

работающих в условиях абразивного изнашивания, следует эквивалентные напряжения, действующие на поверхности трения, домножать в соответствии с рекомендациями [1, 2] на коэффициент структурной адаптации трибосопряжения K_{ca} и коэффициент достигнутой анизотропии η .

2. Коэффициент структурной адаптации K_{ca} является объективным показателем работы трибосопряжений в условиях абразивного изнашивания.

3. Изменение анизотропии свойств, реологические и синергетические явления, и, связанное с ними изменение НДС поверхности трения, определяется коэффициентом анизотропии η , для определения которого и разработана универсальная программа SIA 1.00.

Список литературы: 1. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с. 2. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 712 с. 3. Качанов Д.М. Основы механики разрушений. – М.: Наука, 1974. – 311 с. 4. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 399 с. 5. Григорьев Ю.П. Сопротивление материалов и строительная механика авиационных конструкций. – М.: Воен. изд. МО СССР, 1977. – 512 с. 6. Приймаков А.Г. Усталостные испытания силовых трехволновых зубчатых передач с металлополимерными гибкими колесами // Проблемы трения и изнашивания. – 1985. – Вып. 27. – С. 48-51. 7. Приймаков А.Г. Применение ускоренных методов испытаний на выносливость волновых зубчатых передач // Теория механизмов и машин. – 1990. – № 48. – С. 39-44. 8. Приймаков О.Г., Молякко О.И. Втомленість авіаційних конструкцій та засоби її попередження // Інтегральні технології та енергозбереження. – 2002. – № 1. – С. 32-41. 9. Приймаков О.Г., Лисяк О.О., Приймаков Г.О. Прогнозування надійності та довговічності авіаційної техніки // Вестник науки и техники. – 2003. – № 1. – С. 12-19. 10. Приймаков О.Г., Бобровицький О.В., Приймаков Г.О. Витривалість кольорових сплавів та її експериментальні дослідження // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2002. – Вып. 14. – С.155-161. 11. Войтов В.А. и др. Конструктивная износостойкость узлов трения гидромашин. – Харьков: изд. Центра им. Л.Курбаса, 1996. – 140 с.

Поступила в редколлегию 28.04.2006

УДК 681.3

И.Г.СУВОРОВА, докт.техн.наук;
С.С.ХОЛОБЦЕВ; ИПМаш НАН Украины

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СЛОЖНОПОЛОСТНЫХ СИСТЕМАХ

Математична модель течії в'язкої нестискаємої рідини, збудована методом R – функцій та її комп'ютерна реалізація, дозволила в рамках системи ПОЛЕ провести чисельне дослідження в гідродинамічних каналах із складним профілем, отримати якісні картини течії, оцінити вплив чисел Рейнольдса (Re)

The mathematic model current of the tough incompressible fluid and her computer realization in POLE system allowed making the numerical research into hydrodynamics canals with compound profile building by R-function method. Qualitative pictures currents are received. The influence of Reynolds number (Re) is valued.

Над формулировкой основных уравнений движения вязкой жидкости, представляющих математическую модель законов сохранения импульса и

массы, работали Л.Навье, С.Пуассон, Б.Сен-Венан и Дж. Г.Стокс. При этом был использован обобщенный закон трения Ньютона, предполагающий, что для движущихся жидкостей и газов напряжения пропорциональны скоростям деформаций, а также соображения о действии межмолекулярных сил.

Основные краевые задачи для стационарных уравнений Навье-Стокса связаны с исследованием течений в замкнутых полостях, каналах, течений со свободными поверхностями, в струях и следах за телами, с обтеканием тел. При этом интегрирование уравнений Навье-Стокса проводится в областях (конечных или бесконечных), на границе которых ставятся условия из соображений физического характера (условия прилипания или скольжения по поверхности тел, вдува или отсоса на проницаемых поверхностях, условия внешнего потока вдали от обтекаемого тела, условия на свободной границе и др.). Для нестационарных задач помимо граничных условий должны задаваться начальные условия.

Плоское стационарное течение несжимаемой вязкой жидкости в замкнутой области описывается следующей системой уравнений:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \nu \Delta U = 0; \quad (1)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - \nu \Delta V = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Здесь (1), (2) – уравнения Навье-Стокса, (3) – уравнение неразрывности движения [1–3].

Переходя к безразмерным параметрам, промасштабировав по характерным размерам длины и скорости и вводя функцию тока ψ и вихрь ω с помощью следующих соотношений

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad \omega = \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x}$$

система (1)-(3) сводится к нелинейному дифференциальному уравнению относительно функции тока ψ

$$\frac{1}{\text{Re}} \Delta \Delta \psi - \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi}{\partial y} = 0. \quad (4)$$

Искомые функции тока и вихря зависят от числа Рейнольдса (Re), характеризующего отношение сил инерции к силам вязкости и определяющего интенсивность вынужденной конвекции [1-3].

При решении уравнения (4) возникают трудности, связанные с наличием малого параметра при старшей производной $\left(\frac{1}{\text{Re}}\right)$ и нелинейностью исходного оператора задачи.

Наличие малого параметра при старшей производной приводит к боль-

шим кривизнам (резкому перепаду градиентов) решения, что соответствует появлению у стенок областей при больших Re пограничного слоя, толщина которого пропорциональна $\frac{1}{Re}$.

Нелинейность оператора (4), типичная для систем гидродинамического типа, обусловлена в случае несжимаемой жидкости инерционными составляющими в уравнениях количества движения.

Все это приводит при $Re \gg 1$ к образованию весьма сложных течений и в ряде случаев явление вычислительной неустойчивости трудно отличить от возможного сложного поведения решения [4,5].

В большинстве случаев для каждого типа течения в некотором диапазоне чисел Re существует единственное устойчивое стационарное решение уравнений Навье-Стокса, для получения которого можно использовать либо стационарные уравнения, либо нестационарные при $t \rightarrow \infty$ (метод установления). При увеличении числа Re стационарное течение перестает быть единственным и начинает зависеть от начальных данных.

Для нахождения функции тока ψ в некоторой области задаются соответствующие физике процесса граничные и начальные условия. Учет геометрических и динамических параметров при решении уравнения (4) создает дополнительные трудности. Избежать многие трудности при решении уравнения (4) позволяет метод R-функций, разработанный академиком В.Л.Рвачевым и система POLE [6,7].

Решение уравнения (4) представим в виде $\psi = \psi_1 + \psi_0$, где $\psi_1 = \omega_1^2 P$, $\psi_0 = \omega_2 \varphi_0$, соответственно однородная и неоднородная части структуры, φ_0 – продолжение граничных условий внутрь области, полученное с помощью формулы «склейки» [6].

В терминах ψ_1, ψ_0 уравнение (4) будет иметь вид:

$$\frac{1}{Re} \Delta \Delta \psi - \left\{ \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_1}{\partial x} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_1}{\partial y} \right\} - \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x} - \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_1}{\partial x} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y} + \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_1}{\partial y} = - \frac{1}{Re} \Delta \Delta \psi_0 + \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x} - \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y}. \quad (5)$$

Для проведения вычислительного процесса нелинейное уравнение (4) представлялось в виде последовательности линейных уравнений как по методу Озеена, так и по методу Ньютона-Канторовича, которому в силу вычислительной устойчивости, подтвержденной численным экспериментом, было отдано предпочтение.

Линеаризация по Ньютону-Канторовичу есть практически линеаризация нелинейного выражения $A(\psi_1)$ (A – оператор задачи) в виде разложения по формуле Тейлора:

$$L = A(\psi_n) + \frac{A(\psi_n + \delta\psi_n) - A(\psi_n)}{\delta\psi_n} \delta\psi_n = \left(\frac{A}{(n=0,1,\dots)} \right) (\psi_n + \delta\psi_n), \quad (6)$$

где $\{\psi_n\}$ – последовательные приближения к решению.

Применим данный процесс к уравнению (5)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}} \Delta \Delta (\psi_n + \delta \psi_n) - \left\{ \frac{\partial (\psi_n + \delta \psi_n)}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta (\psi_n + \delta \psi_n)}{\partial x} - \frac{\partial (\psi_n + \delta \psi_n)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta (\psi_n + \delta \psi_n)}{\partial y} \right\} - \\ & - \frac{\partial (\psi_n + \delta \psi_n)}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x} - \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta (\psi_n + \delta \psi_n)}{\partial x} + \frac{\partial (\psi_n + \delta \psi_n)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y} + \\ & + \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta (\psi_n + \delta \psi_n)}{\partial y} = - \frac{1}{\text{Re}} \Delta \Delta \psi_0 + \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x} - \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y}. \end{aligned} \quad (7)$$

Проведя несложные преобразования получим:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}} \Delta \Delta \psi_n - \left\{ \frac{\partial \psi_n}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \delta \psi_n}{\partial x} + \frac{\partial \delta \psi_n}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_n}{\partial x} - \frac{\partial \psi_n}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \delta \psi_n}{\partial y} - \frac{\partial \delta \psi_n}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_n}{\partial y} \right\} - \\ & - \frac{\partial \delta \psi_n}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x} - \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial \delta \psi_n}{\partial x} + \frac{\partial \delta \psi_n}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y} + \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \delta \psi_n}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

или, воспользовавшись $\delta \psi_n = \delta \psi_{n+1} - \psi_n$, окончательно получим:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}} \Delta \Delta \psi_{n+1} - \left\{ \frac{\partial \psi_n}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \delta \psi_{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \psi_{n+1}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_n}{\partial x} - \frac{\partial \psi_n}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \delta \psi_{n+1}}{\partial y} - \frac{\partial \delta \psi_{n+1}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_n}{\partial y} \right\} - \\ & - \frac{\partial \delta \psi_{n+1}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x} - \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \psi_{n+1}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y} + \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \delta \psi_{n+1}}{\partial y} = - \frac{1}{\text{Re}} \Delta \Delta \psi_0 + \\ & + \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x} - \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y} - \frac{\partial \psi_n}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_n}{\partial x} + \frac{\partial \psi_n}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi_n}{\partial y}. \end{aligned} \quad (9)$$

В качестве начального приближения использовалось как $\psi_0 = 0$ ($C_i = 0; i = 0, \dots, N$), так и $\psi_0 = \omega^2$ ($C_0 = 1, C_i = 0; i = 1, \dots, N$).

Кроме того, оказалось, что с ростом числа Re наиболее эффективным является использование в качестве начального приближения значение функции тока, полученное при другом, меньшем числе Re [8,9].

Проводился численный эксперимент, моделирующий течение жидкости при обтекании уступа рис. 1 при значениях Re равных 1, 10, 100, 1000, 1500.

На рис. 1 представлена область уступа, где Г1 – нижняя граница области, задающая уступ, Г2 – верхняя граница области, Г3 – входная граница области, Г4 – выходная граница области.

Граничные условия формулируются как условие прилипания частиц жидкости к твердой стенке. Это означает отсутствие как нормальной к твердой поверхности относительной скорости между частицами жидкости близлежащими точками поверхности, так и касательных составляющих относительной скорости, то есть отсутствие скорости скольжения жидкости по поверхности. На входе в канал известно $v_y = v_1(y); v_x = 0$, а на выходе имеем в

общем случае $\int_0^b v_1(y) \cdot dy = \int_{-c}^b v_2(y) \cdot dy$, что следует из равенства расхода жид-

кости через входное и выходное сечение канала.

$$\psi|_{\Gamma_1} = 0,$$

$\psi|_{\Gamma_2} = \text{const}$ – на твердой стенке, где и радиальная, и осевая составляющие скоростей равны нулю в случае вязкой жидкости,

$$\psi|_{\Gamma_3} = \frac{A \cdot y^3}{3} + \frac{B \cdot y^2}{2} + C \cdot y, \text{ где } A, B, C \text{ – постоянные, значения которых}$$

зависят от желаемого типа профиля скорости втекающего потока (параболический или однородный),

$\psi|_{\Gamma_4}$ – естественное условие, либо находится из равенства расхода жидкости.

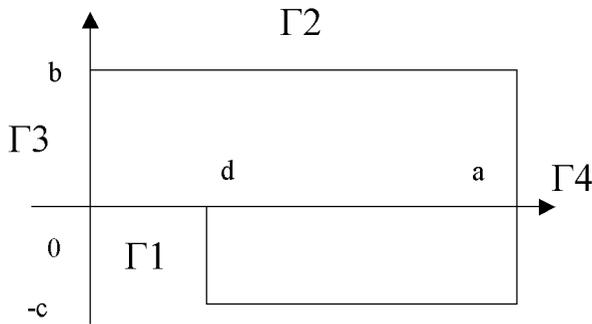


Рисунок 1 – Границы расчетной области

В результате численного эксперимента были получены поля распределения функции тока, скорости и давления при различных числах Рейнольдса, которые позволяют качественно оценить результаты и составить картину в целом о физике процесса.

Распределение функции тока ψ показано на рис. 2-6.

Распределение скорости V показано на рис. 7-11.

Распределение давления P показано на рис. 12-16.

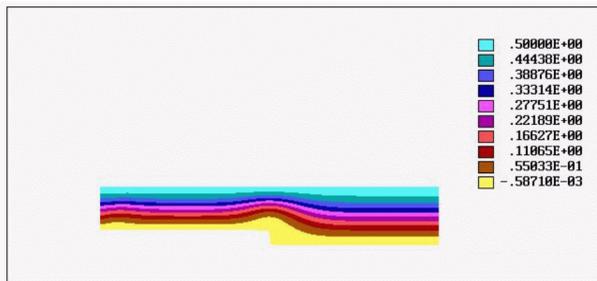


Рисунок 2 – $Re = 1$

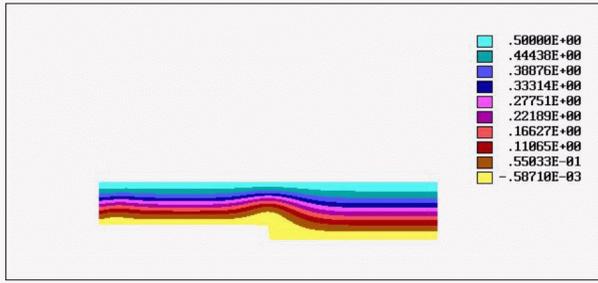


Рисунок 3 – $Re = 10$

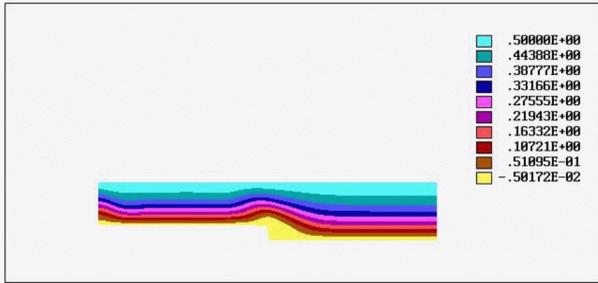


Рисунок 4 – $Re = 100$

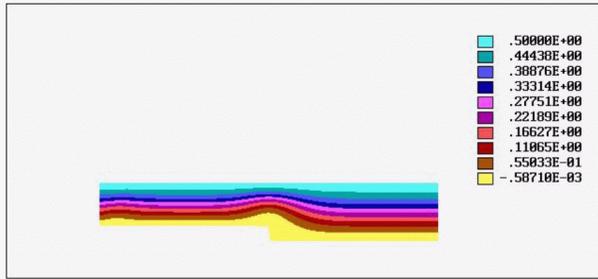


Рисунок 5 – $Re = 1000$

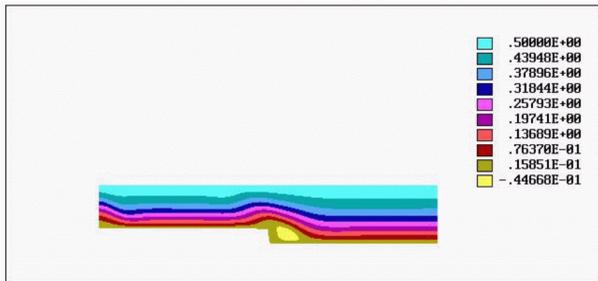


Рисунок 6 – $Re = 1500$

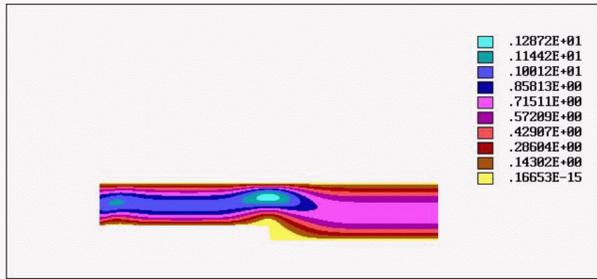


Рисунок 7 – $Re = 1$

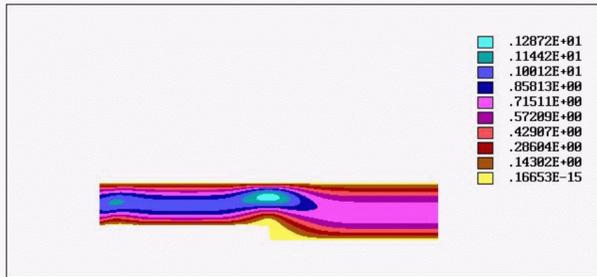


Рисунок 8 – $Re = 10$

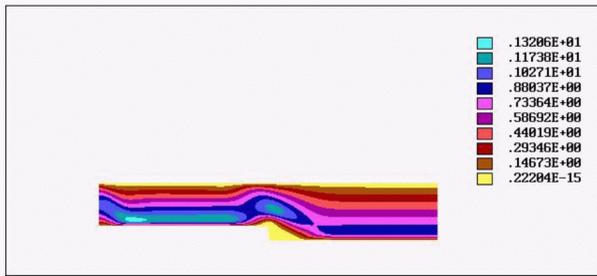


Рисунок 9 – $Re = 100$

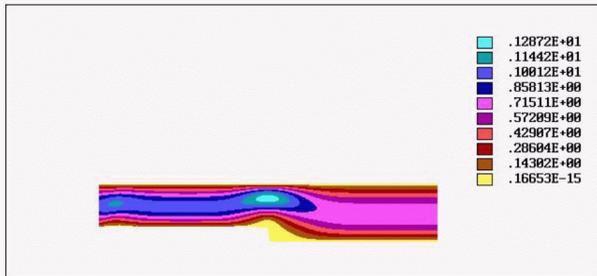


Рисунок 10 – $Re = 1000$

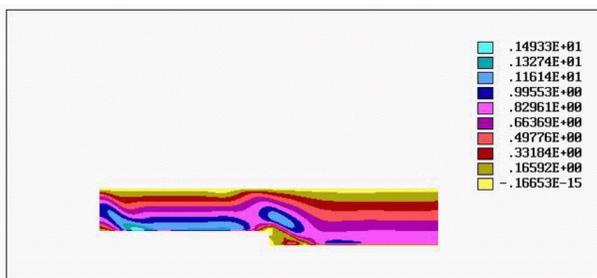


Рисунок 11 – $Re = 1500$

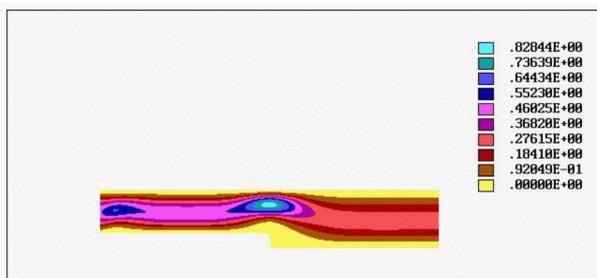


Рисунок 12 – $Re = 1$

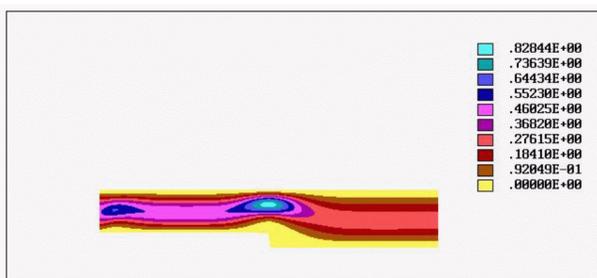


Рисунок 13 – $Re = 10$

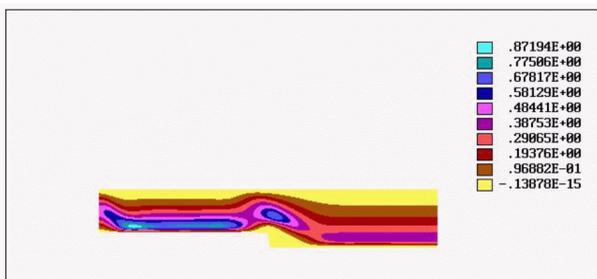


Рисунок 14 – $Re = 100$

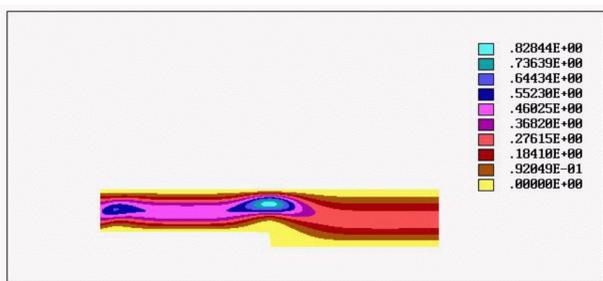


Рисунок 15 – $Re = 1000$

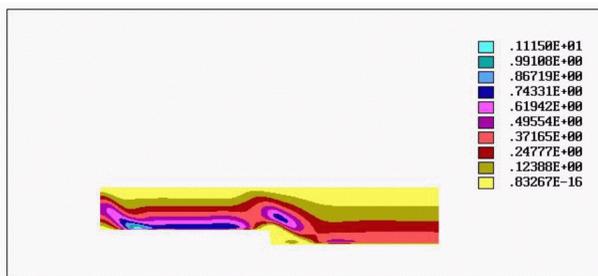


Рисунок 16 – $Re = 1500$

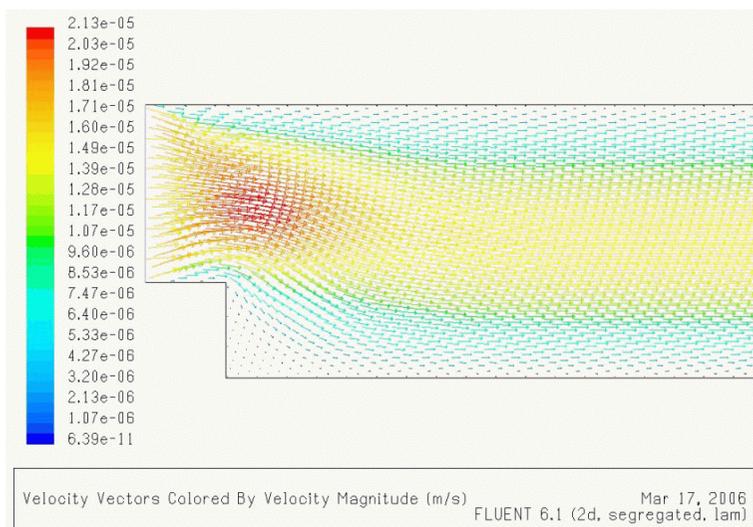


Рисунок 17 – $Re = 1$

По данным эксперимента можно сделать вывод, что при увеличении числа Рейнольдса происходит зарождение вихря за уступом (отчетливо виден при $Re = 1500$). И уже при малых числах Рейнольдса видно вытеснение по-

грансля вблизи угла уступа (особой точки).

Течение в донной области разделяется в поперечном направлении на слой смещения с внешним потоком и ядро с существенно меньшей завихренностью.

Течение в непосредственной близости за кромкой (уступом) или вообще за телом можно разделить в продольном направлении на донную область, ближний след и дальний след. Донная область рассматривается в широком смысле, как расположенная за телом часть возвратного течения с относительно

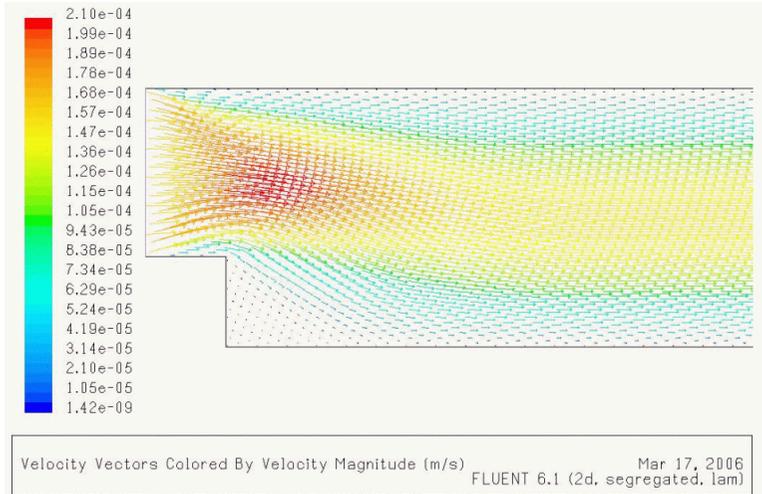


Рисунок 18 – $Re = 10$

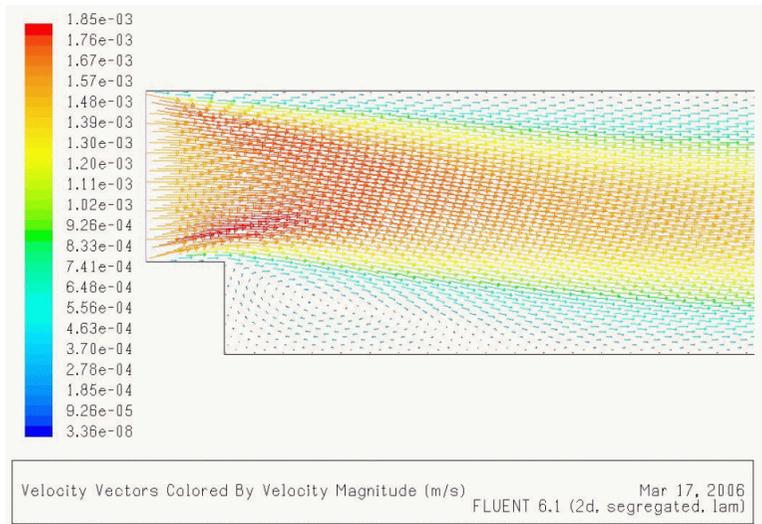


Рисунок 19 – $Re = 100$

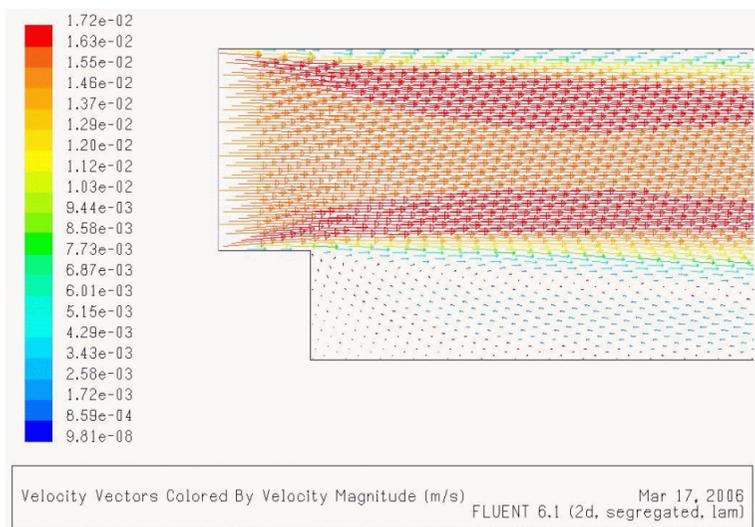


Рисунок 20 – $Re = 1000$

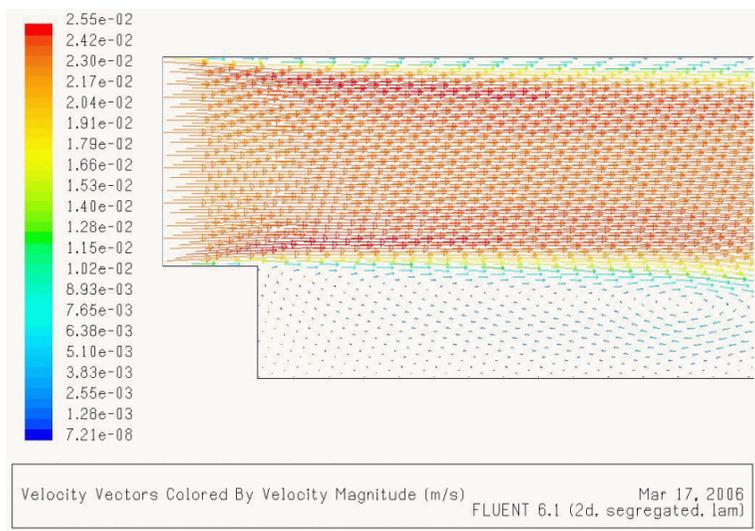


Рисунок 21 – $Re = 1500$

слабой завихренностью, ограниченная в поперечном направлении свободными слоями смешения, а в продольном направлении торцом тела и ближним следом с существенно большей завихренностью.

Аналогичная задача решалась в прикладном программном пакете Fluent. Результаты представлены ниже.

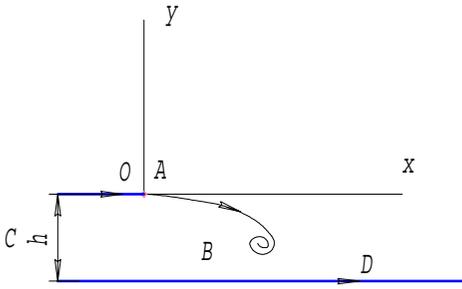


Рисунок 22 – Схема обтекания уступа

Распределение поля скоростей показано на рис. 17-21.

В теории вязко-невязкого взаимодействия была предложена схема обтекания препятствия (рассмотрена в) [10]. Обтекания по результатам численного эксперимента имеют тот же характер что и схема.

Список литературы: 1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970. – 456 с. 2. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика / Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. – М.: ОГИЗ, 1948. – 432 с. 3. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. – М.: Мир, 1967. – 287 с. 4. Численные методы в динамике жидкостей (материалы кармановских чтений) / Под ред. О.М. Белоцерковского и В.П.Шидловского. – М.: Мир, 1981. – 320 с. 5. Oberkampf W.L. Domain Mappings for the Numerical Solution of Partial Differential Equations//Int. J. Numer Methods Eng. – 1976. – 10. – P. 211-223. 6. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с. 7. Суворова И.Г. Автоматизация расчетов методом R-функций применительно к задачам стройиндустрии / Суворова И.Г., Шевченко А.Н. – Киев: Учеб.-метод. каб. высш. образования, 1991. – 60 с. 8. Рвачев В.Л. Численная реализация задачи о течении вязкой жидкости методом R-функций в системе ПОЛЕ-3 / Рвачев В.Л., Суворова И.Г., Шейко Т.И. // Мат. методы и физ.-мех. поля. – Львов, 1991. – № 33. – С. 95-99. 9. Суворова И.Г. Компьютерное моделирование осесимметричных течений жидкости в каналах сложной формы //Вестник НТУ ХПИ. – Харьков, 2004. – № 31. – С.141-148. 10. Гогши Л.В. Отрывные и кавитационные течения: основные свойства и расчетные модели / Гогши Л.В., Степанов Г.Ю. – М.: Наука, 1990. – 384 с.

Поступила в редколлегию 20.05.2006

УДК 539.3

А.А.СТЕПУК, МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия;
А.В.СТЕПУК, канд.физ.-мат.наук;
Л.В.АВТОНОМОВА, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

СТРУКТУРНО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И МОРФОЛОГИЯ БИОКЕРАМИКИ

Гідроксилатапіт кальцію (ГАП) має склад близький за фізико-хімічними параметрами до кісткової тканини й застосовується для різних цілей як кераміка, цемент, композитні імпланти у медицині. Показано, що термічна обробка зразків призводить до модифікації форми й структури кристалітів. Вивчено морфологію кристалітів, яка впливає на структурно-механічні властивості ГАП.

The Calcium Hydroxyapatite (HAp), which physical and chemical properties are similar to bone tissue, is applied in various medicine areas as ceramics, cements and composite implants. It is exposed that thermo treatment leads to crystallites form and structure modification. It is examined the crystallites morphology, that influence to structural and mechanical HAп properties.