

требуется ввод только основных параметров. Далее производится анализ напряженно-деформированного состояния элементов оснастки, по результатам которых рекомендуется соответствующий набор конструктивных параметров.

Предложенный подход позволяет создавать высокоэффективный инструмент для исследования прочностных и жесткостных характеристик элементов технологической оснастки. Высокая эффективность разработанных методов обеспечивается использованием расширенного параметрического подхода, широких возможностей мощных универсальных графических редакторов, систем автоматизированного проектирования и подтверждена на практике в ходе разработки прессформ, приспособлений для металлорежущих станков, штампов, приспособлений для сварочных работ, универсальных сборных приспособлений.

Список литературы: 1. Гриценко Г.Д., Малакей А.Н., Миргородский Ю.Я., Ткачук А.В., Ткачук Н.А. Интегрированные методы исследования прочностных, жесткостных и динамических характеристик элементов сложных механических систем // Механiка та машинобудування. 2002. №1. – С. 6-13. 2. Ткачук Н.А. Интенсивная схема экспериментальных исследований элементов технологических систем. // Динамика и прочность машин. 1998. Вып. 56. – С. 175-181.

Поступила в редколлегию 16.06.2003

УДК 539.3

Л.С.АНДРИЕВСКАЯ, канд.техн.наук; **Л.В.КУРПА**, докт.техн.наук,
И.О.МОРАЧКОВСКАЯ, канд.техн.наук

ЭФФЕКТИВНОСТЬ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ИЗГИБА ГИБКИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК МЕТОДОМ ТЕОРИИ R-ФУНКЦИЙ

У статті надано огляд результатів дослідження нелінійного пружно-пластичного згину гнучких пологих оболонок, контур границь яких у плані має довільно неперервну змінювану кривину, отвори і надрізи, що отримані на основі узагальненого аналітичного опису нелінійного деформування і розв'язування задач згину гнучких положистих оболонок із застосуванням методу RFM теорії R-функцій, відмінного від широко відомих методів аналітичним представленням рішення крайових задач. У програмуючій системі «Поле» отримані дані з достовірності результатів розрахунків та визначені закономірності впливу форми границь оболонок на їхнє деформування.

The effective method basing on theory of R-functions and variational structural method is developed for solving of non-linear boundary problems. Elastic-plastic bending of thin shallow shells is considered. The problems are reduced to finding of stationar points of suggested mixed variational functionals according to initial linearization by use of schemes of subsequent loading and Newton-Kantorovich jointly with method of varying elastic parameters. The method is used for automatic calculations in «POLE» programming system for calculations of shell structural elements. The numerical justification of the method is given. New laws of non-linear deformation of shallow shells and plates with complex shape in plane are established.

1. Актуальность темы. Вопросы математических постановок задач изгиба тонких пологих оболочек со сложным контуром в плане, которые деформируются нелинейно за пределами упругости при сопоставимых с толщиной прогибах, длительное время привлекают внимание исследователей. Основное внимание привлечено к поиску разных подходов к решению таких проблем, что позволяет считать тему статьи актуальной. Поиск эффективных методов решения таких задач актуален для инженерной практики проектирования, анализа жесткости и прочности тонкостенных элементов конструкций современной реакторной, авиационной, ракетно-космической техники и т.п.

2. Анализ состояния проблемы. В исследованиях по изгибу гибких пологих оболочек важная роль принадлежит теории оболочек, моделям деформирования материалов и методам расчета [1-4]. Преимущественно используют деформационные теории пластичности и численные методы, среди которых предпочтение отдано разностным вариационным методам и методу конечных элементов. Недостатки этих методов известны [3-4]. Поиск решения нелинейных задач теории пологих оболочек со сложной формой в плане практически остается проблематичным из-за сложности аналитических подходов и неэффективности существующих численных методов. Этим сдерживается развитие многих важных направлений в проектировании надежной современной техники. В статье представлены результаты исследований изгиба пологих оболочек с отверстиями, контур границ которых в плане имеет произвольно непрерывно изменяющуюся кривизну. Исследования выполнены на основе обобщенного аналитического описания нелинейного деформирования и структур решения для задач изгиба гибких пологих оболочек, RFM метода теории R- функций [1].

3. Постановка и метод решения задач. Разрешающая система физически и геометрически нелинейных уравнений теории изгиба гибких пологих оболочек, их линейризация по схеме метода Ньютона – Канторовича и обоснование эквивалентности итерационных систем линейных дифференциальных уравнений в энергетической норме решениям вполне определенной последовательности вариационных равенств, подробно представлены в статье [4]. Так как, итерационная последовательность решений вариационных равенств является сходящейся в малой окрестности начального приближения, то для удачного выбора начального приближения использован метод продолжения решений по параметру нагрузки. Последовательным добавлением малой догрузки, задачи о деформировании оболочки решаются путем отыскания точек стационарности последовательности функционалов на шаге догрузки. Алгоритм решения вариационных равенств, принят отвечающим известному в теории R- функций методу RFM. С этой целью построены аналитические структуры решений для двумерной области, занятой срединной поверхностью оболочки в плане, как со свободными, так и с закрепленными участками границ, произвольной формы. Структуры построены для основных типов краевых условий,

которые обычно используют на практике при решении краевых задач тонких пологих оболочек и пластин. Неопределенные компоненты этих структур выбраны из класса степенных полиномов, полиномов Чебышева.

Алгоритмы, соответствующие предложенному методу для решения краевых задач, реализованы в программирующей системе «Поле». В систему «Поле» внесено программное расширение для осуществления хранения в узлах Гаусса информацию о значении переменных параметров упругости и напряжений в узловых точках сечения оболочки. Такое расширение необходимо для вычисления интегралов по толщине оболочек и было использовано как при реализации метода переменных параметров упругости (МППУ) на каждом шаге догрузки, так и на каждой итерации метода Ньютона - Канторовича (МНК). Для расчетов тонких оболочек в системе «Поле» появилась возможность с достаточной точностью устанавливать зоны пластичности и интегрированием в объеме оболочек вычислять коэффициенты разрешающих систем Ритца. Для этого использованы высокоточные k -узловые квадратурные формулы Гаусса при интегрировании в двумерной области и 5-ти, 7-ми - узловые формулы Ньютона – Котесса при интегрировании по толщине.

4. Результаты и их анализ. Приведем краткий обзор результатов исследований по достоверности предложенного метода и созданного программного обеспечения для программирующей системы «Поле». В первом цикле исследований решены геометрически нелинейные задачи упругого деформирования под внешним давлением сферических оболочек с жестко закрепленным круговым планом и цилиндрических оболочек с планом в виде прямоугольника. Результаты сравнительно с раньше полученными разными методами А.С. Вольмиром, К.З. Галимовим, Ф.С. Исанбаевой, М.С. Корнишиным, Л.В. Курпою и другими авторами. Выводы об эффективности разработки получены на основании хорошего согласования полученных и сопоставленных данных.

Во втором цикле исследований рассматривалось упруго-пластическое деформирование при малых прогибах пластин из материалов с линейным упрочнением за пределами упругости. В тестовых примерах сравнивались данные, которые ранее были получены разными методами А.И. Стрельбицкой, А.В. Архиповым и Л.В. Курпой. В задачах об изгибе под давлением квадратных пластин с жестко закрепленными и шарнирно опертыми краями, варьируя модулем упрочнения в довольно широком диапазоне, получены результаты, которые количественно и качественно совпали с принятыми для сравнения. Решен класс задач изгиба за пределами упругости под давлением жестких пластин сложной формы. Сравнением расчетных и отдельных известных данных установлена их хорошая согласованность.

Выполненное тестирование результатов, полученных разными методами, позволяет сделать вывод о достоверности предложенных в работе метода и программной разработки для расчетов нелинейных упруго-пластических задач сгиба тонких оболочек и пластин.

Получены новые результаты о влиянии геометрической и физической нелинейностей на упруго-пластическое деформирование гибких оболочек и пластин сложной формы в плане. Сначала в расчетах исследовано влияние параметров диаграммы деформирования материалов на напряженно-деформированное состояние оболочек под внешним давлением. Для сферических оболочек, шарнирно опертых на прямоугольный план, определено влияние предела текучести материала с линейным упрочнением за пределами пластичности. В отдельных примерах изучены закономерности в формировании зон пластичности на поверхностях оболочки при пропорциональном возрастании нагрузки как при малых прогибах, так и тех, что превышали толщину. На основании расчетных исследований идеально упругого и упруго-пластического деформирования, при постепенном снижении предела текучести, установлены качественные и количественные отличия в поведении нелинейных диаграмм деформирования оболочек с переменной жесткостью (прогиб-давление) и в расположении приобретаемых при этом форм для зон пластичности на поверхностях оболочки. Для отдельных случаев эти выводы сравнивались с известными, например, с теми, что приведены в работах В.Г.Трошина. Численно решен ряд задач упруго-пластического деформирования бандажных полок лопаток авиационных турбомашин, представленные консольными пластинами с криволинейными границами контура в местах крепления со стороны «спинки» и «корытца» лопатки. Уравнение контуров в местах крепления таких бандажных полок с лопатками принят в виде:

$$\omega_1 = y - c \cdot \cos(\pi x/a) = 0; \quad \omega_1 = y - c (\cos(\pi x/a) - 1) = 0,$$

где c – параметр контура.

Бандажные полки, выполненные из материала 30ХГСА, имели диаграмму деформирования, отвечающую модели линейно упрочняющегося при пластичности материала. Изучались закономерности распределения напряжений и зон пластичности на поверхностях бандажных полок. Для бандажных полок, которые закрепленные со стороны спинки лопатки, зоны пластичности на поверхности полок появляются в центре контура крепления и при пропорциональном увеличении давления они распространяются, охватывая центральную часть полки возле контура крепления. Для бандажных полок с кромкой крепления со стороны "корытца" лопатки, зоны пластичности появляются в окрестности угловых точек контура. При пропорциональном увеличении давления в полке появляется новая зона пластичности в центре свободного края полки. Потом эти зоны уже вместе распространяются во внутреннюю область полки. В расчетах бандажных полок по расчетной схеме пологих оболочек с разной начальной кривизной, с сохранением рассмотренных выше форм кромок крепления с лопатками, установлено уменьшение уровня напряжения по сравнению с пластинами, что положительно влияет на их несущую способность. Эти результаты позволили сделать практически важные выводы относительно причины в различии несущей способности бандажных полок лопаток авиационных турбин.

В исследованиях упруго-пластического деформирования под внешним давлением цилиндрических панелей с технологическими надрезами эллиптической формы, при разных соотношениях между размерами полуосей краевых надрезов и общих размеров панели в плане, найдены диаграммы «прогиб-давление» и установлена их несущая способность в зависимости от кривизны панели. Установлены зоны пластичности по сечениям, в которых панель ослаблена вследствие надрезов.

5. Выводы. Предпринятое развитие вариационно-структурного метода (RFM) в виде структур решения [3-4], использование программирующей системы «Поле» и созданное программное обеспечение, данные численных исследований, позволяют считать, что созданы новые возможности для поиска эффективных решений нелинейных краевых задач теории упругопластического изгиба гибких тонких пологих оболочек, которые имеют сложный контур в плане.

Список литературы: 1. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с. 2. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М., Машиностроение, 1975. – 400 с. 3. Morachkovska I.O., Kurpa L.V. The Variational-Structural Method for the Elasto-Plastic Analysis of thin shallow shells // The 6-th Conference "Shell Structures, Theory and Applications", Gdansk (Poland) 1998. – P. 209-210. 4. Морачковская И.О. Метод R-функций для решения задач упруго-пластического изгиба пологих оболочек сложной формы в плане // Вестник Харьковского ун-ту. Серия: Актуальные проблемы современной науки в исследованиях молодых ученых г.Харькова. – 2000. – № 456. – Ч. 2. – С. 276-279. 5. Андрієвська Л.С., Морачковська І.О. Методика розв'язання нелінійних задач згину пологих оболонок із складним планом // Комунальне господарство міст / Науково-техн. зб., серія: Архітектура і технічні науки. – Київ: Техніка, вып.38, 2002. – С. 52-57.

Поступила в редколлегию 1.07.2003

УДК 539.3

С.М.ВЕРЕЩАКА, канд.техн.наук

ЗАДАЧА О КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ АНИЗОТРОПНЫХ ТОРОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Пропонується варіант розрахунку двох анізотропних оболонок обертання у формі тору при дії внутрішнього тиску. Розглянуті оболонки мають загальну вісь, а їх відповідні поверхні розташовані на певній відстані одна від одної. Проводиться аналіз розподілу контактної тиску, який виникає на локальних ділянках між оболонками при статичному навантаженні. Розрахунок задачі здійснюється на основі геометрично нелінійної теорії оболонок з урахуванням деформацій поперечного зсуву.

The variant of account two of anisotropic of shells of rotation in the form of the tor is offered at action of internal pressure. The considered shells have a general axis and their appropriate surfaces are placed on certain distance one from another. The analysis of distribution of contact pressure will be carried out which arises on a local sites between shells at action of static loading. The account of a task is carried out on a basis of the vectorially nonlinear theory of shells in view of deformations of cross shift.