

тушек тороидального магнитного поля токамака // Пробл. прочности. – 1989. – № 12. – С. 88-92. **11.** Асаенко А.В., Зайцев Б.Ф. Трехмерное моделирование деформаций и вопросы прочности объемных элементов поворотнлопастных гидротурбин // Вестник науки и техники. – 1997. – Вып. 1. – С. 10-18. **12.** Асаенко А.В., Зайцев Б.Ф., Шульженко Н.Г. Расчет колебаний циклически симметричных конструкций трехмерными конечными элементами // Пробл. машиностроения. – 2001. – Т. 3, № 3-4. – С. 22-28. **13.** Булгаков В.Е., Золотов А. Б., Белый М.В. Полуитерационный метод решения пространственных краевых задач расчета сооружений // Строит. механика и расчет сооружений. – 1985. – № 6. – С. 38-40. **14.** Ван Фо Фы Г.А. Конструкции из армированных пластмасс. – Киев: Техника. – 1971. – 220 с. **15.** Расчет на прочность биттеровской катушки тороидального магнитного поля установки типа токамак / А.Н.Подгорный, А.Г.Киров, Б.Ф.Зайцев и др. // Харьков, 1986. – 43 с. (Препринт /АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения: № 235).

Поступила в редколлегию 03.04.2003

УДК 62.254

В.А.ЖОВДАК, д-р техн. наук; **С.П.ИГЛИН**, канд. техн. наук;
Л.М.СМИРНОВА; **В.А.СОЛОШЕНКО**, канд. техн. наук

ОПТИМИЗАЦИЯ ЛОПАТКИ РАБОЧЕГО КОЛЕСА ТУРБОКОМПРЕССОРА ПО КРИТЕРИЮ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ

Розв'язана задача оптимізації лопатки швидкісного колеса турбокомпресора двигуна внутрішнього згоряння. Цільовою функцією є перша частота власних коливань, змінні параметри – товщини у вузлах скінченноелементної сітки. Використовується двовимірна модель лопатки з трикутним скінченним елементом. Застосовується модифікація квазіньютонівського методу оптимізації з BFGS-формулою, кубічною апроксимацією при одновимірному пошуку та ковзанням уздовж обмежень. Наведені числові результати.

The optimization problem for blade of the turbocompressor for internal combustion engine boosting turbine wheel is solved. The objective function is the first natural frequency, variable parameters are blade thicknesses in FEM-grid nodes. 2D shell model of blade with triangle finite element is used. We use the modification of the quazi-Newton optimization method with BFGS-formula, cube approximation in the 1D search and sliding along boundless. Numerical results are presented.

1. Постановка задачи

Малоразмерные рабочие колеса турбин для систем наддува дизелей работают, как правило, в широком диапазоне рабочих режимов, когда высшие гармоники газодинамического возбуждения могут резонировать с нижней частью спектра рабочих колес. В таких условиях одним из общих принимаемых критериев динамической оптимизации является повышение собственной частоты изолированной лопатки, что позволяет поднять нижние собственные частоты всего колеса радиально-осевой турбины полуоткрытого типа. Несмотря на то, что на поле толщин лопатки накладываются различные ограни-

чения (конструктивные, технологические, аэродинамические), важно знать возможные пределы варьирования собственной частотой лопатки при изменении поля толщин в определенных пределах. Решению этой проблемы и посвящена данная статья.

В работе рассматривается задача максимизации и минимизации первой собственной частоты колебаний (наиболее опасной с точки зрения прочности) путем варьирования толщины профиля в различных точках сечения в заданных пределах.

2. Конечноэлементная модель

Лопатка колеса турбины турбокомпрессора ТКР-8.5ТВ, принятого в серийное производство 1997 г. в ОАО «ДЗТ» и оптимизированного по динамическим критериям по сравнению с предыдущей конструкцией, представлена двумерной моделью (рис. 1.а, размеры указаны в метрах). Используется треугольный конечный элемент линейно-переменной толщины, который является обобщением элемента, описанного в [1]. Лопатка предполагается жестко закрепленной в диске. Узлы с заделкой показаны на рис. 1.а кружками.

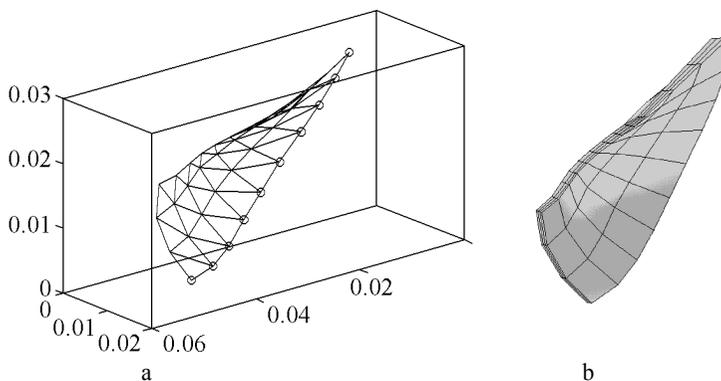


Рис. 1. Конечноэлементная модель лопатки

Собственные частоты колебаний лопатки (Гц)

2-мерная модель	3-мерная модель	расхождение, %
8650,3	8789,3	1,59
20788	20276	2,49
29935	28827	3,77
33650	35923	6,53

Собственные частоты, найденные по этой расчетной схеме, сравнивались с данными, полученными при использовании трехмерных конечных элементов (рис. 1.б). Расчеты по трехмерной модели проводились по методике, описанной в [2]. Результаты приведены в таблице и свидетельствуют о хорошем

совпадении первых собственных частот. Это позволяет использовать при решении задачи оптимизации более простую двумерную модель, и ускорить тем самым работу алгоритма оптимизации.

3. Вычисление целевой функции и ее градиента

Целевой функцией в нашей задаче является первая частота собственных колебаний, а варьируемыми параметрами – толщины профиля лопатки в узлах конечноэлементной сетки. Собственные частоты и формы колебаний находятся из решения задачи

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{K} – матрица жесткости, \mathbf{M} – матрица масс, ω – собственная частота колебаний, \mathbf{u} – собственная форма колебаний, нормированная условием

$$(\mathbf{M}\mathbf{u}, \mathbf{u}) = 1. \quad (2)$$

Для решения проблемы собственных значений (1, 2) используется алгоритм Ланцоша.

Рассмотрим вычисление градиента целевой функции ω . При изменении толщины h_k в каком-либо узле номер k изменяются матрицы жесткости и масс конечных элементов, прилегающих к этому узлу. Это влечет изменение общих матриц \mathbf{K} и \mathbf{M} , и, как следствие, изменение собственных частот и форм. Продифференцируем соотношение (1):

$$\left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial h_k} - \omega^2 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial h_k} - 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial h_k} \mathbf{M} \right) \mathbf{u} + (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial h_k} = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Обозначим особенную матрицу динамической жесткости, вычисленную на собственной частоте:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}. \quad (4)$$

Умножим выражение (3) скалярно на \mathbf{u} . Второе слагаемое в силу симметричности матрицы динамической жесткости \mathbf{Z} и в силу (1) обращается в нуль:

$$\left(\mathbf{Z} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial h_k}, \mathbf{u} \right) = \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial h_k}, \mathbf{Z}\mathbf{u} \right) = 0, \quad (5)$$

поэтому в (3) остается только первое слагаемое:

$$\left(\left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial h_k} - \omega^2 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial h_k} \right) \mathbf{u}, \mathbf{u} \right) - 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial h_k} (\mathbf{M}\mathbf{u}, \mathbf{u}) = 0. \quad (6)$$

Учитывая условие нормировки (2), получим формулу для производной от собственной частоты колебаний по толщине:

$$\frac{\partial \omega}{\partial h_k} = \frac{1}{2\omega} \left(\left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial h_k} - \omega^2 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial h_k} \right) \mathbf{u}, \mathbf{u} \right). \quad (7)$$

Частные производные $\partial \mathbf{K} / \partial h_k$ и $\partial \mathbf{M} / \partial h_k$ находятся, как и сами матрицы \mathbf{K} и \mathbf{M} , путем суммирования соответствующих матриц отдельных элементов. При этом для $\partial \mathbf{K} / \partial h_k$ и $\partial \mathbf{M} / \partial h_k$ вычислительный процесс существенно ускоря-

ется, так как нужно суммировать матрицы-производные только для тех элементов, которые прилегают к k -му узлу. Выражения для частных производных от \mathbf{K} и \mathbf{M} отдельного элемента получены в аналитическом виде, путем дифференцирования выражений для элементов самих матриц \mathbf{K} и \mathbf{M} .

Численные исследования показали, что для лопатки, показанной на рис. 1 (функция 40 аргументов), вычисление градиента занимает примерно столько же времени, сколько и вычисление самой целевой функции. Это связано с тем, что для решения проблемы собственных значений (1, 2) используется алгоритм Ланцоша (итерационный процесс, проводится несколько десятков итераций), а для каждой из 40 координат вектора-градиента требуется всего лишь однократное построение матриц $\partial\mathbf{K}/\partial h_k$ и $\partial\mathbf{M}/\partial h_k$ и вычисление $\partial\omega/\partial h_k$ по формуле (7).

4. Метод оптимизации

У нас есть возможность вычислять градиент целевой функции, и его вычисление обходится «дешево» в смысле времени счета. Поэтому для решения задачи оптимизации целесообразно использовать метод, учитывающий информацию о градиенте. По мнению многих исследователей [3, 4], наилучшие результаты дает применение квазиньютоновского метода (метода переменной метрики) с использованием формулы Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шенно (BFGS-формулы) для пересчета гессиана.

Различные реализации этого метода отличаются, в частности, разными схемами проведения одномерного поиска в найденном направлении. Если целевая функция не очень сильно отличается от квадратичной, то хорошие результаты дает классическая схема, когда проводится полный квазиньютоновский шаг

$$\mathbf{d} = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}, \quad (8)$$

где \mathbf{g} – градиент, а \mathbf{H} – аппроксимация гессиана на данной итерации. Однако при расчетах элементов машиностроительных конструкций целевая функция, как правило, весьма далека от квадратичной [5]. Поэтому в данной работе для одномерного поиска вдоль направления \mathbf{d} используется схема кубической интерполяции, показанная на рис. 2.

Мы задаем начальную длину шага t , которая в процессе оптимизационного поиска будет уменьшаться или увеличиваться. Первая точка x_1 – это результат предыдущей итерации. В этой точке у нас есть значение целевой функции y_1 и производная g_1 (проекция градиента на направление \mathbf{d}). Если оказывается, что $g_1 > 0$, то данное направление поиска признается неудачным. Возвращаемся к единичному гессиану, т.е. следующий шаг проводим в направлении антиградиента. Там такая ситуация точно не возникнет.

Далее мы проводим шаг длиной t в направлении \mathbf{d} – получаем точку x_2 . Вычисляем в этой точке функцию y_2 и градиент – находим g_2 . Если $y_2 < y_1$, и при этом $g_2 < 0$, то мы продолжаем поиск в направлении \mathbf{d} увеличивающимися шагами (t увеличивается в 2 раза), пока хотя бы одно из этих условий не будет нарушено. Теперь мы точно знаем, что между двумя последними точками находится минимум кубической параболы – точка x_3 . Находим в этой точке це-

левую функцию y_3 , ее градиент, и из трех значений целевой функции y_1 , y_2 и y_3 выбираем минимальное – это и будет результат итерации.

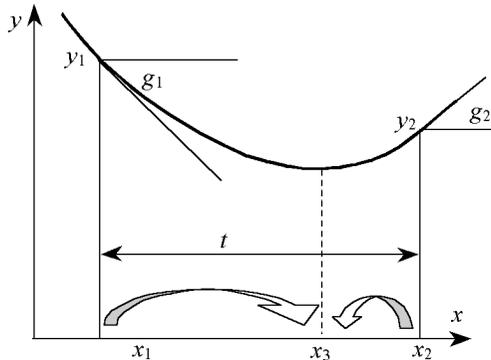


Рис. 2. Одномерный поиск

Если минимальным значением будет y_1 , то вначале пытаемся вернуться к диагональному гессиану, а если это не помогает, уменьшаем шаг t вдвое.

Таким образом, в процессе оптимизационного поиска длина шага t может как увеличиваться, так и уменьшаться, адаптируясь к поведению целевой функции. Критерий выхода – уменьшение шага t до заданной малой величины.

Стандартный квазиньютоновский метод – это метод оптимизации для целевой функции без ограничений. Различные ограничения учитываются с помощью неопределенных множителей Лагранжа и штрафных функций. Рассмотрим модификацию этого метода, учитывающую ограничения на аргументы вида:

$$x_k^- \leq x_k \leq x_k^+, k \in [1, n]. \quad (9)$$

Этот метод основан на ограничении шага и скольжении вдоль ограничения. Для начала работы требуется стартовать из допустимой точки, которая может находиться внутри или на границе области, заданной ограничениями (9). Мы определяем по (8) направление поиска \mathbf{d} и проводим одномерный поиск, как описано ранее, но только до ближайшей границы (рис. 3.а).

Если при этом точка x_1 находится на границе, а вектор \mathbf{d} направлен вдоль границы или внутрь области, мы автоматически движемся в нужном направлении до следующего ограничения. Если же мы находимся на границе, а вектор \mathbf{d} направлен вне области, как показано на рис. 3.б, мы проектируем \mathbf{d} на те ограничения, которые активны, и движемся по полученному направлению. При этом мы можем двигаться только до следующего ограничения (если не остановимся раньше, как на рис. 3.б). Такая стратегия позволяет значительно уменьшить размерность задачи и быстро выявить угловые точки, если в них достигается минимум целевой функции.

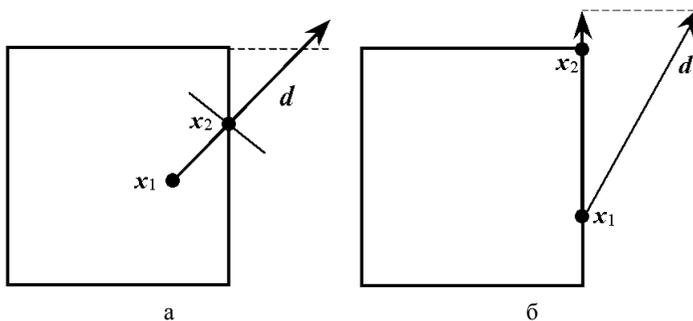


Рис. 3. Учет ограничений

5. Результаты

Для лопатки, показанной на рис. 1, были решены задачи минимизации и максимизации первой собственной частоты. Толщины профиля варьировались в пределах $\pm 0,5$ мм от номинального значения, но не более, чем в диапазоне (1÷5,5) мм. Начальный шаг по всем 40 аргументам задавался 0,1 мм, точность 10^{-5} мм. Принудительный возврат к диагональному гессиану проводился через каждые 20 итераций.

Задача минимизации была решена за 74 итерации, при этом значение целевой функции снизилось с 8650,3 Гц до 6779,69 Гц, т.е. на 21,6 % от первоначального значения.

Решение задачи максимизации первой собственной частоты было получено за 62 итерации, достигнутое значение 1-й собственной частоты колебаний 10774,2 Гц, что больше номинала на 24,6 %.

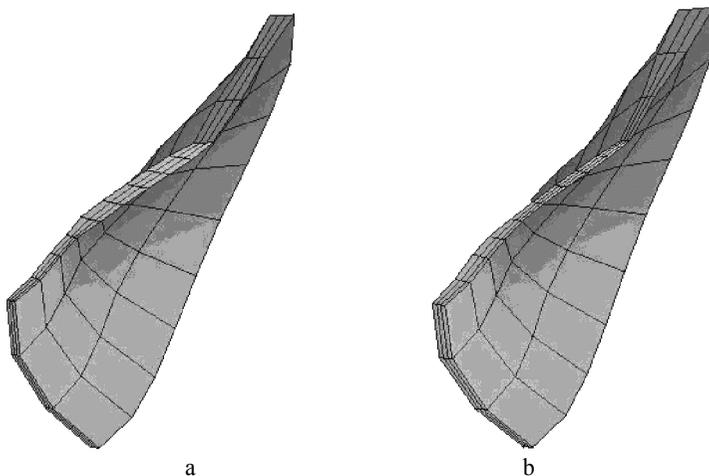


Рис. 4. Оптимальные распределения толщин

Проверка на трехмерной модели дала значения первой собственной частоты на оптимальных конфигурациях 7165,1 Гц и 10678 Гц. Отличия – соответственно 5,5 % и 0,9 %. Оптимальные конфигурации показаны на рис. 4 (а – для $\omega_1 = \omega_{\min}$, б – для $\omega_1 = \omega_{\max}$).

6. Выводы

На основе кубической интерполяции разработан алгоритм одномерного поиска в BFGS-методе, учитывающий сложную структуру целевой функции для элементов машиностроительных конструкций. В этом методе длина шага адаптируется к поведению целевой функции, поэтому он очень экономный в смысле количества необходимых вычислений целевой функции и ее градиента.

Квазиньютоновский метод модифицирован для задачи оптимизации при наличии ограничений на переменные вида (9). Используется одномерный поиск до ближайшего ограничения и скольжение вдоль активных ограничений.

С помощью разработанного метода решена задача минимизации и максимизации первой собственной частоты колебаний лопатки рабочего колеса турбокомпрессора. Варьировались толщины профиля в узлах сетки МКЭ в заданных пределах. Расчеты показали высокую эффективность метода: для функции 40 переменных потребовалось соответственно 74 и 62 итерации. Этот результат можно объяснить тем, что по многим переменным был зафиксирован выход на границы области (9), и размерность задачи на каждой итерации уменьшалась.

Расчеты показали высокую чувствительность лопатки к малым изменениям толщин профиля: изменение толщины в разных местах всего лишь на 0,5 мм позволяет изменять первую собственную частоту в пределах от –21,6 % до +24,6 % от ее номинального значения. При этом рассматриваемая турбина ТКР-8.5ТВ в процессе проектирования была предварительно оптимизированная по 4 «глобальным параметрам», задающим поле толщин лопатки. Настоящая работа показывает резервы динамической оптимизации при использовании более сложных законов распределения толщин (легко реализуемых при использовании станков с ЧПУ)

В целом продемонстрирована высокая эффективность методов численной оптимизации двумерной конечно-элементной модели на основе подходов анализа чувствительности [6] и перспективность их использования с другими типами конечных элементов

Список литературы: 1. Шапошников Н.Н., Тарабасов Н.Д. и др. Расчет машиностроительных конструкций на прочность и жесткость. – М.: Машиностроение, 1981. – 333 с. 2. Жовдак В.А., Петросяну В.А. и др. Случайные колебания колеса турбины турбокомпрессора для наддува ДВС // Механiка та машинобудування. – Харьков. – НТУ «ХПИ». – 2003. – № 1. – с. 115-123. 3. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с. 4. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с. 5. Петров Е.П., Излин С.П. Минимизация амплитуд колебаний рабочих колес турбомашин с расстройкой квазиньютоновским методом // Динамика и прочность машин, вып. 56. – Харьков. – НТУ «ХПИ». –

УДК 539.3

Д.В.ЛАВИНСКИЙ

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СОСТАВНОЙ МАТРИЦЫ ШТАМПА ПРИ ПОЛУГОРЯЧЕМ ВЫДАВЛИВАНИИ МЕТАЛЛОВ

Проведено дослідження впливу теплового навантаження на міцність та жорсткість складеної матриці штампі при напівгорячому видавлюванні. Рішення цієї задачі виконано за методом скінченних елементів, який реалізовано у програмному комплексі SPACE-T. Контактна взаємодія враховувалась за допомогою метода контактної шари.

The analysis of thermal loading on strength and stiffness of semihot extrusion die was considered in this article. The finite element method which is realized as program package SPACE-T was chosen as tool of solution. The contact interference was solved with contact layer method help.

Технологические операции по изготовлению различных деталей, основанные на способности металлов пластически деформироваться, нашли широкое применение в различных отраслях современной промышленности. Для заготовок из трудно деформируемых сталей практикуют предварительный нагрев для снижения величин предела текучести и твердости. Наиболее распространенным является полугорячее выдавливание (ПГВ), при котором заготовка нагревается до температур из диапазона 523...623 К [1]. При ПГВ внутренняя поверхность рабочей вставки матрицы нагревается до значительных температур, при этом осуществляется охлаждение внешней боковой поверхности матрицы, вследствие чего в матрице возникает высоко градиентное поле температур, которое существенным образом изменяет напряженно-деформированное состояние (НДС) в процессе выдавливания. Отмеченное выше требует проведения специального анализа НДС с учетом температурной нагрузки.

Далее проведем исследование НДС составной бандажированной матрицы для ПГВ, расчетная схема и конечно-элементная дискретизация которой представлены на рис.1 [2]. Примем, что геометрическая конфигурация, условия нагружения и закрепления матрицы позволяют рассматривать задачу в осесимметричной постановке. В таблицах 1, 2 представлены геометрические и физико-механические параметры конструкции матрицы. В таблице приняты следующие обозначения для физико-механических характеристик материала: E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, α – коэффициент линейно-