестой) гармонике возмущающих моментов для угловой частоты вращения вала  $\omega = 260 \text{ с}^{-1}$ . Благодаря этому происходит подкачка энергии для поддержания свободных колебаний, что и является причиной возникновения указанных субгармонических колебаний [6].

Отключение гидротормоза со стороны турбины (имитация асимметрии нагрузки) дополнительно к отключению третьего цилиндра заметно изменило форму колебаний линеаризованной модели на частоте  $\omega_4$ , но мало изменило форму колебаний, соответствующую  $\omega_5$ . Это привело к уменьшению размахов моментов  $M_{11}$  до 4,07 кНм (первая и шестая гармоники соизмеримы) и к увеличению размахов моментов  $M_3$  до 13,1 кНм



(превалирует субгармоника третьего порядка) для угловой частоты вала  $\omega = 250 \text{ с}^{-1}$  (рис. 5, б).

Изменения динамических качеств крутильной системы двигателя 6ТД-2 по сравнению с моделью машинного агрегата дизеля 6ТД-1 обусловлены увеличением приведенных масс компрессора и турбины, но в большей степени возросшими средними моментами, передаваемыми нелинейными соединениями (амплитуды главной гармоники возмущающих моментов возросли незначительно).

С целью уменьшения интенсивности указанных резонансов и смещения их в менее опасные частотные диапазоны были проведены расчетные исследования по варьированию параметров упругой муфты и соединений к потребителям.

На основании результатов расчетов с учетом минимальности конструктивных изменений выбраны следующие параметры: исходная длина и длина предварительно поджатой пружины соответственно  $L = 37,6 \text{ мм}$ ,  $L_1 = 36,7 \text{ мм}$ ; диаметр пружины  $D = 15 \text{ мм}$ ; диаметр проволоки  $d = 6 \text{ мм}$ , число рабочих витков  $n = 7,5$ ; рабочий ход  $\delta = 2,3 \text{ мм}$ . Поджатия обеспечивают момент предварительного натяга муфты  $M_0 = 256,7 \text{ Нм}$ . Экспериментальное значение жесткости пружин  $- 5,28 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ . Этим величинам соответствуют  $c''_{12} = 2,887 \cdot 10^4 \text{ Нм}$ ;  $d''_{12} = 6,94 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$ ;  $d'''_{12} = 0,034 \text{ рад}$ .

Изменением параметров соединительных элементов к потребителям жесткость упоров в них увеличена до  $c_{19} = c_{20} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ Нм}$ .

На рис. 6 показаны исходные ( $A_M$ ) резонансные кривые для упругих моментов и аналогичные кривые для новых значений параметров ( $\tilde{A}_M$ ). Следует иметь в виду, что в области более низких частот не только меньше уровень возмущения, но и проход через резонанс происходит интенсивнее.

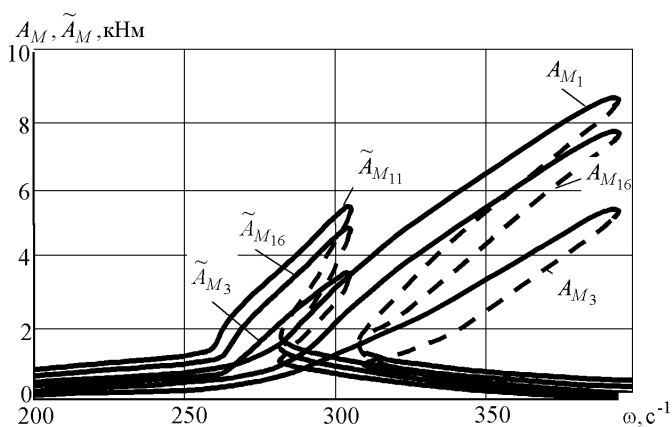


Рисунок 6 – Амплитуды упругих моментов на резонансе при запуске двигателя

Изменение спектральных свойств высокочастотного контура за счет увеличения жесткости упоров нелинейных соединений привело к уменьшению уровня резонансных колебаний, смещению их к верхней границе эксплуатационных оборотов, а также к сужению диапазона субгармонических колебаний (рис. 7). На рисунке приняты следующие обозначения:  $A_M^{(1)}$ ,  $A_M^{(1/3)}$  – амплитуды основной гармонике и субгармоники третьего порядка для исходных значений параметров;  $\tilde{A}_M^{(1)}$ ,  $\tilde{A}_M^{(1/3)}$  – тоже для измененных значений параметров.

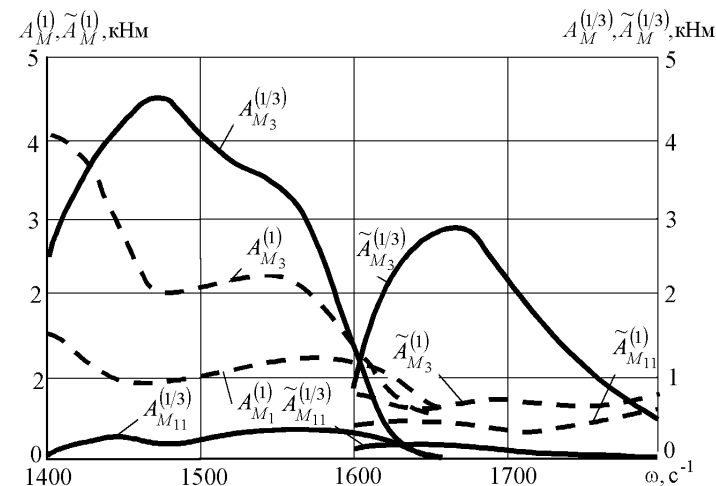


Рисунок 7 – Амплитуды основной гармонике и субгармоники упругих моментов на резонансе

### Выводы.

1. Интенсивные колебания с частотой главной гармонике при запуске, резонансные колебания со значительной основной (первой) гармоникой на эксплуатационных режимах при разрегулировке двигателя формируются вблизи собственной угловой частоты линеаризованной модели, которой соответствует форма с узлом на участке упругой муфты;

2. Наиболее сильные субгармонические колебания третьего порядка на эксплуатационных оборотах имеют частоту близкую к одной из собственных частот формируемых в линеаризованной модели контуром «выпускной вал – потребитель»;

3. Предложенные конструктивным изменениям позволяют снизить динамические упругие моменты и исключить предпосылки к взаимному влиянию и затягиванию основного и субгармонического резонансов.

**Список литературы:** 1. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с. 2. Вейц В.Л., Кочура А.Е. Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания. – Л.: Машиностроение, 1978. – 352 с. 3. Алексеева С.В., Вейц В.Л., Геккер Ф.Р., Кочура А.Е. Силовые передачи транспортных машин: Динамика и расчет. – Л.: Машиностроение, 1982. – 256 с. 4. Шатохин В. Застосування інтегральних рівнянь при дослідженні сталих динамічних процесів у нелінійних моделях машинних агрегатів // Машинознавство. – 2002. – № 4 (58). – С. 20-25. 5. Шатохин В.М. Решение нелинейных интегро-дифференциальных уравнений периодических колебаний силовых передач машин с использованием ДПФ // Вестник ХГПУ. – Харьков: ХГПУ. – 1998. – Вып. 29. – С. 15-26. 6. Вульфсон И.И., Коловский М.З. Нелинейные задачи динамики машин. – Л.: Машиностроение, 1968. – 284 с.

*Поступила в редколлегию 15.06.2007*

УДК 658.012

***Е.Г.ЯНЮТИН***, докт.техн.наук; ***Н.И.КУЧЕРОВА***, НТУ «ХПИ»

### **ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВО ВРЕМЕНИ ФУНКЦИИ НАГРУЗКИ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА БЕСКОНЕЧНУЮ МЕМБРАНУ-ПОЛОСУ**

Запропоновано два способи розв'язку оберненої задачі про визначення невідомої складової навантаження у часі. Вважається, що зміна прогину мембрани-смуги в одній з її точок у часі відомо. При розв'язку задачі використовувались інтегральні рівняння Вольєрра I і II родів.

Two methods to solve the inverse problem of determining the unknown time component of load are proposed in the article. It is supposed that the time dependence of deflection of the membrane-belt in one of its points is known. The integral Volterra equations of the first and the second kinds are used to solve the problem.

Проблема обеспечения инженеров и конструкторов всесторонней информацией, использующих результаты научных исследований по нестационарному нагружению элементов конструкций, сложна по многим причинам. Одной из причин является то, что при конструировании не всегда известны законы изменения во времени воздействующих на элементы конструкций нагрузок; поэтому необходимо развить методики идентификации нагрузок.

В настоящее время существует ряд работ по идентификации внешних импульсных воздействий на элементы конструкций по их проявлениям деформационного характера, которые могут быть измерены в некоторых точках этих элементов.

В данной работе представлены два способа идентификации нагрузки, воздействующей на бесконечную мембрану-полосу.

Рассмотрим мембрану, ограниченную прямыми  $x=0$ ;  $x=l$ . Вдоль оси ординат мембрана является бесконечной при  $y \rightarrow \pm\infty$  (рис. 1).