

При численной реализации, в качестве $\{\varphi_k\}$, были выбраны степенные полиномы. Интегрирование по области Ω и по толщине оболочки выполнялось с помощью квадратурных формул Гаусса различной степени точности. При решении начальной задачи Коши по времени заданная погрешность метода Рунге-Кутты-Мерсона δ [5,7] равнялась 0,05.

Разработанный метод решения начально-краевых задач ползучести реализован в виде комплекса программ на языке С++ и ввиду инвариантности построенных структурных формул к форме области Ω , где отыскивается приближенное решение задачи, позволяет достаточно легко переходить от одной формы плана оболочки к другой.

Список литературы: 1. *Рассказов А.О., Соколовская И.И., Шульга Н.А.* Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. – Киев: Вища школа, 1986. – 191 с. 2. *Пискунов В.Г., Веригинко В.Е. и др.* Расчет неоднородных пологих оболочек и пластин методом конечных элементов. – Киев: Вища школа, 1987. – 200 с. 3. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 4. *Sklepus S.N.* Thermoelasticity of laminated shallow shells of complex form // *International Applied Mechanics*, 1996. – Vol. 32. № 4. – P. 281–285. 5. *Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Sychov A.* Geometrically nonlinear bending of thin-walled shells and plates under creep-damage conditions // *Archive of Applied Mechanics*, 1997. – 67. – P. 339–352. 6. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наукова думка, 1982. – 552 с. 7. *Золочевский А.А., Склепус С.Н.* Ползучесть пологих оболочек сложной формы с усложненными свойствами // *Проблемы машиностроения*, 2002. – Т. 5. № 3. – С. 35–42.

Поступила в редколлегию 25.04.03

УДК 539.3

Э.А.СИМСОН, докт.техн.наук; **С.А.НАЗАРЕНКО**, канд.техн.наук;
А.Ю.ЗЮЗИН; В.Б.ЛЮБЕЦКАЯ

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ СТАТИКО-ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ КОНСТРУКЦИЙ

В статті пропонуються методи аналізу чутливості складних скінченноелементних моделей (комбіноване статико-динамічне навантаження); орієнтовані на великі розмірності векторів перемінних стану і проектування, мінімальну кількість звертань до процедури прямого розрахунку. Доділено обчислювальні етапи одержання градієнтів функціоналів конструкцій. Розглянуто області застосування розробленого математичного апарату.

Sensitivity analysis methods of high both geometric and physical informational content are suggested for complicated FEA models, especially with design variables vector of high dimension, to minimize numbers of straight calculation procedure activation. Computational stages to obtain gradients of constructional functional are investigated. Application domain for developed mathematical apparatus is discussed.

Современный этап развития информационных технологий в промыш-

ленности связан с CALS-технологиями (Continuous Acquisition and Life-cycle Support – непрерывная информационная поддержка жизненного цикла изделия или продукта), т.е. использованием технологий создания, поддержки и применения единого информационного пространства на всех этапах жизненного цикла продукции – от ее проектирования до эксплуатации и утилизации. По своей сути сегодня CALS является глобальной стратегией повышения эффективности бизнес-процессов, выполняемых в ходе жизненного цикла продукта за счет информационной интеграции и преемственности информации, порождаемой на всех этапах жизненного цикла. Анализ чувствительности позволяет решить целый ряд практических задач проектирования, доводки, технологической подготовки производства и контроля эффективной эксплуатации конструкций. Этот математический аппарат начал применяться в развитых странах при проектировании некоторых аэрокосмических и машиностроительных конструкций [1,2]. Однако неразвитость теории и численных методов анализа чувствительности для реальных задач проектирования, отличающихся необходимостью использования комплексных моделей функционирования изделия, сложной пространственной геометрией конструкции сдерживает создание и применение соответствующих программных средств.

В настоящее время на рынке стран СНГ практически отсутствуют программные комплексы, имеющие блоки анализа чувствительности [3,4]. В лучшем случае при конечноразностном приближении производных математическое обеспечение трудоемкой задачи анализа используется в качестве "черного ящика" для получения значений функционалов состояния в пробных точках пространства переменных проектирования. Применение этого подхода ограничено малой размерностью вектора проектных переменных.

Целью проведенных исследований была разработка методики анализа чувствительности сложных конечноэлементных моделей при комбинированном нагружении; ориентированной на большие размерности векторов переменных состояния и проектирования и минимальное число обращений к процедуре прямого расчета.

Разработанная методика анализа чувствительности предполагает следующую последовательность вычислительных этапов: КЭ дискретизация задачи анализа; введение вектора сопряженных переменных; введение пространства проектных переменных; вычисление градиентов функционалов.

Задача анализа резонансного состояния конструкции, колеблющейся в поле статических сил (например, колесо турбокомпрессора в поле центробежных сил, панель аэрокосмического аппарата под воздействием регулируемых усилий в плоскости), представляет собой матричную проблему

$$K(\vec{u})\vec{y}_s = \vec{F}(\vec{u}); \quad (1)$$

$$[K + G(\vec{y}_s) - \lambda M]\vec{y}_d = 0, \quad (2)$$

где \vec{y} , $\vec{F}(\vec{u})$ – векторы узловых перемещений (для метода перемещений)

и нагрузок; $K(\bar{u}), M(\bar{u})$ – матрица жесткости и масс системы; \bar{u} – вектор варьируемых конструктивных параметров системы, $G(\bar{y}_s, \bar{u})$ – матрица “геометрической” жесткости (приведенных начальных напряжений), формируемая на решении \bar{y}_s статической задачи.

После дифференцирования (2) получим :

$$[K + G - \lambda M] \frac{\partial \bar{y}_d}{\partial u_i} = -[K' + G' - \lambda M'] \bar{y}_d - \frac{\partial G}{\partial \bar{y}_s} \frac{\partial \bar{y}_s}{\partial u_i} \bar{y}_d + \lambda' M \bar{y}_d.$$

Штрихом обозначено явное дифференцирование по конструктивным параметрам u_i . В большинстве практических задач количество проектных переменных значительно превышает число исследуемых функционалов. Для таких задач метод, основанный на введении сопряженной задачи более эффективен, чем метод, построенный на прямом дифференцировании. Сопряженная задача состоит при этом из двух линейных проблем относительно $\bar{\psi}_s$, соответствующего \bar{y}_s , и $\bar{\psi}_d$, – соответствующего собственному вектору \bar{y}_d .

Тогда после введения сопряженных задач вида:

$$K \bar{\psi}_s = \frac{\partial (\bar{\psi}_d^T G \bar{y}_d)}{\partial \bar{y}_s}; \quad (3)$$

$$[K + G - \lambda M] \bar{\psi}_d = \frac{\partial J}{\partial \bar{y}_d} - \mu^* M \bar{y}_d. \quad (4)$$

Опуская промежуточные выкладки, соотношения для градиента резонансного функционала преобразовываем к виду:

$$\bar{\nabla}_u J = \left\{ J' - \mu^* \bar{y}_d^T M' \bar{y}_d - \bar{\psi}_d^T (K' + G' - \lambda M') \bar{y}_d - \bar{\psi}_s^T (K \bar{y}_s - F') + \lambda' \bar{\psi}_d^T M \bar{y}_d \right\}_{i=1, n}. \quad (5)$$

При этом градиент собственного значения принимает вид:

$$\bar{\nabla} \lambda = \left\{ \bar{y}_d^T (K' + G' - \lambda M') \bar{y}_d - \bar{\psi}_{s\lambda}^T (K \bar{y}_s - F') \right\}_{i=1, n}, \quad (6)$$

где $\bar{\psi}_{s\lambda}$ – обозначено решение сопряженной задачи (3), в которой $\bar{\psi}_d$ заменяется на \bar{y}_d . Множитель μ^* находится из условия ортогональности вектора неоднородности (4) собственному вектору \bar{y}_d с учетом нормировки по-

следнего: $\mu^* = \bar{y}_d^T \frac{\partial J}{\partial \bar{y}_d}$. Формула (5) обладает фильтрующим свойством по отношению к континууму решений динамической сопряженной задачи (4).

Впрочем можно использовать условие нормировки $\bar{\psi}_d^T M \bar{y}_d = 0$ и сокращенную формулу для градиента. (Для функционалов, зависящих от собственного значения, условие нормировки сопряженной задачи принимает вид

$$\bar{\psi}_d^T M \bar{y}_d = -\frac{\partial J}{\partial \lambda}).$$

Без учета статического нагружения, как показано в работе [5], градиент собственного значения имеет вид

$$\lambda'_{ci} = \bar{y}^T [K' - \lambda M'] \bar{y} / \bar{y}^T M \bar{y}. \quad (7)$$

На рис. 1 и 2 приведены для примера картины функциональных производных к добавлению материала на различных поверхностях лопаточных машин. Чувствительность собственных частот исследованных колес к изменению частоты вращения мала. Повышение частоты вращения приводит к увеличению собственных частот. При исследованиях использовались трехмерные изопараметрические (рис. 1) и 2 и тонкооболочечные (рис. 2) КЭ. Вопросы построения математически моделей анализа рабочих колес турбокомпрессорных агрегатов рассмотрены в работе [6]. Предварительный анализ распределения производных позволяет выделить зоны наиболее и наименее существенного влияния на механические показатели конструкций переменных проектирования, вследствие чего появляется возможность выбрать минимальный набор варьируемых параметров и за счет этого повысить эффективность и быстродействие вычислительного процесса.

Для оперативной оценки изменения механических показателей вычисляется двумерный интеграл от соответствующей функциональной производной по области колеса и весовой функции "реконструкции" геометрии и свойств материала.

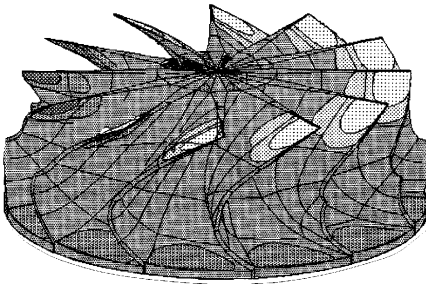


Рис. 1. Анализ чувствительности 15-ой собственной частоты к нормальным перемещениям точек поверхности рабочего колеса турбины ТКР-8.5-ТВ.

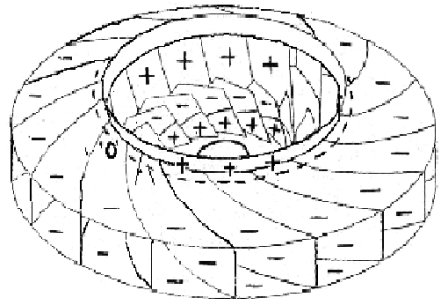


Рис. 2. Распределение зон положительных и отрицательных коэффициентов чувствительности основной собственной частоты тягодутьевой машины ДН-17 к изменению распределения толщины.

Помимо своего основного назначения как важнейшего этапа в построении оптимального проекта, анализ чувствительности находит и самостоятельное применение. Функциональные производные позволяют оценить чувствительность параметров проектирования к технологическим дефектам изготовления; обосновать назначение допусков; осуществить быстрый пересчет состояния при малых отклонениях параметров.

Список литературы: 1. *Хог Э., Чой К., Комков В.* Анализ чувствительности при проектировании конструкций. – М.: Мир, 1988. – 428 с. 2. *Лукьяненко В.М.* Динамическая прочность, надежность и оптимизация роторных машин нефтегазохимической промышленности. – Сумы: Контраст, 1999. – 232 с. 3. *Жеков К.С.* Современные аналитические возможности ANSYS. // САПР и графика. 1998. №9. – С. 50-52. 4. <http://www.ansys.com/services/documentation/manuals70.htm> – Welcome to ANSYS 7.0 Documentation. 5. *Богомолов С.И., Назаренко С.А., Симсон Э.А.* Расчет и оптимизация оболочек общей формы на базе смешанного подхода МКЭ // Динамика и прочность тяжелых машин. – 1986. – С. – 91-97. 6. *Лукьяненко В.М., Назаренко С.А., Симсон Э.А., Солошенко В.А.* Математические модели анализа рабочих колес турбокомпрессорных агрегатов // Вестник Харьковского государственного политехнического университета, 2000. – Вып. 82. – С. 54-57.

Поступила в редколлегию 05.06.2003

УДК 621.822:531.3

М.М.СМИРНОВ, канд.техн.наук;

Г.Ю.МАРТЫНЕНКО, канд.техн.наук; *И.Н.БАБЕНКО*

КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЙ РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ АКТИВНЫХ МАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКОВ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ МАГНИТОСТАТИКИ

У роботі запропонована методика розрахунку магнітних ланцюгів активних магнітних підшипників методом кінцевих елементів і обробки результатів з метою визначення дискретних параметрів магнітопровода. Приведено приклад розрахунку магнітопровода з восьмиполюсним статором.

In work the technique of account of magnetic circuits of active magnetic bearings by a method of final elements and processing of results is offered with the purpose of definition of discrete parameters of magnetic circuit. The example of account of magnetic circuit with stator as octopole is given.

Магнитные подшипники (МП) являются альтернативой подшипникам скольжения с масляной смазкой и обладают по сравнению с ними целым рядом преимуществ (отсутствие смазочных систем, повышение надежности, снижение потерь на трение и т.д.). Поэтому за последние 15 лет интерес к магнитному подвесу заметно увеличился. Об этом можно судить хотя бы по тому, что с 1988 по 1998 год было проведено шесть международных симпозиумов по магнитному подвесу «Int. Symposium on Magnetic Bearings», в различных городах мира – Токио, Каназава (Япония), Цюрих (Швейцария), Кембридж (США) и др. В 2000 году вышла монография Э.Меслена из США «Магнитные подшипники», в которой освещаются научно технические особенности, начиная с магнетизма и силовых электромагнитов и заканчивая системами управления магнитными опорами, в том числе с использованием ЭВМ [1]. Работы по созданию магнитного подвеса ведут также учёные из Японии, Франции, Швейцарии, Германии [2]. В России магнитные подвесы роторов изготавливают НПП ВНИИЭМ [3] и ООО «ГАЗХОЛОДТЕХНИКА»