

УДК 534.1

## РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ И РЕСУРСА ТРУБОПРОВОДА МАСЛОСИСТЕМЫ ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩЕГО АГРЕГАТА

А.Б. Белоцерковский, В.А. Жовдак, В.А. Левашов, А.И. Трубаев

*Национальный технический университет "ХПИ", Харьков, ОАО "Сумское  
НПО им. Фрунзе", Сумы, Украина*

The average time before fracture due to fatigue damage accumulation in spatial piping systems under kinematical excitation is determined. It is supposed that all supports of the piping system subjected to the identical acceleration modeling stationary random process. The solution of this problem is based on the finite element method and the spectral method. The computer program for IBM PC on the basis of this algorithm has been developed.

### 1. Введение

Рассматривается задача определения среднего времени до разрушения (СВР) вследствие накопления усталостных повреждений в пространственных трубопроводных системах при кинематическом воздействии, которое моделируется стационарным случайным процессом. Предполагается, что влияние потока транспортируемой среды на динамические характеристики системы несущественно.

Оценка ресурса проводится на основе гипотезы линейного суммирования усталостных повреждений с использованием теории случайных функций. Задача решается на основе метода конечных элементов в форме перемещений. В качестве конечного элемента используется прямолинейный стержень кольцевого поперечного сечения с известными конечно-элементными соотношениями. Уравнение движения конечно-элементной модели конструкции имеет вид [1]:

$$M\ddot{Y} + R\dot{Y} + KY = P(t), \quad (1)$$

где  $M$ ,  $R$ ,  $K$  – матрицы инерции, демпфирования и жесткости конструкции соответственно;  $Y$  – вектор узлового перемещения. Если все опоры трубопровода испытывают одинаковое ускорение, то вектор внешней нагрузки  $P(t)$  определяется по формуле

$$P(t) = -MN\ddot{Y}_0(t), \quad (2)$$

где  $N$  – вектор, содержащий направляющие косинусы перемещений опор в общей системе координат;  $\ddot{Y}_0(t)$  – ускорение опор с известными вероятностными характеристиками.

## 2. Метод решения

### 2.1 Определение вероятностных характеристик перемещений системы

Для стационарной случайной функции  $\ddot{Y}_0(t)$  используем неканоническое разложение в виде нелинейной функции трех случайных величин  $c$ ,  $\lambda$ ,  $\varphi$  [2]:

$$\ddot{Y}_0(t) = c \cos(\lambda t + \varphi). \quad (3)$$

Установившееся перемещение системы представим в виде ряда по формам собственных колебаний:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^s \frac{b_i}{m_i} D_i \cos(\omega t + \varphi - \theta_i) Q_i, \quad (4)$$

где  $Q_i$  – вектор  $i$ -ой собственной формы, а коэффициенты  $D_i$ ,  $m_i$ ,  $\theta_i$ ,  $b_i$ ,  $Q_i^T M$  определяются по формулам (5), (6) соответственно.

$$\left\{ \begin{array}{l} D_i = \frac{c}{\sqrt{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4r_i^2 \omega^2}}; \quad \theta_i = \arctg\left(\frac{2r_i \omega}{p_i^2 - \omega^2}\right); \\ m_i = Q_i^T M Q_i; \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_i = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^s F_{ix}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^s F_{iy}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^s F_{iz}\right)^2}; \\ Q_i^T M = \{F_{1x}, F_{1y}, F_{1z}, \Phi_{1x}, \dots, F_{sz}, \Phi_{sx}, \Phi_{sy}, \Phi_{sz}\}. \end{array} \right. \quad (6)$$

Здесь  $s$  – число форм собственных колебаний;  $p_i$  – собственная частота;  $r_i$  – коэффициент вязкого трения.

### 2.2 Определение вероятностных характеристик напряженного состояния системы

Рассмотрим отдельный  $k$ -й конечный элемент трубопровода, ограниченный узлами с номерами  $j$  и  $n$  (рис. 1).

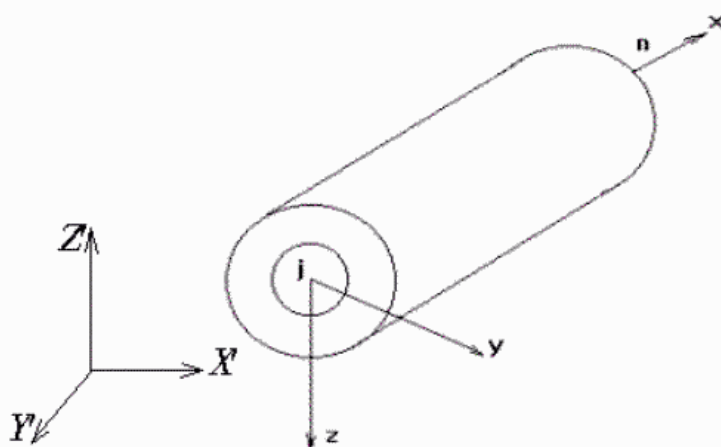


Рис. 1. Конечный элемент трубопровода.

Систему координат  $XYZ$ , связанную с продольной осью элемента, назовем местной, а систему координат  $X'Y'Z'$ , в которой определяются местоположения узлов, назовем общей. Вектор перемещений  $k$ -го элемента в местной системе координат с учетом (5) имеет вид:

$$X_k = \sum_{i=1}^s \frac{b_i}{m_i} D_i \cos(\omega t + \varphi - \theta_i) \begin{Bmatrix} q_{ji} \\ q_{ni} \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

где  $q_{ji}$ ,  $q_{ni}$  – векторы форм  $j$ -го и  $n$ -го узлов в местной системе координат. Они имеют структуру, представленную следующей формулой

$$q_{li}^T = \{u_{li}, v_{li}, w_{li}, \theta_{xli}, \theta_{yli}, \theta_{zli}\}, \quad (l = j, n), \quad (8)$$

где  $u_{li}$ ,  $v_{li}$ ,  $w_{li}$  – относительные амплитуды линейных перемещений в направлении осей  $X, Y, Z$ , соответственно;  $\theta_{xli}$ ,  $\theta_{yli}$ ,  $\theta_{zli}$  – относительные амплитуды углов поворота вокруг этих осей.

В общем случае элемент системы испытывает деформации растяжения-сжатия, изгиба в двух плоскостях и кручения. Принимая гипотезу плоских сечений, полагаем, что при деформациях растяжения-сжатия  $\sigma_y = \sigma_z = 0$ ; при изгибах  $\tau_{yx} = \tau_{zx} = 0$ . Используя физические и геометрические уравнения теории упругости, максимальные напряжения на наружном контуре поперечного сечения элемента можно записать в виде

$$\begin{cases} \sigma_i = E \left[ \frac{\partial U_i}{\partial X} + R \sqrt{\left( \frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 W_i}{\partial X^2} \right)^2} \right] \\ \tau_i = GR\alpha_i \end{cases} \quad (9)$$

где  $\sigma_i$  – нормальное напряжение;  $E$  – модуль упругости материала;  $R$  – наружный радиус трубки;  $U_i$ ,  $V_i$ ,  $W_i$  – функции перемещений, соответствующие  $i$ -той форме вдоль осей  $X, Y, Z$  – соответственно;  $\tau_i$  – полное касательное напряжение;  $G$  – модуль сдвига;  $\alpha_i$  – угол закрутки.

Окончательно с учетом (3), (4) получаем соотношения (10), (11):

$$\sigma_i = \frac{EA_i b_i D_i}{m_i} \cos(\lambda t + \varphi - \theta_i); \quad (10)$$

$$\tau_i = \frac{GR\alpha_i b_i D_i}{m_i} \cos(\lambda t + \varphi - \theta_i), \quad (11)$$

где коэффициенты  $A_i, \alpha_i$  определяются по формулам (12), (13).

$$A_i = \frac{u_{ni} - u_{ji}}{l} + \frac{2R}{l^2} \sqrt{\left( a_{3zi} + \frac{3Xa_{4zi}}{l} \right)^2 + \left( a_{3yi} + \frac{3Xa_{4yi}}{l} \right)^2}; \quad (12)$$

$$\alpha_i = \frac{(\theta_{xni} - \theta_{xji})}{l}. \quad (13)$$

Здесь  $l$  – длина элемента; коэффициенты  $a_{3zi}$ ,  $a_{3yi}$ ,  $a_{4zi}$ ,  $a_{4yi}$  определяются следующими соотношениями

$$\begin{cases} a_{3zi} = -3w_{ji} - 2l\theta_{yjl} + 3w_{ni} - l\theta_{yni}; \\ a_{3yi} = -3v_{ji} - 2l\theta_{zjl} + 3v_{ni} - l\theta_{zni}; \\ a_{4zi} = 2w_{ji} + l\theta_{yjl} - 2w_{ni} + l\theta_{yni}; \\ a_{4yi} = 2v_{ji} + l\theta_{zjl} - 2v_{ni} + l\theta_{zni}. \end{cases} \quad (14)$$

Дисперсии для напряжений и их производных по времени определяются по формулам

$$\begin{cases} D_{\sigma_i} = 2 \left( \frac{EA_i b_i}{m_i} \right)^2 F_{1i}; & D_{\tau_i} = 2 \left( \frac{GR\alpha_i b_i}{m_i} \right)^2 F_{1i}; \\ D_{\dot{\sigma}_i} = \frac{D_{\sigma_i} F_{2i}}{F_{1i}}; & D_{\dot{\tau}_i} = \frac{D_{\tau_i} F_{2i}}{F_{1i}}. \end{cases} \quad (15)$$

где коэффициенты  $F_{1i}$ ,  $F_{2i}$  записываются в форме

$$\begin{cases} F_{1i} = \int_0^{\infty} \frac{S_{\ddot{y}_o}(\omega) d\omega}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4r_i^2 \omega^2}; \\ F_{2i} = \int_0^{\infty} \frac{\omega^2 S_{\ddot{y}_o}(\omega) d\omega}{(p_i^2 - \omega^2)^2 + 4r_i^2 \omega^2}. \end{cases} \quad (16)$$

Здесь  $S_{\ddot{y}_o}(\omega)$  – спектральная плотность ускорения опор.

Коэффициенты корреляции между  $\sigma_i$  и  $\tau_i$ ,  $\dot{\sigma}_i$  и  $\dot{\tau}_i$  имеют вид

$$\begin{cases} K_{\sigma_i \tau_i} = 2EA_i GR\alpha_i \left( \frac{b_i}{m_i} \right)^2 \frac{F_{1i}}{\sqrt{D_{\sigma_i} D_{\tau_i}}}; \\ K_{\dot{\sigma}_i \dot{\tau}_i} = 2EA_i GR\alpha_i \left( \frac{b_i}{m_i} \right)^2 \frac{F_{2i}}{\sqrt{D_{\dot{\sigma}_i} D_{\dot{\tau}_i}}}. \end{cases} \quad (17)$$

Эквивалентное напряжение, соответствующее  $i$  – форме колебаний, записывается следующим образом

$$Z_i = \sqrt{\sigma_i^2 + \beta_i^2}; \quad \beta_i = 2\tau_i. \quad (18)$$

Таким образом, получены достаточно простые с точки зрения численной реализации соотношения, позволяющие определить вероятностные характеристики параметров НДС трубопроводов при стационарном случайном воздействии.

### 2.3 Определение среднего времени безотказной работы трубопроводов

Для определения плотности вероятности максимумов эквивалентных напряжений используем приближенную формулу

$$f_{\max}(z_i) = -\frac{n'_{zi}}{n_{zi}(z_{0i})}, \quad (19)$$

применимую к узкополосным процессам, где  $z_{0i} \neq 0$  – некоторое малое значение,  $n_{zi}$  – среднее число выбросов процесса, определяемое соотношением

$$n_{zi} = \frac{z_i}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sqrt{D_{1i} D_{2i}}} * \\ * \int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{1}{2} z_i^2 A(\psi_i)\right] \sqrt{D_{4i} \sin^2 \psi_i + D_{3i} \cos^2 \psi_i} d\psi_i, \quad (20)$$

где  $\psi_i$  определяется выражением:

$$\psi_i = \arctg(\beta_i / \sigma_i). \quad (21)$$

Напряжение на каждой  $i$ -той форме собственных колебаний представляет собой узкополосный случайный процесс, частота которого совпадает с  $i$ -той собственной частотой системы.

Среднее время до разрушения определяется соотношением [2]:

$$t = \left[ \sum_{i=1}^s \frac{P_i}{2\pi N_0 r^m} F(r, i) \right]^{-1}, \quad (22)$$

где

$$F(r, i) = \int_0^{2\pi} B(\psi_i) \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2} A(\psi_i) r^2\right] * + \sum_{k=1}^{\frac{m}{2}-1} A^{-k}(\psi_i) r^{-2k} \prod_{j=1}^k (m-2j+1) \right\} + \\ + m A^{-\frac{m}{2}}(\psi_i) \prod_{j=1}^{\frac{m}{2}} (m-2j+1) \Phi(r, i) d\psi_i; \\ \left\{ \begin{array}{l} A(\psi_i) = \frac{\cos^2 \psi_i}{D_{1i}} + \frac{\sin^2 \psi_i}{D_{2i}}; \\ B(\psi_i) = \frac{\sqrt{D_{4i} \sin^2 \psi_i + D_{3i} \cos^2 \psi_i}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sqrt{D_{1i} D_{2i}}}; \\ \Phi(r, i) = \int_r^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} A(\psi_i) z_i^2\right] dz_i. \end{array} \right. \quad (24)$$

### 3. Результаты

Проводились численные исследования ресурса трубопровода маслосистемы газоперекачивающего агрегата при различном числе конечных элементов (КЭ): 7, 14 (рис. 2) и 28.

Трубопровод имеет следующие характеристики: материал – сталь 10×17 Н13М2Т, протяженность в плане  $L = 1,035$  м, модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, плотность материала  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>, плотность масла  $\rho_m = 875$  кг/м<sup>3</sup>, наружный диаметр трубы  $D = 0,032$  м, толщина стенки  $h = 0,0035$  м.

Для спектральной плотности ускорения опор было принято следующее соотношение [3]:

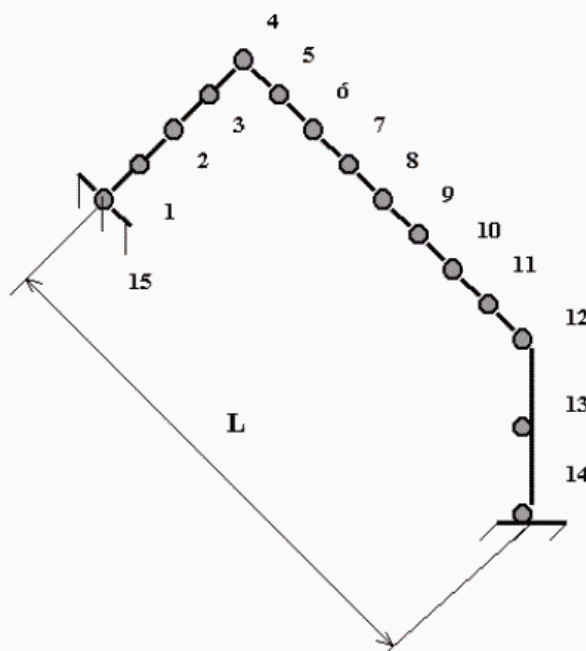


Рис. 2. Конечно-элементная модель конструкции трубопровода.

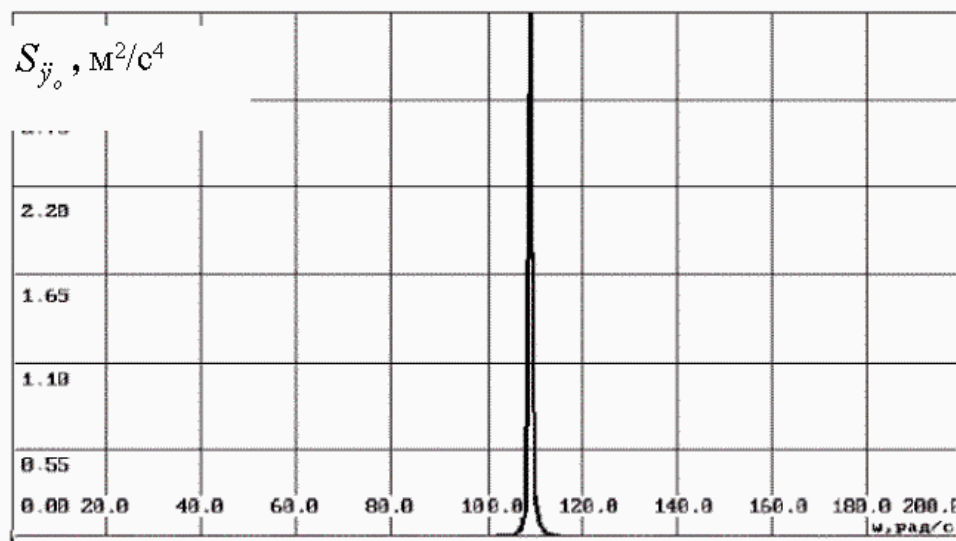


Рис. 3. Спектральная плотность ускорений.

Табл. 1. Собственные частоты трубопровода.

| Номер частоты | Значение частоты, с <sup>-1</sup> |        |        |
|---------------|-----------------------------------|--------|--------|
|               | 7 КЭ                              | 14 КЭ  | 28 КЭ  |
| 1             | 109.13                            | 107.85 | 107.75 |
| 2             | 111.98                            | 110.37 | 110.25 |
| 3             | 150.55                            | 187.87 | 145.15 |

Табл. 2. Среднее время до разрушения.

| № элемента | № узла | Значение ресурса, ч   |                       |
|------------|--------|-----------------------|-----------------------|
|            |        | s=1                   | s=2                   |
| 1          | 1      | 791                   | 791                   |
|            | 2      | 10631                 | 10631                 |
| 2          | 2      | 3981                  | 3981                  |
|            | 3      | 1681                  | 1681                  |
| 3          | 3      | 210                   | 210                   |
|            | 4      | $7.04 \cdot 10^{16}$  | $7.04 \cdot 10^{16}$  |
| 4          | 4      | $1.6 \cdot 10^{10}$   | $1.6 \cdot 10^{10}$   |
|            | 5      | $3.56 \cdot 10^{16}$  | $3.56 \cdot 10^{16}$  |
| 5          | 5      | 2239                  | 2239                  |
|            | 6      | $4.82 \cdot 10^{46}$  | $4.82 \cdot 10^{46}$  |
| 6          | 6      | 2056                  | 2056                  |
|            | 7      | $1.07 \cdot 10^{14}$  | $1.07 \cdot 10^{14}$  |
| 7          | 7      | $1.03 \cdot 10^{132}$ | $1.03 \cdot 10^{132}$ |
|            | 8      | $5.9 \cdot 10^6$      | $5.9 \cdot 10^6$      |
| 8          | 8      | 4700                  | 4700                  |
|            | 9      | $1.2 \cdot 10^{41}$   | $1.2 \cdot 10^{41}$   |
| 9          | 9      | 4300                  | 4300                  |
|            | 10     | $3.7 \cdot 10^{12}$   | $3.7 \cdot 10^{12}$   |
| 10         | 10     | —                     | $2.6 \cdot 10^{41}$   |
|            | 11     | $1.1 \cdot 10^8$      | $1.1 \cdot 10^8$      |
| 11         | 11     | $1.47 \cdot 10^4$     | $1.47 \cdot 10^4$     |
|            | 12     | —                     | —                     |
| 12         | 12     | $1.5 \cdot 10^{19}$   | $1.5 \cdot 10^{19}$   |
|            | 13     | $1.1 \cdot 10^{16}$   | $1.1 \cdot 10^{16}$   |
| 13         | 13     | $6.43 \cdot 10^{59}$  | $6.43 \cdot 10^{52}$  |
|            | 14     | $2.47 \cdot 10^{81}$  | $2.19 \cdot 10^{47}$  |
| 14         | 1      | 817                   | 817                   |
|            | 15     | 2916                  | 2916                  |

$$S_{\ddot{y}_0}(\omega) = \frac{4\alpha(\omega_0^2 + \alpha^2)}{[\alpha^2 + (\omega - \omega_0)^2][\alpha^2 + (\omega + \omega_0)^2]}, \quad (25)$$

где  $\alpha = 0,231$ ,  $\omega_0 = 109,129$ .

График спектральной плотности ускорений показан на рис. 3.

Результаты расчета собственных колебаний представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, для получения достоверных результатов при расчете первой и второй собственных частот трубопровода достаточно использовать 14-тиэлементную модель.

В табл. 2 приведены значения ресурса для 14-ти элементной модели трубопровода, полученные с использованием одной и двух форм собственных колебаний (прочерком обозначено значение ресурса, при котором нет разрушения).

Из табл. 2 видно, что наиболее повреждающей является первая форма колебаний. Расчет с использованием трех форм показал, что третья форма не вносит существенный вклад в общее решение, что согласуется с графиком спектральной плотности внешнего воздействия (рис. 3). Минимальный ресурс наблюдается в узлах № 1, № 3.

Проведен расчет ресурса трубопровода с использованием двух конечно-элементных моделей (14 и 28 КЭ) при учете одной и двух собственных форм колебаний ( $s = 1, 2$ ) для узла № 2 (рис. 2). Результаты расчета представлены в табл. 3.

Табл. 3. Дисперсии напряжений и среднее время до разрушения.

| Величина                | s=1                |                    |              | s=2                   |                       |              |
|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------|-----------------------|-----------------------|--------------|
|                         | 14 КЭ              | 28 КЭ              | $\delta$ , % | 14 КЭ                 | 28 КЭ                 | $\delta$ , % |
| $D_1$ , Па <sup>2</sup> | $1.531 \cdot 10^5$ | $1.138 \cdot 10^5$ | 26           | $2.097 \cdot 10^4$    | $1.876 \cdot 10^4$    | 11           |
| $D_2$ , Па <sup>2</sup> | 1.287              | 1.43               | 10           | $8.325 \cdot 10^{-2}$ | $9.634 \cdot 10^{-2}$ | 14           |
| $D_3$ , Па <sup>2</sup> | $1.596 \cdot 10^9$ | $1.184 \cdot 10^9$ | 24           | $2.3 \cdot 10^8$      | $2.053 \cdot 10^8$    | 8            |
| $D_4$ , Па <sup>2</sup> | $1.342 \cdot 10^4$ | $1.487 \cdot 10^4$ | 12           | $9.132 \cdot 10^2$    | $1.054 \cdot 10^3$    | 19           |
| СВР, ч                  | 3981               | 1236               | 31           | 3981                  | 1236                  | 31           |

Данные, приведенные в табл. 3, подтверждают, что вклад второй формы колебаний в общее решение мал, так как дисперсии напряжений, соответствующие второй форме принимают существенно меньшие значения, чем на первой форме. Конечно-элементная дискретизация существенно влияет на определение ресурса конструкции.

### Заклучение

Разработана методика, алгоритм и программа на языке Турбо-Паскаль,



позволяющие оценить динамические характеристики, параметры напряженно-деформированного состояния и ресурс пространственных трубопроводных систем при стационарном случайном воздействии.

### **Литература**

**1.** Постнов В.А., Хархурим И.Я.. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. – Судостроение, Ленинград, 1974. **2.** Жовдак В.А., Трубаев А.И. Прогнозирование ресурса трубопроводов при случайном воздействии, Изв. вузов. Машиностроение, 1987, 6, 24-28. **3.** Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – Советское радио, Москва. – 1966.

Поступила в редколлегию 14.09.2001

УДК 539.3

## **ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ ВЕДУЩЕГО КОЛЕСА ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ**

Д.В.Бибик, С.И.Богарсуков

*КП ХКБМ им. А.А. Морозова, Харьков, Украина.*

The work is devoted to research of static durability of a real design – conducting wheel of the caterpillar machine. The decision of the task is achieved by sharing of an experimental research of a sample and numerical account of finite-element model of research object. The experimental research was carried out by a strain measurement method, and for finite-element account the ANSYS program was used. The estimation of wheels static durability at real loads influence was received as a result.

### **Введение**

Оценка напряженного состояния ведущих колес гусеничных машин может быть получена либо путем дорогостоящего и длительного натурного испытания, либо расчетным путем, для чего необходимо иметь адекватную расчетную модель. В настоящее время в технической литературе отсутствует рассмотрение вопросов прочностного расчета таких конструкций. Между тем расчетная модель может быть получена только на основе экспериментального исследования.

Появление данной работы было обусловлено указанными обстоятельствами. В ней приведено экспериментальное исследование напряженного состояния колеса. Потом та же задача решается путем численного исследования. Сопоставление результатов производится по наибольшим главным напряжениям.