$$U_{r1}(r_1) = (\alpha\, T/3)\,((3 + 2\,m)/(2 + m))\, r_1, \tag{2}$$

где $m = r_2/r_1 - 1$.

При подводе тепла по наружной поверхности цилиндра и законе распределения температуры по толщине вида [3-4]

$$T = T_i\,[\ln\,(r_2/r)\,/\ln(r_2/r_1)] \tag{3}$$

зависимость для определения перемещения на внутреннем радиусе r_1

$$U_{r1}(r_1) = [r_1/(r_2^2 - r_1^2)]\,\alpha\, T\,\{r_2^2 - [(r_2^2 - r_1^2)/2\,(\ln r_2 - \ln r_1)]\}. \qquad (2/4)$$

Данные расчетов МКЭ и аналитического по определению величин перемещений имеют достаточно хорошее совпадение результатов и проверены в условиях реального производства на натурных деталях.

Выводы

Анализ расчетно-экспериментальных данных позволил уточнить рациональный перепад температур между сопрягаемыми деталями, необходимый уровень нагревания $T_н$ охватывающей детали, обеспечить выбор соответствующих теплоносителей и оснащения для выполнения операций термовоздействия.

Список литературы: **1.** *Оборский И.Л., Зенкин А.С., Климась В.Г.* Определение параметров процесса сборки соединений деталей с натягом с временно образуемым зазором // Изв. вузов: Машиностроение. – М.: 1983. –С. 140-143. **2.** *Зенкин А.С., Арпентьев Б.М.* Сборка неподвижных соединений термическими методами. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с. **3.** *Тимошенко С.П.* Сопротивление материалов. Т.1. – М.-Л.: 1945. – С. 216-241. **4.** *Тимошенко С.П.* Курс теории упругости / Ред. *Григолюк Э.И.* – К.: Наукова думка, 1972. – 507 с. **5.** *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.

Поступила в редколлегию 15.05.2006

УДК.539.3:621.313

Э.С.ОСТЕРНИК, канд.техн.наук; завод «Электротяжмаш», Харьков

О СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СТАТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА

Запропоновано метод розрахунку динаміки пазової частини обмотки статора. Метод побудовано на експериментах над матеріалами стрижня обмотки і його моделлю. Враховані анізотропія матеріалів, поперечний зсув, хвильовий характер коливання та стохастичність механічних характеристик матеріалів. Варіаційне моделювання враховує реальну конструкцію закріплення стрижнів. Це дозволяє оцінити надійність турбогенератора в експлуатації.

The method for calculating the dynamics of the winding side of embedded stator is offered. This method is based on experiments over the materials of the winding bar and its model. Anisotropy of materials, in-plane shear, wave-like behavior of vibrations, and stochasticity of mechanical properties of materials are taken into consideration. Variational simulation takes into account the actual construction of bar fixing. It allows to evaluate the turbogenerator reliability in the process of operation.

1. Постановка проблемы. Известно, что срок службы турбоагрегата должен быть не менее 40 лет [1]. В современных условиях, в том числе в СНГ, зачастую вынуждают эксплуатировать турбогенераторы еще дольше [2,3]. В крупных генераторах отмечались чрезмерные вибрации статорной обмотки в пазу, вызывающие разрушение обмоток и отказы в работе. Такие аварии требуют останова турбоблоков на капитальный ремонт турбогенераторов по специальной технологии и в ряде случаев приводят к выходу генераторов из строя. Их надежную работу можно обеспечить лишь с помощью исследований динамики статорных обмоток. Работа торцевой зоны статора рассмотрена в статье [4]. Здесь исследуется пазовая часть статорной обмотки, состоящая из прямых стержней, закрепленных в пазах магнитопровода. Стержни представляют собой медные проводники, в ряде случаев перемежающиеся стальными трубками для охлаждающего агента, с изоляцией на минерально-полимерной основе.

Такая корпусная изоляция типов ВЭС-1, ВЭС-2, «Слюдотерм», «Изопроленг» и др. – достаточно сложный материал. Например, изоляция ВЭС-2 статорных обмоток турбогенераторов образуется путем вакуумирования, намотки на проводящий стержень, опрессовки и термообработки стеклослюдинитовой ленты. Изоляция в целом может быть классифицирована как композиционный материал слоистой структуры, армированный стеклотканью со слюдинитом и термореактивным эпоксидно-полиэфирным связующим. Сведения о современных технологических и конструктивных методах повышения механической надежности статоров содержатся в сообщении [5].

При номинальном режиме в турбогенераторах с непосредственным охлаждением сила, действующая на единицу длины стержня в пазу, составляет 36÷54 Н/см. При внезапных коротких замыканиях с током с $I_{к.з.} = 50 \cdot 10^3$ А эта сила достигает 1600 ÷ 2500 Н/см.

Расчет вынужденных колебаний магнитопровода в средней зоне статора достаточно близок к эксперименту. Однако, в заводской практике расчет вибраций пазовой части статорной обмотки не проводится [6]. В книге [7] приведен обзор исследований, в котором показано, что стохастический характер динамики статорной обмотки требует построения методов расчета, объединяющих детерминистский и вероятностный подходы. Полагают, что изгиб стержня в пазу следует гипотезе плоских сечений. В качестве случайных факторов рассматриваются неравномерность распределения силы трения о стенки паза и разброс эффективной изгибной жесткости стержней. В результате построены статистические оценки амплитуды колебаний пазовой части обмотки. Предлагается при анализе поведения стержня в пазу исходить из усталостной прочности меди элементарных проводников.

Практика эксплуатации показала, что не менее важными являются факторы механической и электрической прочности корпусной изоляции. Недостаточно базироваться на данных об эффективной изгибной жесткости статорного стержня, слои которого существенно различаются по механическим характеристикам.

Современные экспериментальные методы пока не позволяют подробно исследовать динамику пазовой части стержней в эксплуатации, так как они закрыты магнитопроводом, пазовыми клиньями, другими элементами крепления и находятся под напряжением 20 кВ и выше. Поэтому требуемая расчетная методика должна исходить из экспериментов над материалами стержней и их моделями.

2. Исследования модельного стержня. Ввиду разнородности материалов статорной обмотки модельный эксперимент выполнен на трехслойном стержне сталь-оргстекло-сталь.

Определенность эксперимента требует строгого осуществления краевых условий, в данном эксперименте было выбрано шарнирное опирание. К стержню прилагалась равномерно распределенная нагрузка p = const через резиновую камеру со сжатым воздухом.

Для стержня была выбрана инструментальная сталь У8, из эксперимента определены $E = 2{,}02 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0{,}30$. Размеры и материалы слоев трехслойного стержня выбирались так, чтобы эффект поперечного сдвига $\eta_w = w/w_0$ был максимальным. Здесь w – фактический прогиб, w_0 – прогиб по классической теории сохранения нормального элемента. Длина стержня a играет роль линейного масштаба, пропорционально которому назначаются b и h, и выбирается из конструктивных соображений. Остается выбрать параметры стержня r, n, n_1, $r = 2d_1/h$, $n = E_1/E_0$, $n_1 = G_1/G_0$. Индекс «0» относится к внутреннему, а «1» – к наружному слою; $2d_1$ – толщина среднего слоя.

Для оргстекла получено $E_0 = 3{,}94 \cdot 10^3$ МПа, $\nu_0 = 0{,}35$. Некоторой нелинейностью оргстекла можно было пренебрегать, так как расчетные напряжения в среднем слое не превышали 0,2 МПа. Слои стержня были склеены карбинольным клеем – цементом холодного отвердения, что исключало тепловые деформации.

Наиболее сложным было прецизионное исследование деформации нормального элемента, то есть распределение горизонтальных и вертикальных перемещений его точек $u(z)$ и $w(z)$. С этой целью на боковой поверхности стержня были зафиксированы две нормали при $x/a = 1/4,\ 1/2$. На каждой из них во всех трех слоях фиксировалось до 17 контрольных точек. Нормали и точки на них идентифицировались по проволочкам и контурам их пересечений (проволока ∅ 5мкм). Измерения перемещений u и w велись одновременно с помощью микроскопа с окулярным микрометром, наклоненным для удобства отсчетов на 45^0 к горизонтали. Контрольные точки на оргстекле освещались в проходящем свете, а на стали – в отраженном свете. Эта методика обеспечила точность измерений $u_{\max}$ со средней квадратичной ошибкой 4 %.

К данным эксперимента по $u(z)$ применен аппарат полиноминальной аппроксимации в среднем квадратичном [4]. В результате послойной аппроксимации с погрешностью не выше 20 % получен закон распределения $u(z)$ по ломаной линии. Для каждого слоя отсюда следует параболический закон поперечного сдвига $\alpha_z(z)$, соответствующий известным решениям в плоской задаче теории упругости [8].

Далее, как частный случай теории [9], в качестве расчетной модели рассматривается прямой стержень прямоугольного сечения, состоящий из $2k + 1$ слоев постоянной толщины. Все слои упругоортотропны, причем плоскости упругой симметрии слоев параллельны граням стержня. Он обладает симметричной по толщине упругой и геометрической структурой. Нагрузка $p(x,t)$ приложена нормально к торцу балки $z = -h/2$ и отнесена к единице длины стержня.

Отказываясь от вводимой в сопротивлении материалов гипотезы Бернулли, но оставаясь в рамках одномерной теории, предполагаем, что деформации и перемещения упругие и малые; слои работают совместно, без отрыва и скольжения. Формулы обобщенного закона Гука для относительных удлинений заменяются приближенными равенствами:

$$\varepsilon_x^{(i)} = \frac{\sigma_x^{(i)}}{E_1^{(i)}}; \qquad \varepsilon_y^{(i)} = -\frac{\nu_{12}^{(i)}}{E_1^{(i)}}\sigma_x^{(i)}; \qquad \varepsilon_z = 0, \tag{1}$$

где i – номер слоя, то есть влиянием σ_y, σ_z здесь пренебрегаем; $w = w(x,t)$. В соответствии с экспериментом принят закон изменения напряжения сдвига, определяющий данную теорию,

$$\tau_{xz}^{(i)}(x,z,t) = f(x,t)\left[G_{12}^{(i)}\alpha_z(z) + A_i\right]; \qquad i = 0,1,\ldots,k\ , \tag{2}$$

1,2,3 – номера координатных осей x,y,z соответственно.

Характеризующая искривление элемента нормали функция $\alpha(z)$ задается так, что

$$\begin{gathered} \alpha(z) = -\alpha(-z); \qquad \alpha_z(z) = \frac{d\alpha}{dz} = \alpha_z(-z); \\ \alpha(0) = \alpha_z(h/2) = 0; \end{gathered} \tag{3}$$

Отыскание неизвестной функции f , а также прогиба w составляет существо краевой задачи. Константы A_i определяются из условий совместной работы слоев и из способа нагружения стержня. Срединная поверхность стержня остается нейтральной:

$$u(x,0,t) = 0. \tag{4}$$

На основании линеаризованных формул Коши и обобщенного закона Гука следует:

$$\frac{\partial u_i}{\partial z} = f(x,t)\left[\alpha_z(z) + \frac{A_i}{G_{13}}\right] - \frac{\partial w}{\partial x}. \tag{5}$$

Интегрируем (5) по z с учетом условий совместности работы слоев (4). Тогда, записывая раздельно сдвиговое и псевдоклассическое слагаемые перемещения, получим:

$$u_{i1} = fF_i(z), \quad u_0 = -(\partial w / \partial x)z, \quad u(x,-z) = -u(x,z), \tag{6}$$

а также формулы

$$F_i(z) = \alpha(z) + C_i z + D_i ,$$

где C_i, D_i – константы, определяемые через A_i и параметры стержня, и

$$\sigma_{x1}^{(i)} = E_1^{(i)} \frac{\partial f}{\partial x} F_i(z), \qquad \sigma_{xa}^{(i)} = E_1^{(i)} \frac{\partial w}{\partial x^2} z. \tag{7}$$

Систему дифференциальных уравнений и граничные условия выведем из вариационного принципа Гамильтона-Остроградского

$$\delta I = 0, \tag{8}$$

где действие I вычисляется по формуле

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \left[b(T-U) + \frac{2}{h} \int_0^a \int_0^{h/2} \rho w dx dz \right] dt. \tag{9}$$

Учитывая формулы для напряжений, получим следующую структуру действия I:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \int_0^a \int_0^{h/2} R\left[x, z, t, P_x(x,z,t), P_z, P_t, w, w_t, w_{xx}, w_{xt}\right] dx dz dt \,. \tag{10}$$

Здесь

$$P(x,z,t) = f(x,t) F(z), \tag{11}$$

Обобщая формулы вариационного исчисления, рассмотрим трехмерный функционал J со всеми закрепленными концами по x, z, t от r функций и их производных:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \int_{a_0}^{a_1} \int_{c_0}^{c_1} D\left[x, z, t, \theta^{(1)}(x,z,t), \theta_x^{(1)}, \theta_z^{(1)}, \theta_t^{(1)}, \theta_{xx}^{(1)}, \theta_{xz}^{(1)}, \theta_{zz}^{(1)}, \ldots, \theta_{zz}^{(r)}\right] dx dz dt. \tag{12}$$

Первая вариация будет представлена формулой:

$$\begin{aligned}
\delta J = &\int_{t_0}^{t_1} \iint_B \sum_{p=1}^{r} \left[D_{\theta^{(p)}} - \frac{\partial}{\partial x} D_{\theta_x^{(p)}} - \frac{\partial}{\partial z} D_{\theta_z^{(p)}} - \frac{\partial}{\partial t} D_{\theta_t^{(p)}} + \right. \\
&\left. + \frac{\partial^2}{\partial x^2} D_{\theta_{xx}^{(p)}} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} D_{\theta_{xz}^{(p)}} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} D_{\theta_{zz}^{(p)}} \right] \delta\theta^{(p)} dx dz dt + \\
&+ \int_{t_0}^{t_1} \oint \sum_{p=1}^{r} \left\{ \left[D_{\theta_x^{(p)}} l + D_{\theta_z^{(p)}} n - \frac{\partial}{\partial x} D_{\theta_{xx}^{(p)}} l - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} D_{\theta_{xx}^{(p)}} n - \right. \right. \\
&\left. - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} D_{\theta_{xx}^{(p)}} l - \frac{\partial}{\partial z} D_{\theta_{zz}^{(p)}} n \right] \delta\theta^{(p)} + \left[D_{\theta_{xx}^{(p)}} l + \frac{1}{2} D_{\theta_{xz}^{(p)}} n \right] \delta\left[\frac{\partial \theta^{(p)}}{\partial x} \right] +
\end{aligned} \tag{13}$$

$$
+\left[D_{\theta_{xx}^{(p)}} n+\frac{1}{2} D_{\theta_{xz}^{(p)}} l\right] \delta\left[\frac{\partial \theta^{(p)}}{\partial z}\right]\Bigg\} dldt.
$$

Здесь B – боковая поверхность.

На базе соотношений (8)-(13) формулируем краевую задачу изгиба и колебаний пазовой части стержня турбогенератора с учетом поперечного сдвига и инерции осевого движения. Система дифференциальных уравнений Эйлера-Лагранжа имеет вид

$$
\begin{aligned}
&\mu_3 f=\mu_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-\mu_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}+I \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2}-J \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}; \\
&\mu_3 \frac{\partial f}{\partial x}=-\frac{1}{2b}\left[p(x,t)-\zeta \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right].
\end{aligned} \tag{14}
$$

Здесь ζ – плотность стержня на единицу длины, коэффициенты $\mu_{1\ldots3}$, I, J определяются геометрией, плотностью и тензорами упругости слоев.

Вариационное рассмотрение позволяет также получить краевые условия, а применяемая методика – учесть неоднородность закрепления концов стержня B по его высоте.

Краевые условия типа

$$
\Lambda\left[x, z, f_x(x,t), \ldots, w_{xx}\right]\Big|_B=0 \tag{15}
$$

порождаются криволинейно-временным интегралом, который должен обращаться согласно (8) в нуль, подобно трехмерному интегралу и независимо от него. Каждое такое условие можно рассматривать как несчетное множество допустимых краевых условий, где $z=z_0 \in[-h/2, h/2]$. Исключение координаты z, содержащейся в этих условиях (опосредствование), проводится способом, соответствующим реальной конструкции закрепления концов стержня B. Если закреплены два симметричных узких пояса на расстояниях $\pm z_0$ от срединной поверхности, то в (15) полагаем $z=z_0$ (локальное опосредствование). Если закрепление однородно по симметричной относительно $z=0$ части B, то (15) интегрируем в пределах этой части (интегральное опосредствование). Обоснование такой методики и сопоставление ее с работами других авторов проведено ранее при рассмотрении задачи статического изгиба слоистых плит.

Краевые условия на торцах стержня B', B'', следующие непосредственно из принципа Гамильтона-Остроградского в применении к исследуемому стержню, выведены в форме естественных силовых условий:

$$
\left[\sigma_x z\right]_{B', B''}=0 \quad (a), \qquad \left[\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} z\right]_{B', B''}=0 \quad (б) \tag{16}
$$

и кинематических условий

$$\left[\frac{u}{z}\right]_{B',B''} = 0 \quad (а), \qquad [w]_{B',B''} = 0 \quad (б). \tag{17}$$

Исключение аппликаты z (опосредствование) в соотношениях (16,17) приводит, в частности, при неизменном закреплении по $z \in [-h/2,\ h/2]$ к интегральному варианту силовых условий:

$$[M]_{x=0,a} = 0 \quad (а), \qquad [Q]_{x=0,a} = 0 \quad (б) \tag{18}$$

и кинематических условий

$$\left[\frac{\partial w}{\partial x} - Kf\right]_{x=0,a} = 0 \quad (а), \qquad [w]_{x=0,a} = 0 \quad (б). \tag{19}$$

Условия (16) и (17), (18) и (19) с одинаковыми буквенными номерами альтернативны, так что на концах задано по 2 краевых условия. Формулы (18), (19, б) и первый член в (19, а) – псевдоклассические. Второй член в (19, а) вызван учетом сдвига. Здесь

$$K = \frac{2}{h}\sum_{i=0}^{k}\int_{d_i}^{d_{i+1}} \frac{F_i(z)}{z}\,dz. \tag{20}$$

Из (18), (19) получаем одноименные с классическими условия закрепления стержня на конце $x = a_1$:

свободный конец

$$[Q]_{x=a_1} = 0, \qquad [M]_{x=a_1} = 0; \tag{21}$$

шарнирно опертый конец

$$[M]_{x=a_1} = 0, \qquad [w]_{x=a_1} = 0; \tag{22}$$

защемленный конец

$$\left[\frac{\partial w}{\partial x} - Kf\right]_{x=a_1} = 0, \qquad [w]_{x=a_1} = 0; \tag{23}$$

свободно смещающийся, но не поворачивающийся конец

$$[Q]_{x=a_1} = 0, \qquad \left[\frac{\partial w}{\partial x} - Kf\right]_{x=a_1} = 0. \tag{24}$$

Данная теория позволяет выполнить расчет функций f, w, вычислить напряжения σ_x, собственные частоты f_r и сопоставить результаты с экспериментом.

Измерение прогибов w осуществлялось в девяти равноотстоящих точках линии на свободной плоскости стержня $z = h/2$ по микрометру, перемещаемому с помощью червячной пары и жестких направляющих вдоль оси стержня.

В соответствии с конструкцией опор, непосредственные краевые условия шарнирного опирания по (16,17) локализуются при $z = \pm h/2$.

Для статического случая точное решение системы (14) дает

$$w = \sum^{4} a_i x^i,$$

где a_i – константы, определяемые при заданном законе $\alpha_z(z)$ упругими и геометрическими параметрами стержня. При давлении 0,5 МПа расчетная стрела прогиба равна 0,036426 см при параболическом законе сдвига

$$\alpha_z(z) = h^2/4 - z^2.$$

В первой серии опытов $w = 0{,}0363$ см, во второй – $w = 0{,}0360$ см. Расхождение с теорией до 1,2 %. В некоторых точках различие выше, особенно у краев стержня, где оно достигает 16 %. Средняя квадратическая ошибка для стрелы прогиба составляет 5,5 %. Всюду приведены наиболее вероятные, то есть средние арифметические, значения измеренных величин.

На боковой поверхности стержня измерялись также напряжения σ_x с помощью 11 рабочих и 11 компенсационных тензорезисторов (ТР) с базой 3 мм. Рабочие ТР клеились равномерно вдоль оси плоскости $z = h/2$. Для локализации замеров были применены одноэлементные ТР. Они тарировались непосредственно на стальной полосе-слое при определении E и ν. Максимальные измеренные напряжения ниже расчетных от 4,6 до 10 % ($x = 0{,}45\,a$, $0{,}55\,a$ соответственно). Средняя квадратичная ошибка составляет 7,5 кГ/см^2, или 1,8 % для σ_{max}. Существенные отклонения от расчета обнаружены на расстояниях (0,05 : 0,95) x/a. Зависимость σ_x от давления вполне линейна.

При интегральных условиях шарнирного опирания (18, а), (19, б) приходим к уравнению частот

$$\alpha R^2 - \mu_r R + \lambda_r = 0, \tag{25}$$

где $R = \omega^2$, α, μ_r, λ_r, ψ_r, d_r определяются параметрами стержня и номером частоты r. Частоты подсчитываются по формулам

$$f_{1r} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\psi_r - d_r}{2\alpha}}, \qquad f_{2r} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\psi_r + d_r}{2\alpha}}\,. \tag{26}$$

Подсчитываются также коэффициенты

$$\eta_{1r} = \frac{f_{1r}}{f_r^0}, \qquad \eta_{2r} = \frac{f_{2r}}{f_r^0}. \tag{27}$$

Расчитывается, кроме того, поправка на осевые силы инерции

$$\beta_{1r} = \frac{f_{1r}}{f_r}, \qquad \beta_{2r} = \frac{f_{2r}}{f_r}. \tag{28}$$

Таким образом, учет осевых сил инерции одновременно с основной серией частот f_{1r} дает вторую серию высоких частот f_{2r} с тем же числом полуволн r. Первая серия соответствует повороту поперечных сечений в ту же сторону, что и касательных к срединной линии стержня, а вторая – повороту в противоположные стороны.

Первый тон колебаний стержня, определенный по этой методике, составил $f_{11} = (359 \pm 1)$ Гц. Узлов по пролету стержня нет. Расчет по теории с учетом сдвигов дает при интегральных краевых условиях шарнирного закрепления $f_{11} = 343$ Гц, а при локальных – 346 Гц. Расхождение с экспериментом 4

%. Средняя квадратичная ошибка последнего 0,4 %. Из классической теории $f_1^{(0)} = 498$ Гц, $\eta_{11} = 0{,}693$.

3. О стохастических характеристиках. В соответствии с изложенным в первую очередь следовало определить модуль продольной упругости корпусной изоляции E_1 вдоль оси x стержня статорной обмотки (пазовая часть). Определяющая свойства корпусной изоляции стеклослюдинитовая лента наматывается на проводящий стержень под малым углом $\alpha = \mathrm{arctg}(\tau/2nh)$ (τ – ширина ленты, n – число нахлестов, h – высота стержня). Малость α ($\leq 4^0 10'$) позволяет предполагать, что корпусная изоляция в целом также конструкционноортотропна в осях, совпадающих с направлениями основы и утка стеклоткани [10]. Поэтому следовало определить также значения E_α (нормально к направлению намотки стеклослюдоленты) и E_{45} (под углом 45^0 к оси стержня), плотность изоляции, а также исследовать ее возможную анизотропию.

Известно, что для ортотропного материала обобщенный закон Гука дает

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1}\sigma_x - \frac{\nu_{21}}{E_2}\sigma_y - \frac{\nu_{31}}{E_3}\sigma_z\,, \tag{29}$$

откуда при одноосном напряженном состоянии по оси x $E_1 = \sigma_x/\varepsilon_1$, где ν – коэффициенты Пуассона; 1, 2, 3 – номера координатных осей x, y, z соответственно. Аналогичные соотношения получают по другим осям. Правая часть в (29) определяется в эксперименте.

Образцы были изготовлены из корпусной изоляции четырех стержней обмотки статора турбогенератора мощностью 300 МВт с помощью алмазного отрезного круга. Другие способы разрезки нарушали целостность изоляции. Соответствующая требованиям стандарта [12] проверка параллельности боковых граней образца и их перпендикулярности к торцам проводилась с помощью инструментального микроскопа. Неперпендикулярность выше 30′ устранялась шлифовкой. Образцы с изменяющейся более чем на 0,2 мм толщиной или шириной, отбраковывались.

По стреле, измеряемой с помощью щупа, проверялась кривизна образцов. Оценка результатов по формулам теории кривых брусьев показала, что максимальная кривизна (до 0,52 мм на длине 180 мм) практически не влияет на результаты испытаний.

Ширина всех образцов составляла 10 мм, длина 180 мм, толщина 6,7 мм (толщина изоляции). Всего было взято 165 образцов. Плотность изоляции определялась методом обмера и взвешивания (погрешность до 0,5 %), причем масса определялась с точностью до 0,0002 г.

Гипотеза о нормальности распределения ρ для $n = 165$ образцов подтверждается при проверке по критерию χ^2 Пирсона [13] с условием значимости критерия $q = 0{,}1$. Рассмотрен вопрос о возможной анизотропии по среднему арифметическому значению $\overline{\rho}$ и моде $m_0\rho$. Анизотропия незначительна (2,5 и 4,6 % соответственно).

Исследования модуля E_1 проводились испытательной машине Instron. Измерения проводились по линейному участку диаграммы. При выходе в нелинейную зону образец разгружался так, чтобы контрольный опыт проводился в условиях, идентичных основному. Оба замера давали для каждого образца близкие результаты. Погрешность эксперимента по E можно оценить в 5 %.

Данные по E_1 обработаны методами прикладной статистики, как данные по ρ. Получено, что параметр E_1 меняется в пределах (2,55÷7,97) · 10^4 МПа. Подсчеты дают следующие результаты:

– среднее арифметическое значение $\overline{E}_1$ =5,450 · 10^4 МПа;

– несмещенная оценка для дисперсии S_E^2 =1,669 · 10^8,

– несмещенная оценка для среднего квадратического отклонения

– S_E =1,292 · 10^4 МПа,

– оценка среднего квадратического отклонения среднего арифметического $S_Z = S_E / \sqrt{n}$ =0,2044 · 10^4 МПа,

– мода m_0E_1 = 5,690 · 10^4 МПа.

Соответственно для плотности ρ кг⁄м^3 получено

$$\overline{\rho} = 1772;\quad S^2_\rho = 3854;\quad S_\rho = 62{,}08;\quad m_0\rho = 1770.$$

Полученные здесь усредненные данные соответствуют параметрам близкого по компонентам S – стеклоэпоксидного связующего [14]:

$$E_1 = 5{,}27\cdot 10^4 \text{ МПа};\quad \rho = 1990 \text{ кг⁄м}^3.$$

Проверка нормальности распределения модуля E_1 проведена по критерию Пирсона χ^2. При уровне значимости критерия $q = 0{,}10$ χ_{11}^2 = 0,103; χ_B^2 = 5,991. Поскольку χ^2 = 0,258, то гипотеза о нормальности распределения выполняется, так как 0,103 < 0,258 < 5,991. Данный результат соответствует тому экспериментальному факту, что амплитуды колебаний статорных обмоток электрических машин также распределяются по нормальному закону. По этому же закону распределены E, $\sigma_{вр}$ и коэффициент линейного расширения для эпоксидного компаунда – одного из основных компонентов корпусной изоляции [15].

Оценка степени анизотропии проведена на ограниченном числе образцов. Значение $\overline{E}_{45}$ ниже $\overline{E}_1$ на 18,6 %, $\overline{E}_\alpha$ выше $\overline{E}_1$ на 6,6 %.

Проведено выборочное исследование E_1 при повышенных температурах на пяти образцах. При 80^0 С E_1 снижается в среднем до 63,7 % от его значения при 20^0 С, при 120^0 С – до 39,5 %. Как показывает сравнение, при температуре 110-130^0 С у изоляции ВЭС-1 E снижается на 30,3 % от его значения при комнатной температуре (4,22·10^4 МПа). При комнатной температуре у микалентной компаундированной изоляции E = 2,65 · 10^4 МПа, у изоляции «Слюдотерм» $E = 2{,}7 \cdot 10^4$ МПа, а для «Монолит-2» -$3{,}1 \cdot 10^4$ МПа.

Коэффициент корреляции

$$r_{E\rho} = -0{,}1261.$$

Это соответствует очень слабой связи между модулем упругости E_1 и плотностью ρ изоляции ВЭС-2, а при гауссовском распределении – очень слабой зависимости между ними [16].

Модуль сдвига G_{13} и коэффициент Пуассона ν_{13} определялись с помощью тензорезисторов. Получено, что

$$\bar{G}_{13} = 1{,}73 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \quad \underline{\underline{S}}_G = 0{,}109 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \quad \bar{\nu}_{12} = 0{,}183; \quad \underline{\underline{S}}_\nu = 0{,}0371.$$

Изложенные результаты были применены к расчету низших собственных частот стандартного отрезка стержня в направлениях максимальной и минимальной жесткостей. Эти параметры входили в набор 10-ти параметров математической модели торцевой зоны статорной обмотки [4]. В качестве стандарта длины отрезка бралась 1/10 длины пазовой части стержня для турбогенератора мощностью 500 МВm.

Расчет частот вначале проводился по усредненным данным $\bar{E}_1$, $\bar{G}_{13}$, $\bar{\nu}_{12}$, $\bar{\rho}$ для корпусной изоляции. Для других материалов, составляющих стержень, аналогичные параметры брались из опубликованных в литературе экспериментальных данных – см., например, [17]. Сюда относятся проводниковая медь, стеклолента, стекловолокно, миканит (электроизоляционный материал на основе слюды), стеклотекстолит, асболавсановая лента, асбобумага, алюминивая фольга. Всего $k = 73$ слоя. Рассматриваются колебания в плоскости максимальной жесткости.

Результаты сведены в табл. 1, где m – номер серии частот.

Наблюдается закономерность

$$f_{1r} < f_r < f_r^{(0)} << f_{2r}$$

Частоты f_{2r} с ростом r растут медленнее, чем f_{1r}. Влияние поперечного сдвига на частоты первой серии значительно сильнее, чем осевых сил инерции. Частоты второй серии при $r = 1 \div 3$ на порядок выше первой.

В реальных конструкциях и стационарных режимах более вероятны колебания типа 1-ой серии. Учет осевых сил инерции необходим для исследования переходных процессов при анормальных режимах (внезапные короткие замыкания, неправильная синхронизация с сетью, потеря возбуждения и др.) [6].

Минимальные, средние и максимальные значения E_1, ρ и f_1 в абсолютных и относительных единицах приведены в табл. 2. При оценке разброса по частоте учтено, что $r_{E\rho} = -0{,}1261$.

Эти данные и другие имеющиеся результаты позволяют оценить механическую надежность пазовой части статорной обмотки и всего турбогенератора в эксплуатации [18].

Таблица 1 – Частоты стержня турбогенератора

Параметр	Размерность	m	r	Теория		
				Классическая	С учетом сдвига	
					Без осевых сил	С осевыми силами
f_{mr}	Гц	1	1	381,49	329,65	328,5
		1	2	1525,77	994,12	989,1
		1	3	3432,98	1705,8	1699
		2	1	-	-	5997,6
		2	2	-	-	7964,6
		2	3	-	-	10427
η_f	-	1	1	1	0,86422	0,86111
		1	2	1	0,65155	0,64826
		1	3	1	0,49689	0,49491
		2	1	-	-	15,723
		2	2	-	-	5,2199
		2	3	-	-	3,0378

Таблица 2 – Разброс механических характеристик пазовой части статорной обмотки

Характеристика	Параметры корпусной изоляции				Собственная частота	
	Модуль упругости		Плотность			
	$E_1 \cdot 10^{-4}$ МПа	$E_1 / \overline{E}_1$	ρ, кг/м^3	$\rho / \overline{\rho}$	f_1, Гц	$f_1 / \overline{f}_1$
min	2,55	0,468	1570	0,886	301,8	0,791
M	5,45	1	1772	1	381,5	1
max	7,97	1,462	1900	1,072	447,3	1,173

Выводы. На базе экспериментов разработан метод расчета стержневой обмотки статоров турбогенераторов в стационарных и переходных режимах, включая внезапное короткое замыкание. Вариационное рассмотрение позволило учесть конкретную конструкцию закрепления стержней.

Показано, что модуль упругости и плотность корпусной изоляции стержней распределены по нормальному закону. Выполнена оценка соответствующего разброса по собственным частотам изгибных колебаний для стержневой обмотки.

Перспективы дальнейшего развития данного направления – объединение детерминированного и вероятностного подходов к расчету торцевых и средней зон статора, что позволяет оценить механическую надежность турбогенератора в эксплуатации.

Список литературы: 1. Машины электрические вращающиеся. Турбогенераторы. Межгосударственный стандарт ГОСТ 533–2000. / МЭК 34−3−88. – Киев, 2002. – 28 с. **2.** *Шидловский А.К., Федоренко*

Г.М., Кузьмин В.В. Фундаментальные и прикладные исследования в области энергетического электромашиностроения // Новини енергетики. – 2004. – № 9. – С. 20-28. **3.** *Ubercherst D., Weiland H., Wohrle G.* Life- Management Experiences with Generators in German Utilities. – CIGRE–96. – Report 11-205. – 6 p. **4.** *Остерник Э.С.* Моделирование деформационных полей в электромашиностроении с помощью функций N – переменных // Вестник НТУ «ХПИ», Сб. научных трудов. Тем. выпуск «Динамика и прочность машин». – 2003. – № 8, т. 3. – С. 29–42. **5.** *Harrison H., Hollauf H., Lapointe j.–L.* Design and Experience Freedback of Turbogenerator Retrofit Packages to the United States // Новини енергетики. – 2002. – № 10. – С. 27. **6.** *Хуторецкий Г.М., Токов М.И., Толвинская Е.В.* Проектирование турбогенераторов. – Л., Энергоатомиздат, 1987. – 256 с. **7.** *Станиславский Л.Я., Гаврилов Л.Г., Остерник Э.С.* Вибрационная надежность мощных турбогенераторов. – М.: «Энергия», 1985. – 240 с. **8.** *Кац А.М.* Теория упругости. – СПб: Лань, 2002. – 207 с. **9.** *Остерник Э.С.* Исследование динамики многослойных оболочек и пластин в тяжелом электромашиностроении // Проблемы машиностроения. – 1977. – Вып. 5. – С. 41-47. **10.** *Тарнопольский Ю.М., Кинцис Т.Я.* Методы статических испытаний армированных пластиков. – М.: «Химия», 1975. – 264 с. **11.** ISO Recommendation R 178. Plastics. Determination of Flexural Properties of Rigid Plastics. 1st Edition. February. 1971. Printed in Switzerland. **12.** Пластмассы. Методы определения модуля упругости при растяжении, сжатии и изгибе. ГОСТ 9550 – 81. – М., Госстандарт, 1981. – 10 с. **13.** Методы обработки результатов наблюдений при измерениях // Труды метрологических институтов СССР. – Вып. 134 (194). – М.-Л., Изд-во стандартов, 1972. – 118 с. **14.** Композиционные материалы: В 8-ми т. Пер. с англ./под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. – М., Машиностроение, 1978. – Т.7, ч.1. – 300 с. **15.** *Кан К.Н., Николаевич А.Ф., Шанников В.М.* Механическая прочность эпоксидной изоляции. – Л.: «Энергия», 1973. – 152 с. **16.** *Мирский Г.Я.* Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. – М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с. **17.** Справочник по электротехническим материалам / В 3-х т. Под ред. *Ю.В.Корицкого, В.В. Пасынкова, Б.М. Тареева.* – Т. 2. – М.: «Энергия», 1974. – 616 с. **18.** Машиностроение: Энциклопедия в 40 т. // М.: Машиностроение, Т. IV–3. Надежность машин. [В.В.Клюев, В.В.Болотин, Ф.Р.Сосни и др.]. – 1998. – 592 с.

Поступила в редколлегию 30.05.2007

УДК 531

В.П.ОЛЬШАНСКИЙ, докт. физ.-мат. наук ХНТУСХ;
С.В.ОЛЬШАНСКИЙ, НТУ «ХПИ»

ОБ ЭКСТРЕМУМАХ СКОРОСТИ ПАДЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ

Досліджено екстремальні властивості швидкості вертикального падіння сферичного тіла, радіус якого змінюється в часі по лінійному закону. Визначені також умови, при виконанні яких зберігається монотонність швидкості руху.

The extreme properties of vertical fall speed of a spherical body with linearly changing in time radius are investigated. The conditions of motion speed monotonicity are determined.

Актуальность темы и цель исследования. Формулы, полученные Н.Е.Жуковским при изучении движения тела постоянной массы в газовой среде [1,2], успешно использовались при расчете парашютных систем. Эти результаты были также полезными при проектировании установок автоматического пожаротушения [3], при расчете движения капель распыленных топ-