

научно-технический сборник. – Харьков, 1986. – Вып. 44. – С. 90-94. 7. *Клаф Р., Пензиен Д.* Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с. 8. *Синицын А. П.* Практические методы расчета сооружений на сейсмические нагрузки. – М.: Стройиздат, 1966. – 145с.

Поступила в редколлегию 10.12.2006

УДК 621.01

А.И.ЗАЙЦЕВ, докт.фарм.наук, НФУ, Харьков;
В.М.ШАТОХИН, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ РОТОРА КОМПРЕССОРА ДИЗЕЛЯ 6ТД-2 С НЕЛИНЕЙНОЙ ОПОРОЙ

Розроблено метод розрахунку критичних швидкостей роторів компресорів дизелів типу 6ТД з урахуванням нелінійного характеру опор. У його основі лежать методи початкових параметрів і гармонічної лінеаризації разом з ідеєю побудови скелетних кривих. Приведено результати розрахунково-експериментальних досліджень.

Estimation method of rotor critical velocities for diesel compressor 6TD subject to bearing nonlinear nature is developed. On the basis of this method lie approaches of initial parameters and harmonic linearization coupled with skeleton curves building idea. The results of design-experiment researches are cited.

Введение. Роторы являются важнейшими элементами большинства машин и механизмов и служат в них для передачи крутящего момента или вращательного движения. Во многих случаях они являются источником вредных вибраций, интенсивность которых зависит от целого ряда факторов, в частности от близости рабочих скоростей к так называемым критическим скоростям. Отличительная особенность роторных вибраций состоит в том, что в подавляющем большинстве случаев они связаны с поперечными колебаниями роторов. Несмотря на то что проблеме колебаний роторов посвящен ряд монографий, сборников [1-5] и очень большое число публикаций, в инженерной практике часто возникают задачи, для которых разработанные алгоритмы непосредственно не могут быть применены.

Опыт эксплуатации существующих (рис. 1, а) и экспериментальной доводки создаваемых конструкций компрессоров для дизелей типа 6ТД показал, что на некоторых режимах работы двигателей может иметь место проседание упругих колец (рис. 1, б) в опорах. При этом характер зависимости упругой силы от смещения соответствующего сечения ротора фактически становится нелинейным (рис. 2), что ведет к увеличению эквивалентной жесткости опоры и, как следствие, критических скоростей ротора. Попадание же последних в диапазон рабочих частот вращения двигателя являлось непосредственной причиной разрушения узлов компрессора и выхода его из строя.

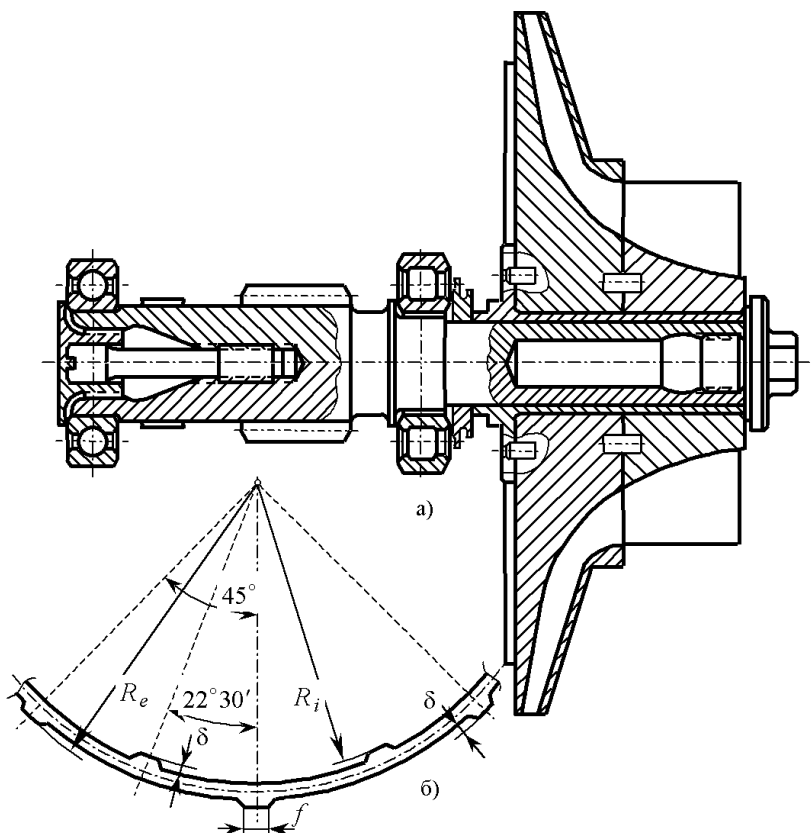


Рисунок 1 – Ротор с одной крыльчаткой:
 а – схема ротора; б – упругая кольцевая опора

Целью данной работы является создание метода расчетов критических скоростей ротора компрессора с нелинейными опорами, базирующегося на методе гармонической линеаризации и идее построения скелетных кривых. Основу алгоритма решения линейной краевой задачи на каждом шаге итерационного процесса составляет один из наиболее общих методов решения линейных краевых задач – метод начальных параметров. Для одно- и двухступенчатого ротора компрессора дизеля 6ТД-2 с различными конструкциями опор определены критические скорости.

1. Метод исследования критических скоростей. Для расчетов критических скоростей принят метод начальных параметров в матричной форме [6, 7]. В качестве характеристики параметров сечения вала используется вектор-столбец $[P, M, \psi, y]^T$, в котором P – поперечная сила, M – изгибающий момент,

ψ – угол поворота, y – прогиб (т – знак транспонирования). При разбивке вала на участки применялись следующие матрицы перехода, построенные с помощью универсальной формулы упругой линии.

Матрица перехода через безмассовые участки постоянного сечения и матрица перехода через участок постоянного сечения с массой на левом краю имеют вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\Delta z_i & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\beta_i \Delta z_i}{2} & -\beta_i & 1 & 0 \\ \frac{\beta_i \Delta z_i^2}{6} - \frac{\beta_i \Delta z_i}{2} & \Delta z_i & 1 & 0 \end{bmatrix}; (1) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_i \Omega^2 \\ -\Delta z_i & 1 & 0 & -\Delta z_i m_i \Omega^2 \\ \frac{\beta_i \Delta z_i}{2} & -\beta_i & 1 & \frac{\beta_i \Delta z_i m_i \Omega^2}{2} \\ \frac{\beta_i \Delta z_i^2}{6} - \frac{\beta_i \Delta z_i}{2} & \Delta z_i & \frac{\beta_i \Delta z_i^2 m_i \Omega^2}{6} + 1 & 0 \end{bmatrix}, (2)$$

где m_i – масса на i -м участке;

$\Delta z_i, D_i, d_i, E_i$ – соответственно длина, наружный, внутренний диаметры, модуль упругости i -го участка;

$$I_i = \frac{\pi(D_i^4 - d_i^4)}{64} - \text{момент инерции сечения } i \text{-го участка};$$

$$\beta_i = \frac{\Delta z_i}{E_i I_i};$$

Ω – угловая скорость.

Матрицы переходов через сосредоточенную массу, упругую опору и массу, обладающую инерцией поворота, имеют соответственно вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_i \Omega^2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; (3) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -C_P \\ 0 & 1 & -C_M & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; (4) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_i \Omega^2 \\ 0 & 1 & \left(I_\vartheta - \frac{I_P}{\lambda} \right) \Omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, (5)$$

где C_P, C_M – силовая и моментная жесткость опоры;

$\omega, \lambda = \Omega/\omega$ – угловая скорость и коэффициент прецессии;

I_P, I_ϑ – полярный и экваториальный моменты инерции.

Для дальнейшего удобно представить начальный столбец для вала со свободным левым концом или с упругой опорой на этом конце ($P = M = 0$) в виде двух столбцов

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \Psi_0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot y_0, (6)$$

где ψ_0, y_0 – угол поворота сечения и прогиб вала на левом конце.

Тогда вектор-столбец параметров $(i + 1)$ -го сечения вала через векторы-столбцы в i -м его сечении запишется в форме

$$\begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_{i+1} = \mathbf{A}_i \left\{ \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_i^{(1)} \cdot \psi_0 + \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_i^{(2)} \cdot y_0 \right\} \quad (i = \overline{0, N-1}), \quad (7)$$

где \mathbf{A}_i – матрица перехода через i -й участок вала;

N – число участков.

Следовательно, вектор-столбец параметров в крайнем правом сечении можно представить в виде:

$$\begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_N^{(1)} \cdot \psi_0 + \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_N^{(2)} \cdot y_0. \quad (8)$$

При свободном правом крае или при наличии на нем упругой опоры $P_N = M_N = 0$, тогда из формулы (8) следует

$$\left. \begin{aligned} P_N^{(1)} \psi_0 + P_N^{(2)} y_0 &= 0; \\ M_N^{(1)} \psi_0 + M_N^{(2)} y_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Из условия нетривиальности решения однородной системы уравнений (9) получим уравнение для нахождения критических скоростей, приравняв определитель системы нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} P_N^{(1)} & P_N^{(2)} \\ M_N^{(1)} & M_N^{(2)} \end{vmatrix} = P_N^{(1)} M_N^{(2)} - P_N^{(2)} M_N^{(1)} = 0. \quad (10)$$

После того, как найдена критическая частота из уравнения (10), легко строится соответствующая форма колебаний. Полагая $y_0 = 1$, из системы уравнений (9) получим

$$\psi_0 = -\frac{P_N^{(2)}}{P_N^{(1)}}, \quad (11)$$

то есть начальный вектор-столбец на данной критической частоте оказывается по существу известным. Следовательно, форму колебаний легко построить, воспользовавшись рекуррентными формулами, аналогичными (8) с учетом того, что вычисления ведутся на соответствующей критической частоте

$$\begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_{i+1} = \mathbf{A}_i \left\{ \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_i \cdot \left(-\frac{P_N^{(2)}}{P_N^{(1)}} \right) + \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_i \cdot 1 \right\} \quad (i = \overline{0, N-1}). \quad (12)$$

Описанный алгоритм реализован в универсальной программе. Для поиска корней уравнения (10) использован алгоритм деления отрезка пополам.

2. Метод исследования критических скоростей при наличии нелинейных опор. На рис. 2 приведены типичные зависимости реакции опоры с упругим кольцом от перемещения при различных значениях средней нагрузки P_{cp} , обусловленной крутящими моментами, передаваемыми на вал ротора со стороны двигателя и турбины (c_1 – эквивалентная жесткость кольца; c_2 – жесткость подшипников; δ – величина выступов кольца).

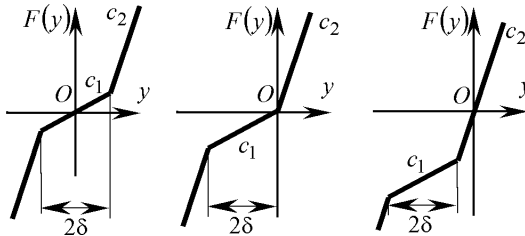


Рисунок 2 – Реакция опоры с упругим кольцом:
а – $P_{cp} = 0$; б – $P_{cp} = c_1 \Delta/2$; в – $P_{cp} > c_1 \Delta/2$

В соответствие с методом гармонической линейзации при колебаниях, близких к гармоническим [8]

$$y \approx A_0 + A \sin \omega t, \quad (13)$$

где A_0 , A – среднее смещение и амплитуда колебаний;
 ω – круговая частота.

В соответствие с методом гармонической линейзации эквивалентная жесткость, зависящая от амплитуды колебаний, определяется по формуле [8]

$$c_{\text{э}} = \frac{2}{AT} \int_0^T F(A_0 + A \sin \omega t) \sin \omega t dt, \quad (14)$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период колебаний.

Нахождение среднего смещения требует в общем случае численного решения нелинейного уравнения

$$\frac{1}{T} \int_0^T F(A_0 + A \sin \omega t) dt = P_{cp}. \quad (15)$$

Если средняя нагрузка учтена в характеристике нелинейности (см. рис. 2, а-в), то P_{cp} в формуле (15) следует положить равным нулю.

Для нахождения c_3 и A_0 в большинстве практических случаев удобно пользоваться более простыми приближенными формулами, полученными как частный случай линеаризации по функции распределения [9]

$$c_3 = \frac{1}{2A} \left\{ k_2 [F(A_0 + k_2 A) - F(A_0 - k_2 A)] + k_1 [F(A_0 + k_1 A) - F(A_0 - k_1 A)] \right\}; \quad (16)$$

$$\frac{1}{4} [F(A_0 - k_2 A) + F(A_0 - k_1 A) + F(A_0 + k_1 A) + F(A_0 + k_2 A)] = P_{cp}, \quad (17)$$

$$\text{где } k_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}; \quad k_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}.$$

Алгоритм определения критической скорости ротора на нелинейной опоре с использованием формул (14), (15) или (16), (17) строится следующим образом. Для заданной амплитуды колебаний A сечения вала на нелинейной опоре, которая определяется дисбалансом и частотой вращения ротора, с помощью нелинейного уравнения (15) или (17) находится среднее смещение A_0 . Затем с помощью уравнения (14) или (16) определяется эквивалентная жесткость опоры c_3 . Теперь уже можно воспользоваться алгоритмом определения критических скоростей в линейной модели, описанным выше. Отметим, что решение уравнения (17) существенно проще, чем уравнения (15), так как в последнем случае вычисление значения функции в каждой точке предполагает численное определение интеграла, что весьма трудоемко. Операция нахождения c_3 по формуле (16) является тривиальной. В то же время при использовании формулы (14) необходимо в общем случае численно вычислить интеграл.

3. Расчетные модели ротора нагнетателя. Исследования проводились для ротора компрессора с одной (см. рис. 1) и двумя крыльчатками. Расчеты модели с одной крыльчаткой (рис. 3) осуществлялись в основном для уточнения параметров упругих характеристик опор. При этом использовалась экспериментально найденное значение критической частота для модели без упругого кольца.

В соответствии с ранее описанной методикой расчетов критических скоростей участки вала принимаются безмассовыми, массы же считаются сосредоточенными в точках 1–4: $m_1 = 0,672$ кг; $m_2 = 0,334$ кг; $m_3 = 0,163$ кг; $m_4 = 0,09$ кг. Крыльчатка заменяется тонким диском массой 2,67 кг, для которого полярный и экваториальный моменты инерции имеют следующие значения: $I_p = 8,368 \cdot 10^{-3}$ кгм²; $I_3 = 5,45 \cdot 10^{-3}$ кгм².

Упругое кольцо имеет следующие параметры (см. рис. 1, б): наружный радиус $R_e = 0,0358$ м; внутренний радиус $R_i = 0,0373$ м; ширина выступов $f = 0,005$ м; высота выступов $\delta = 0,12 \cdot 10^{-3}$ м; радиус скругления выступов – 0,012

м; число выступов – 8. Для подсчета эквивалентной жесткости кольца, в котором находится роликовый подшипник опоры B , использовалась формула [10]

$$c_{\kappa} = 656 \frac{EI}{R^3}, \quad (18)$$

где $E = 2 \cdot 10^5$ МПа – модуль упругости для стали;

$I = bh^3/12$ – момент инерции поперечного сечения;

$R = 0,0379$ м – средний радиус кольца ($R = (R_e + R_i)/2$);

$b = 0,017$ м – ширина кольца ($0,01664 \leq b \leq 0,01676$ м);

$h = 0,01625 \cdot 10^{-3}$ м – высота поперечного сечения кольца ($0,964 \cdot 10^{-3} \leq h \leq 0,8685 \cdot 10^{-3}$ м).

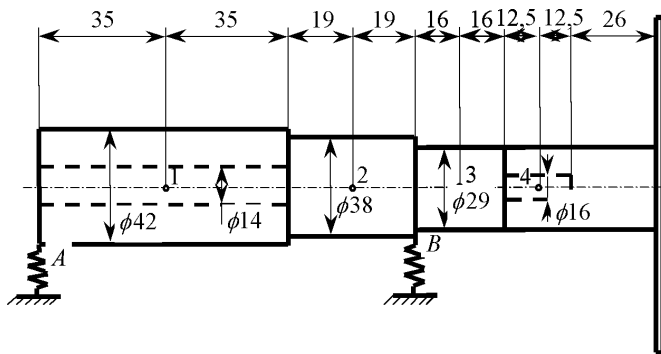


Рисунок 3 – Модель ротора с одним диском

С учетом разброса параметров поперечного сечения кольца получены следующие значения: $c_{\kappa_{\min}} = 2,158 \cdot 10^6$ Н/м; $c_{\kappa_{\max}} = 2,963 \cdot 10^6$ Н/м. Значения жесткостей колец шарикового (опора A) и роликового (опора B) подсчитывались по двум методикам. По методике [10] (в дальнейшем – первый вариант), получены значения $c_{u1} = 5,101 \cdot 10^7$ Н/м; $c_p = 7,407 \cdot 10^7$ Н/м. Методика, предложенная в работе [11] (в дальнейшем – второй вариант), дает: $c_{u2} = 1,226 \cdot 10^8$ Н/м; $c_p = 1,776 \cdot 10^8$ Н/м. При наличии кольца на опоре B ее эквивалентная жесткость подсчитывалась в соответствии с формулой

$$\frac{1}{c_B} = \frac{1}{c_p} + \frac{1}{c_{\kappa}}, \quad (19)$$

где c_B – эквивалентная жесткость опоры B .

Для первого варианта – $c_{B_{\min}} = 2,85 \cdot 10^6$ Н/м; $c_{B_{\max}} = 2,099 \cdot 10^6$ Н/м; для второго варианта – $c_{B_{\min}} = 2,132 \cdot 10^6$ Н/м; $c_{B_{\max}} = 2,914 \cdot 10^6$ Н/м.

На рис. 4 изображена модель ротора с двумя крыльчатками. Массы в ней

считаются сосредоточенными в точках 1-5: $m_1 = 0,672$ кг; $m_2 = 0,334$ кг; $m_3 = 0,273$ кг; $m_4 = 0,216$ кг, $m_5 = 0,113$ кг. Крыльчатки заменяются тонкими дисками с параметрами: $m^{(1)} = 2,61$ кг; $m^{(2)} = 1,1$ кг; $I_p^{(1)} = 8,633 \cdot 10^{-3}$ кгм²; $I_p^{(2)} = 1,766 \cdot 10^{-3}$ кгм². Экваториальные моменты инерции дисков определялись из условия $I_\Sigma = I_p/2$ [6]. При расчете критических скоростей ротора с учетом нелинейности опоры B ее параметры принимались следующими: $c_{1_{\min}} = c_{B_{\min}}$; $c_{1_{\max}} = c_{B_{\max}}$; $c_2 = c_p$.

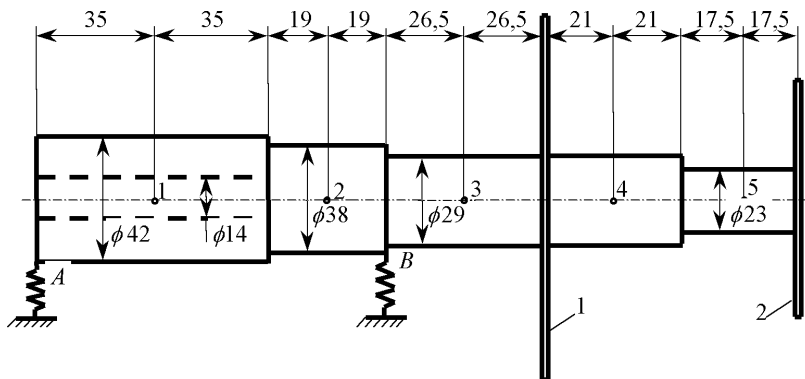


Рисунок 4 – Модель ротора с двумя дисками

4. Исследования критических скоростей ротора с одной крыльчаткой на линейных и нелинейных опорах

Рассчитывались следующие модели: 1 – жесткие опоры; 2 – упругие опоры (податливость обусловлена податливостью колец подшипников; варианты 1, 2); 3, 4 – упругие опоры (учитывается податливость подшипников и упругого кольца, для которого брались крайние значения его эквивалентной жесткости). В табл. 1 приведены результаты расчетов для варианта 1.

Данные испытаний позволили сделать предположение о том, что из-за поперечной нагрузки, действующей на вал компрессора, возможны определенные статические деформации упругого кольца. При наличии дисбаланса ротора это может придавать опоре B (см. рис. 3) нелинейные свойства. Проведено исследование зависимостей критических скоростей ротора при разной поперечной нагрузке от амплитуды колебаний его на опоре, вызванных дисбалансом. На рис. 5 приведены типичные зависимости критических скоростей ω_1 и ω_2 для случая, когда упругое кольцо полностью просело, что соответствует поперечной нагрузке на опоре $P_{cp} = 3,497 \cdot 10^2$ Н (нелинейная характеристика показана на рис. 2, б). Эти зависимости показывают, что увеличением амплитуд колебаний ротора на опоре до 0,12 мм вызывает незначительное

увеличение критических скоростей (указанные амплитуды следует считать относительно большими, так как величина выступов на упругом кольце $\delta = 0,12$ мм).

Критические скорости ротора для второго варианта приведены в табл. 2. На рис. 6 представлены типичные зависимости критических скоростей ω_1 и ω_2 от амплитуд колебаний для этого варианта. Средняя нагрузка и вид нелинейности такой же, как и в предыдущем случае. Качественно графики имеют такой же характер, как и приведенные ранее (см. рис. 5), то есть при увеличении амплитуды колебаний ротора на опоре до 0,12 мм критические скорости меняются незначительно. Следует заметить, однако, что для указанного на графиках диапазона изменения амплитуд колебаний интервал изменения критических скоростей в последнем случае существенно шире.

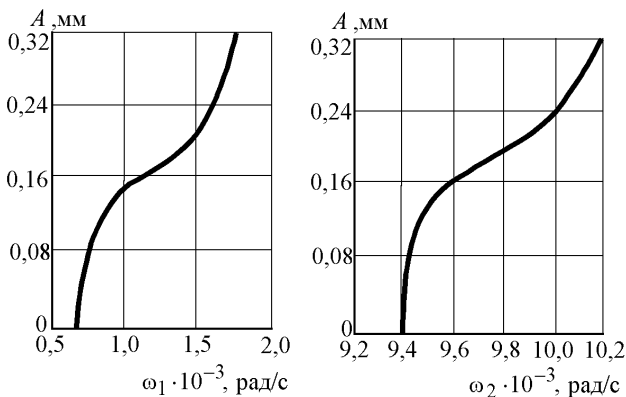


Рисунок 5 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре ($c_{и} = 5,101 \cdot 10^7$ Н/м; $c_p = 7,407 \cdot 10^7$ Н/м)

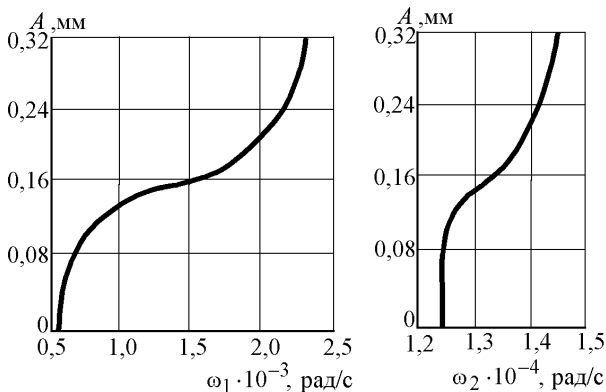


Рисунок 6 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре ($c_{и} = 1,226 \cdot 10^8$ Н/м; $c_p = 1,776 \cdot 10^8$ Н/м)

Первая критическая скорость ротора с опорами без упругого кольца, полученная экспериментально, равна 2962 рад/с. Из двух расчетных значений первой критической скорости, приведенных ранее (см. табл. 1, 2), есть значение, равное 2692 рад/с, полученное для жесткостей подшипников второго варианта. Относительная погрешность при этом составляет менее 10 %.

Таблица 1 – Критические скорости ротора с одним диском (вариант 1), рад/с

	Без учета гироскопического момента		С учетом гироскопического момента	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
1	$3,094 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$3,606 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
2	$1,985 \cdot 10^3$	$1,023 \cdot 10^4$	$2,109 \cdot 10^3$	$1,75 \cdot 10^4$
3	$5,560 \cdot 10^2$	$8,074 \cdot 10^3$	$5,560 \cdot 10^2$	$9,390 \cdot 10^3$
4	$4,790 \cdot 10^2$	$8,040 \cdot 10^3$	$4,870 \cdot 10^2$	$9,370 \cdot 10^3$

Таблица 2 – Критические скорости ротора с одним диском (вариант 2), рад/с

	Без учета гироскопического момента		С учетом гироскопического момента	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
1	$3,094 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$3,606 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
2	$2,460 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$2,692 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
3	$5,630 \cdot 10^2$	$1,010 \cdot 10^4$	$5,720 \cdot 10^2$	$1,250 \cdot 10^4$
4	$4,840 \cdot 10^2$	$1,010 \cdot 10^4$	$4,920 \cdot 10^2$	$1,250 \cdot 10^4$

Таким образом, жесткость подшипников, принятая во втором варианте, дает хорошее совпадение первой расчетной и экспериментальной критической скоростей.

Установка упругого кольца позволяет снизить первую критическую скорость более, чем в четыре раза (см. табл. 2) и вывести ее из диапазона рабочих режимов двигателя. Учет гироскопического момента на первой критической скорости сказывается незначительно – увеличивает ее примерно на 2 %. Вторая критическая скорость возрастает при этом почти на 20 %, но она не представляет опасности. Учет нелинейного характера опоры с кольцом показывает, что даже при относительно большой средней нагрузке на опоре и весьма значительной амплитуде колебаний сечения вала на ней возрастание критической скорости незначительное, только при значениях амплитуд, больших 0,32 мм, первая критическая скорость оказывается более 2250 рад/с.

5. Исследования критических скоростей ротора с двумя крыльчатками на линейных и нелинейных опорах

Расчеты проведены для тех же вариантов, что и в модели с одним дис-

ком. Дополнительно рассматривалась модель, у которой жесткость кольца увеличена в 2,5 раза. Это достигалось увеличением высоты поперечного сечения кольца ($R_i = 0,037$ м) и количества выступов – до 10.

В табл. 3 приведены критические скорости ротора на жестких и податливых опорах (вариант 1; $c_{ш} = 5,101 \cdot 10^7$ Н/м; $c_p = 7,407 \cdot 10^7$ Н/м). Сравнение полученных результатов с приведенными результатами для ротора с одной крыльчаткой (см. табл. 1) показывают, что для всех вариантов опор первая критическая частота примерно на 20 % ниже.

Проведено исследование зависимостей критических скоростей ротора от амплитуды колебаний его на опоре. На рис. 7 приведены типичные зависимости для полностью просевшего кольца ($P_{cp} = 3,497 \cdot 10^2$ Н; нелинейная характеристика показана на рис. 2, б). Качественно кривые для первых двух критических скоростей близки к соответствующим кривым ротора с одним диском (несколько смещены влево по частоте).

Таблица 3 – Критические скорости ротора с двумя дисками (вариант 1), рад/с

	Без учета гироскопического момента			С учетом гироскопического момента		
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_1	ω_2	ω_3
1	$2,305 \cdot 10^3$	$1,114 \cdot 10^4$	$>1,5 \cdot 10^4$	$2,651 \cdot 10^3$	$1,310 \cdot 10^4$	$>1,5 \cdot 10^4$
2	$1,597 \cdot 10^3$	$6,231 \cdot 10^3$	$1,159 \cdot 10^4$	$1,711 \cdot 10^3$	$7,650 \cdot 10^3$	$1,198 \cdot 10^4$
3	$4,594 \cdot 10^2$	$4,590 \cdot 10^3$	$1,128 \cdot 10^4$	$4,688 \cdot 10^2$	$6,081 \cdot 10^3$	$1,182 \cdot 10^4$
4	$3,964 \cdot 10^2$	$4,569 \cdot 10^3$	$1,128 \cdot 10^4$	$4,042 \cdot 10^2$	$6,060 \cdot 10^3$	$1,182 \cdot 10^4$

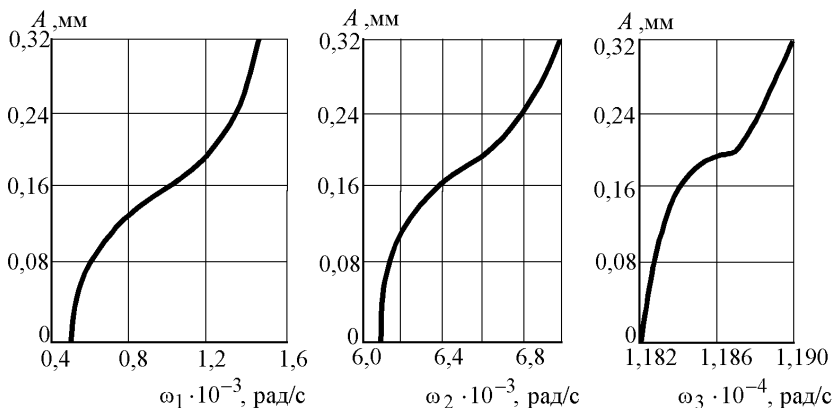


Рисунок 7 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре ($c_{ш} = 5,101 \cdot 10^7$ Н/м; $c_p = 7,407 \cdot 10^7$ Н/м)

В табл. 4 приведены критические скорости ротора на жестких и податливых опорах (вариант 2; $c_{ш} = 1,226 \cdot 10^8$ Н/м; $c_p = 1,776 \cdot 10^8$ Н/м). Кроме того,

там же помещены критические скорости для случая, когда жесткость кольца увеличена в 2,5 раза (в табл. 4 – строка 5). Первая критическая частота ротора без упругого кольца при учете гироскопического момента оказалась равной $2,114 \cdot 10^3$ рад/с. В предыдущем случае она была равна $1,711 \cdot 10^3$ рад/с.

Таблица 4 – Критические скорости ротора с двумя дисками (вариант 2), рад/с

	Без учета гироскопического момента			С учетом гироскопического момента		
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_1	ω_2	ω_3
1	$2,305 \cdot 10^3$	$1,114 \cdot 10^4$	$>1,5 \cdot 10^4$	$2,651 \cdot 10^3$	$1,310 \cdot 10^4$	$>1,5 \cdot 10^4$
2	$1,923 \cdot 10^3$	$7,550 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$2,114 \cdot 10^3$	$8,966 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
3	$4,655 \cdot 10^2$	$4,798 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$4,749 \cdot 10^2$	$6,399 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
4	$4,002 \cdot 10^2$	$4,779 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$4,080 \cdot 10^2$	$6,380 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
5	$7,032 \cdot 10^2$	$4,901 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$7,199 \cdot 10^2$	$6,496 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$

Первая критическая скорость, полученная при учете податливости кольца, отличается значительно. Это указывает на то, что она формируется жесткостью опоры *B*. Увеличение жесткости кольца в 2,5 раза привело к увеличению первой критической скорости с $4,749 \cdot 10^2$ рад/с до $7,199 \cdot 10^2$ рад/с (при учете гироскопического момента); вторая критическая скорость изменяется при этом несущественно.

Исследования критических скоростей с учетом нелинейности опоры проведены для различных значений средней нагрузки на опоре P_{cp} : $3,497 \cdot 10^2$ Н, $5,886 \cdot 10^2$ Н, $1,177 \cdot 10^3$ Н (рис. 8, 9). Последним двум значениям средней нагрузки отвечает нелинейность, представленная на рис. 2, в. Указанные нагрузки являются существенными и соответствующие расчеты в основном преследовали цель выявления качественных особенностей зависимости критических скоростей от амплитуде колебаний ротора на опоре.

Графики рис. 8 имеют тот же качественный характер, что и первые два графика на рис. 7. Критические скорости располагаются в большом частотном диапазоне, однако, при изменении амплитуд колебаний до 0,12 мм они меняются незначительно.

Графики на рис. 9 имеют принципиальную качественную особенность. При средней нагрузке, превосходящей величину силы, при которой происходит полное проседание кольца, критические скорости для значений амплитуд, примерно равных 0,12 мм, убывают. Большей средней нагрузке отвечают кривые, располагающиеся в более узком частотном диапазоне, левая граница которого лежит выше по частоте.

Таким образом, ротор с двумя крыльчатками при учете только податливости подшипников имеет первую критическую скорость $2,114 \cdot 10^3$ рад/с, ротор с одной крыльчаткой – $2,692 \cdot 10^3$ рад/с. Наличие упругого кольца снижает

ет первую критическую скорость до $4,749 \cdot 10^2$ рад/с. Увеличение жесткости кольца в 2,5 раза приводит к возрастанию критической скорости до $7,199 \cdot 10^2$ рад/с. При просадке упругого кольца существенный рост критической скорости возможен только для значительных амплитуд колебаний ротора на опоре, приблизительно равных 0,32 мм. При больших средних нагрузках с возрастанием амплитуд колебаний может наблюдаться существенное уменьшение критической скорости до значений, близких к критической скорости ротора с упругим кольцом.

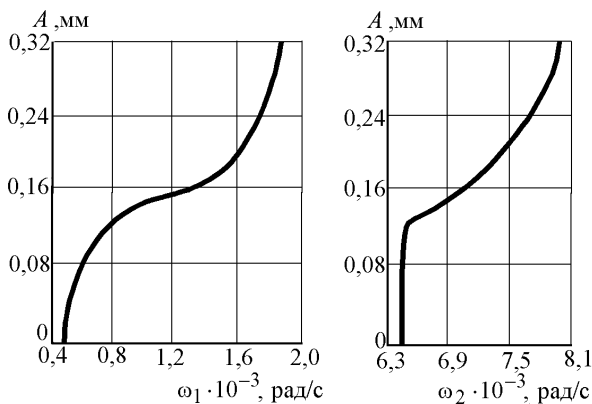


Рисунок 8 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре ($P_{cp} = 3,497 \cdot 10^2$ Н)

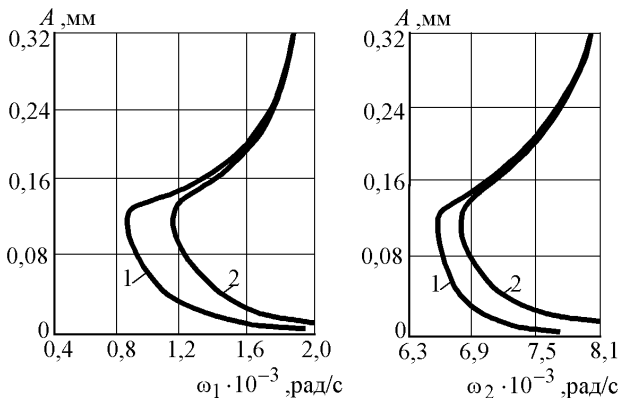


Рисунок 9 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре: 1 – $P_{cp} = 5,866 \cdot 10^2$ Н; 2 – $P_{cp} = 1,177 \cdot 10^3$ Н)

Выводы

1. Разработан метод расчетов критических скоростей ротора компрессора с учетом нелинейного характера опор, который базируется на методах на-

чальных параметров и гармонической линеаризации вместе с идеей построения скелетных кривых.

2. Определены критические скорости одно- и двухступенчатого ротора компрессора дизеля 6ТД-2 с различными конструкциями опор.

3. Установлено, что учет нелинейного характера опор приводит к увеличению значений критических скоростей.

4. Результаты исследований являются перспективной основой создания более совершенных конструкций компрессора.

Список литературы: 1. Кельзон А.С., Журавлев Ю.Н., Январев Н.В. Расчет и конструирование роторных машин. – М.: Машиностроение, 1977. – 306 с. 2. Рагульский К.М., Иоцшас Рем.Д., Бакиш А.К. Вибрации роторных систем. – Вильнюс: Мокслас, 1976. – 242 с. 3. Диментбег Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд-во АН СССР, 1960. – 248 с. 4. Кемтнер М.Л. Методы динамических податливостей и жесткостей для расчета изгибных колебаний упругих систем со многими степенями свободы. – В кн.: Поперечные колебания и критические скорости. – М.: Изд-во АН СССР, 1951. – 364 с. 5. Ланна М.И. Гибкие роторы судовых турбин. – Л.: Судостроение, 1969. – 286 с. 6. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с. 7. Ивович В.А. Переходные матрицы в динамике упругих систем. – М.: Машиностроение, 1969. – 200 с. 8. Вульфсон И.И., Коловский М.З. Нелинейные задачи динамики машин. – Л.: Машиностроение, 1968. – 284 с. 9. Коловский М.З. Нелинейная теория виброзащитных систем. – М.: Наука, 1966. – 317 с. 10. Определение надежности и ресурса динамически нагруженных приводов турбопоршневого двигателя: Отчет о НИР (заключит.) / Харьков. политехн. ин-т им В.И. Ленина; Инв. № ДПМ-Ш-72-34. – Харьков, 1972. – 162 с. 11. Маслов Г.С. Расчеты колебаний валов. – Л.: Машиностроение, 1968. – 272 с.

Поступила в редколлегию 15.06.2007

УДК 539.3

Б.Ф.ЗАЙЦЕВ, докт.техн.наук; **Н.Г.ШУЛЬЖЕНКО**, докт.техн.наук;
А.В.АСАЕНКО; ИПМаш НАН Украины, Харьков

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕЩИН С КОНТАКТИРУЮЩИМИ БЕРЕГАМИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Запропоновано методику розрахунку напружено-деформованого стану тіл з тріщинами, в якій враховано контактування берегів тріщини в напрямку нормалі. Наведено приклад розрахунку деформацій вала з тріщиною під дією власної ваги при різних кутових положеннях вала.

A technique for calculation of state of stress and strain of cracked bodies taking into account cracks sides contacts in normal direction is proposed. An example of calculation of strains of a cracked shaft under body weight at various shaft angle positions is presented.

Введение. Учет контактирования берегов трещин в конструкциях существенно влияет на коэффициенты интенсивности напряжений, применяемые в