Украине специализированным программно-аппаратным комплексом с такими возможностями (Tensor.kharkiv.com, mailto:tenzor@online.kharkiv.ua).

Список литературы: **1.** *Гриценко Г.Д., Малакей А.Н., Миргородский Ю.Я., Ткачук А.В., ТкачукН.А.* Интегрированные методы исследования прочностных, жесткостных и динамических характеристик элементов сложных механических систем // Механіка та машинобудування. – 2002. – № 1. – С. 6-13. **2.** *Ткачук Н.А., Пономарев Е.П., Медведева А.В., Миргородский Ю.Я., Малакей А.Н., Гриценко Г.Д.* Определение рациональных параметров элементов механических систем // Механіка та машинобудування. – 2001. – № 1,2. – С. 308-314. **3.** *Ткачук Н.А.* Специализированные системы автоматизированного исследования прочностных и жесткостных характеристик элементов технологической оснастки // Вісник Національного технічного університету “ХПІ”. Тематичний випуск:. “Динаміка і міцність машин”. Збірник наукових праць НТУ “ХПИ”. – Харків: НТУ “ХПИ”, 2003 .– № 12. т.1. – С.166-171. **4.** *Ткачук Н.А.* Интенсивная схема экспериментальных исследований элементов технологических систем. // Динамика и прочность машин. – 1998. – Вып. 56. – С. 175-181. **5.** *Ткачук Н.А.* Экспериментальное определение параметров конечно–элементных моделей // Механіка та машинобудування. – 1998. – № 1. – С.68-75. **6.** *Капустин А.А., Ткачук Н.А.* Расчетно–экспериментальный метод исследования деформаций элементов механических систем // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – Харьков: ХГПУ – 1999. – Вып.53. – С.148-155. **7.** *Ткачук Н.А.* Элементы технологических систем: компьютерные модели, экспериментальные исследования, численный анализ прочности и жесткости // Вісник Інженерної Академії України. – Киïв. – 2001. – № 3 (част.2). – С.297-302. **8.** *Ткачук Н.А.* Расчетно–экспериментальное исследование элементов сложных механических систем // Труды Одесского политехнического университета: Научный и производственно–практический сборник по техническим и естественным наукам. – Одесса.– 2001. – Вып.5. – С.198-201.

Поступила в редколлегию 29.04.04

УДК 622.691.4

А.В.ЯКУНИН, канд.техн.наук; ***В.А.РАТАУШКИН***, НТУ «ХПИ»;

НЕСТАЦИОНАРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В МАГИСТРАЛЬНОМ ГАЗОПРОВОДЕ ПОДЗЕМНОЙ ПРОКЛАДКИ С УЧЕТОМ ТЕПЛОВЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ

Розглядаються слабо нестаціонарні неізотермічні керовані процеси транспорту газу, що дозволяє використати ряд спрощуючих припущень про характер течії. Пропонується інтегрально-різницева модель розподілу тиску газу вздовж трубопроводу, одержана на основі методу малого параметра і декомпозиції крайової задачі в рамках операційного числення. Рекурентні процедури послідовного інтегрування можна реалізувати як стандартними методами, так і на основі попередньої апроксимації ядер інтегральних операторів та їх аргументів.

Введение. Развитие современных систем оперативно-технологического управления магистральными газопроводами (МГ) требует постоянного совершенствования соответствующего математического обеспечения [1-4]. Предлагаемая модель представляет собой модификацию с учетом дополнительных факторов известных интегрально-разностных уравнений нестационарных изотермических потоков в МГ [5, 6]. Трансформация основана на декомпозиции краевой задачи по малому параметру [7] в рамках операционного исчисления [8].

Постановка задачи и ее упрощение. Нестационарное неизотермическое течение газа в МГ при обычно вводимых упрощениях [1-3] описывается квазилинейной системой дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial p}{\partial t} + zRT \cdot \frac{\partial q}{\partial x} = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda zRT}{2D} \cdot \frac{q^2}{p} = 0; \tag{2}$$

$$\frac{p}{zRTq} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{4K}{DC_p q} \cdot (T - T_*) - \frac{1}{C_p q} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

при начальных и граничных условиях

$$0 \le x \le L: \quad T(x,0) = T_i(x); \quad q(x,0) = q_i(x); \quad p(x,0) = p_i(x); \tag{4}$$

$$t > 0: \quad T(0,t) = T_b(t); \quad p(0,t) = p_{b0}(t); \quad p(L,t) = p_{b1}(t). \tag{5}$$

Здесь $p = p(x,t)$ – давление; $q = q(x,t)$ – удельный массовый расход; $T = T(x,t)$ – температура; x – координата вдоль трубопровода; t – время; R – газовая постоянная; z – коэффициент сжимаемости; L и D – длина и диаметр трубопровода; λ – коэффициент гидравлического сопротивления; C_P – удельная теплоемкость; K – коэффициент теплопередачи; $T_* = T_*(x,t)$ – температура окружающей среды (грунта); $T_i(x)$, $q_i(x)$, $p_i(x)$, и $T_b(t)$, $p_{b0}(t)$, $p_{b1}(t)$ – функции, определяющие соответственно начальные и граничные условия.

В отличие от [5,6], где используется линеаризация задачи в изотермическом приближении, предлагаемый подход реализует ее декомпозицию как по скорости протекания процессов гидродинамики и теплообмена, так и по величине вклада отдельных факторов в реакцию системы.

Ограничиваясь рассмотрением случая течения охлажденного газа (по технологическим соображениям приблизительно до температуры грунта $T \approx T_*$) и считая температуру окружающей среды постоянной $T_* = \text{const}$, можно представить слабо нестационарные неизотермические управляемые процессы в МГ как наложение стационарного изотермического режима (основной фон) и нестационарных неизотермических возмущений. В результате краевая задача (1) – (5) принимает упрощенный вид, допускающий расщепление по малому параметру $\varepsilon = \sqrt{2D/(\lambda L)} = 10^{-1} \div 10^{-2}$ [9]. Соответствующий расчет теплового режима представлен в статье [10], поэтому в данной работе рассматривается только решение гидродинамической подсистемы (1), (2).

Если ввести безразмерные переменные

$$\bar{p} = \frac{p}{p_c}; \quad \bar{q} = \frac{q}{q_0}; \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0}; \quad \bar{T}_* = \frac{T_*}{T_0}; \quad \bar{x} = \frac{x}{L}; \quad \bar{t} = \frac{c_0 t}{L}$$

и представить начальные и граничные условия как

$$0 \le \bar{x} \le 1: \quad \bar{T}(\bar{x},0) = 1 + \varepsilon \bar{T}_i^{(1)}(\bar{x}); \quad \bar{q}(\bar{x},0) = 1 + \varepsilon \bar{q}_i^{(1)}(\bar{x});$$

$$0 \le \bar{x} \le 1: \quad \bar{p}(\bar{x},0) = \bar{p}_0(\bar{x}) + \varepsilon \bar{p}_i^{(1)}(\bar{x}); \tag{6}$$

$$\bar{t} > 0: \quad \bar{T}(0,\bar{t}) = 1 + \varepsilon \bar{T}_b^{(1)}(\bar{t});$$

$$\bar{t} > 0: \quad \bar{p}(0,\bar{t}) = \bar{p}_0(0) + \varepsilon\, \bar{p}_{b0}^{(1)}(\bar{t})\ ; \quad \bar{p}(1,\bar{t}) = \bar{p}_0(1) + \varepsilon\, \bar{p}_{b1}^{(1)}(\bar{t})\ , \tag{7}$$

где первые слагаемые соответствуют основному фону, а вторые слагаемые отражают его возмущения, тогда можно получить краевую задачу для уравнений неразрывности и движения

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{t}} + \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}} = 0\ ; \tag{8}$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \varepsilon a \cdot \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{t}} + \varphi \cdot \bar{q} = 0 \tag{9}$$

при начальных и граничных условиях (6), (7).

Здесь $p_0(x)$, q_0 и T_0 – значения давления, удельного массового расхода и температуры при основном стационарном режиме; $p_C = c_0 q_0$ – некоторое характерное давление; $c_0 = \sqrt{zRT_0}$ – скорость звука в газе при основном стационарном режиме; $a = \sqrt{\lambda L/(2D)}$ – постоянный коэффициент; $\varphi = \varphi(\bar{x}, \bar{t}) = a^2\, \bar{T}\, \bar{q} / \bar{p}$ – переменный коэффициент. Причем учтено, что $\bar{q}_0 = 1$; $T_0 = 1$.

Для упрощения записей в дальнейших выкладках знак черты над безразмерными переменными опущен.

От гидродинамической системы (8), (9) можно перейти к одному телеграфному уравнению относительно давления. Продифференцировав уравнение (8) по t, а уравнение (9) – по x и исключив саму переменную q и ее производные $\frac{\partial q}{\partial x}$ и $\frac{\partial^2 q}{\partial x \partial t}$, можно получить

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{a}{T} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{a}{T^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - $$

$$- \varepsilon \frac{a}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\varphi}{T} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = 0\,. \tag{10}$$

Согласно [4] функция $\varphi = \varphi(x,t)$ имеет малую крутизну, т.е. $\frac{\partial \varphi}{\partial x} \sim \varepsilon$.

Учитывая также малость $\frac{\partial T}{\partial t}$, уравнение (10) можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{a}{T} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \varepsilon^2 \frac{a^2}{T^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \varepsilon \frac{a}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - $$

$$- \varepsilon^2 \frac{a^2}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\varphi}{T} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = 0\,. \tag{11}$$

Используя разложения

$$T(x,t) = T^{(0)} + \varepsilon T^{(1)} + \varepsilon^2 T^{(2)} + \ldots\ ; \quad p(x,t) = p^{(0)} + \varepsilon p^{(1)} + \varepsilon^2 p^{(2)} + \ldots\ ;$$

$$q(x,t) = q^{(0)} + \varepsilon q^{(1)} + \varepsilon^2 q^{(2)} + \ldots\ ; \quad \varphi(x,t) = \varphi^{(0)} + \varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + \ldots\ ,$$

где

$$\varphi^{(0)} = a^2 \frac{T^{(0)} q^{(0)}}{p^{(0)}} = \frac{a^2}{p^{(0)}} ; \quad \varphi^{(1)} = a^2 \left(\frac{T^{(1)} q^{(0)}}{p^{(0)}} + \frac{T^{(0)} q^{(1)}}{p^{(0)}} - \frac{T^{(0)} q^{(0)} p^{(1)}}{p^{(0)2}} \right) =$$

$$= a^2 \left(\frac{T^{(1)}}{p^{(0)}} + \frac{q^{(1)}}{p^{(0)}} - \frac{p^{(1)}}{p^{(0)2}} \right),$$

можно получить рекуррентную последовательность краевых задач для $p^{(n)}$ $n = 0,1,2,\ldots$.

Из практических соображений достаточно ограничиться расчетом до первого приближения

$$p = p^{(0)} + \varepsilon\, p^{(1)}. \tag{12}$$

Построение интегрально-разностной модели распределения давления. Нулевому приближению соответствует основной стационарный изотермический режим [1-3]

$$q^{(0)} = 1; \quad T^{(0)} = 1; \quad p^{(0)} = p_0(x) = \sqrt{p_0^2(0) - \left(p_0^2(0) - p_0^2(1)\right) x} \cdot \tag{13}$$

При $q_0 > 0$ стационарное давление $p_0(x)$ – монотонно убывающая функция. Для упрощения в уравнении (11) можно сделать замену $x \to u$, где

$$u = (p_0(x))^{3/2}.$$

Тогда, обозначая $u_0 = (p_0(0))^{3/2}$, $u_1 = (p_0(1))^{3/2}$ и выражая производную $\frac{dp_0}{dx}$ из стационарного уравнения движения [1-3] (в принятых безразмерных переменных)

$$\frac{dp_0}{dx} + a^2 \frac{1}{p_0} = 0 ;$$

можно получить

$$p^{(0)} = p_0(x) = u^{2/3} ; \tag{14}$$

$$x = \frac{p_0^2(0) - p_0^2(x)}{p_0^2(0) - p_0^2(1)} = \frac{u_0^{4/3} - u^{4/3}}{u_0^{4/3} - u_1^{4/3}} ; \qquad \frac{dp_0}{dx} = -a^2 \frac{1}{p_0} = -a^2 u^{-2/3} ;$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial p_0} \cdot \frac{dp_0}{dx} \cdot \frac{\partial}{\partial u} = \frac{3}{2} p_0^{1/2} \cdot \left(-a^2 u^{-2/3}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial y} = -\frac{3}{2} a^2 u^{-1/3} \cdot \frac{\partial}{\partial u} ;$$

$$\frac{d\varphi^{(0)}}{dx} = -\frac{a^2}{p_0^2} \cdot \frac{dp_0}{dx} = -\frac{a^2}{u^{4/3}} \cdot \cdot \left(-a^2 u^{-2/3}\right) = a^4 u^{-2} .$$

В результате уравнение (11) принимает вид

$$\frac{\partial^2 p}{\partial u^2} - \varepsilon \frac{4u^{2/3}}{9a^3 T} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{4u^{2/3}\varphi}{9a^4 T} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \varepsilon \frac{a}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial u} \cdot \frac{\partial p}{\partial u} - \varepsilon \frac{a}{3u} \cdot \frac{\partial p}{\partial u} +$$

$$+ \varepsilon^2 \frac{4u^{2/3}}{9a^2 T^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \varepsilon^2 \frac{2u^{1/3}}{3\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial u} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} = 0 , \tag{15}$$

где введением множителя ε учтена также малость пятого слагаемого.

Из уравнения (15) для первого приближения следует

$$\frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial u^2} - \frac{4u^{2/3}}{9a^4} \cdot \frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial t^2} - \frac{4}{9a^2} \cdot \frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} + \frac{2a\,u^{-4/3}}{9} = 0 . \tag{16}$$

Следует подчеркнуть, что в соотношении (16) оставлен малый член со второй производной по времени $\dfrac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial t^2}$, который отражает волновой характер исследуемого процесса. Его отбрасывание соответствует сингулярному возмущению исходного уравнения – переходу от гиперболического типа к параболическому, что не позволяет адекватно описать начальный период времени протекания процесса и приводит к неустойчивым при $t \to 0$ вычислительным процедурам.

Усредняя малый коэффициент при этом дополнительном члене, уравнение (16) можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial u^2} - a_1^2 \cdot \frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial t^2} - a_2 \cdot \frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} + a_3\, u^{-4/3} = 0 \ , \tag{17}$$

где постоянные коэффициенты a_1, a_2, a_3 определяются выражениями

$$a_1^2 = \left(\frac{4u^{2/3}}{9a^4} \right)_{cp} = \frac{4u^{2/3}}{9a^4} \cdot \frac{1}{u_0 - u_1} \cdot \int_{u_1}^{u_0} u^{2/3} du = \frac{4\left(u_0^{5/3} - u_1^{5/3}\right)}{15a^4\left(u_0 - u_1\right)} ;$$

$$a_2 = \frac{4}{9a^2} ; \qquad a_3 = \frac{2a}{9} .$$

Краевые условия для первого приближения

$$u_1 \le u \le u_0: \qquad p^{(1)}(u,\, 0) = p_i^{(1)}\left(\frac{u_0^{4/3} - u^{4/3}}{u_0^{4/3} - u_1^{4/3}} \right) ; \tag{18}$$

$$t > 0: \quad p^{(1)}(u_0,\, t) = p_{b0}^{(1)}(t) \ ; \quad p^{(1)}(u_1,\, t) = p_{b1}^{(1)}(t) \ . \tag{19}$$

Преобразуя уравнение (17) по Лапласу [8] с учетом начальных условий (18), можно построить его операторное изображение

$$\frac{\partial^2 P^{(1)}(u,s)}{\partial u^2} - a_1^2\, s^2 \cdot P^{(1)}(u,s) + a_1^2\, s \cdot p_i^{(1)}\left(\frac{u_0^{4/3} - u^{4/3}}{u_0^{4/3} - u_1^{4/3}} \right) + a_1^2 \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial u} p_i^{(1)}\left(\frac{u_0^{4/3} - u^{4/3}}{u_0^{4/3} - u_1^{4/3}} \right) - a_2\, s \cdot P^{(1)}(u,s) + a_2 \cdot p_i^{(1)}\left(\frac{u_0^{4/3} - u^{4/3}}{u_0^{4/3} - u_1^{4/3}} \right) + a_3 u^{-4/3} = 0 \, , \tag{20}$$

где $P^{(1)}(u,s)$ – изображение давления.

Для учета волнового характера течения достаточно ограничиться наличием в уравнении (20) только второго слагаемого, а третье и четвертое, как менее значительные, отбросить. В результате получается операторное уравнение

$$\frac{\partial^2 P^{(1)}(u,s)}{\partial u^2} - \gamma^2 \cdot P^{(1)}(u,s) + 2G(u) = 0 \ , \tag{21}$$

где

$$\gamma = a_1 \sqrt{s(a + 2\alpha)} \ ; \quad \alpha = \frac{a_2}{2a_1^2} \ ; \quad G(u) = \frac{a_2}{2} \cdot p_i^{(1)}\left(\frac{u_0^{4/3} - u^{4/3}}{u_0^{4/3} - u_1^{4/3}} \right) + \frac{a_3}{2} u^{-4/3} .$$

Решение уравнения (21) без учета граничных условий (19) можно представить в следующей нетрадиционной симметричной форме

$$P^{(1)}(u,s)=A(s)\cdot\exp(-\gamma(u_0-u))+B(s)\cdot\exp(-\gamma(u-u_1))+$$
$$+\int_{u_1}^{u}\frac{1}{\gamma}\exp(-\gamma(u-\theta))G(\theta)d\theta+\int_{u}^{u_0}\frac{1}{\gamma}\exp(-\gamma(\theta-u))G(\theta)d\theta, \tag{22}$$

в чем легко убедиться непосредственной проверкой. К выражению (22) можно прийти с помощью метода вариации произвольных постоянных. Такая форма записи изображения позволяет получить достаточно простые оригиналы.

Здесь $A(s)$ и $B(s)$ – произвольные функции, оригиналы которых $a(t)$ и $b(t)$ принимаются за новые вспомогательные переменные, называемые волновыми [5,6]. Для их нахождения используются граничные условия (19):

$$A(s)+B(s)\cdot\exp(-\gamma(u_0-u_1))+\int_{u_1}^{u_0}\frac{1}{\gamma}\exp(-\gamma(u_0-\theta))G(\theta)d\theta=P_{b0}^{(1)}(s)\ ; \tag{23}$$

$$A(s)\cdot\exp(-\gamma(u_0-u_1))+B(s)+\int_{u_1}^{u_0}\frac{1}{\gamma}\exp(-\gamma(\theta-u_1))G(\theta)d\theta=P_{b1}^{(1)}(s)\ , \tag{24}$$

где $P_{b0}^{(1)}(s)$ и $P_{b1}^{(1)}(s)$ – изображения заданных граничных условий.

Используя табличный оригинал [8]

$$\frac{\exp\left(-h\sqrt{s(s+2\alpha)}\right)}{\sqrt{s(s+2\alpha)}}\ \dot{=}\ \exp(-\alpha t)\cdot I_0\left(\alpha\sqrt{t^2-h^2}\right)\cdot\eta(t-h)$$

непосредственно и дифференцируя его по параметру h с учетом равенства $\dfrac{dI_0(t)}{dt}=I_1(t)$ и применяя интеграл свертки, можно в уравнениях (22) – (24) перейти во временную область и получить рекуррентные интегрально-разностные соотношения для давления и волновых переменных

$$p(u,\,t)=u^{2/3}+\varepsilon R(t,\,a_1(u_0-u))\,a(t-a_1(u_0-u))+\varepsilon R(t,\,a_1(u-u_1))\times$$
$$\times\,b(t-a_1(u-u_1))+\varepsilon\eta(t-a_1(u_0-u))\int_0^{t-a_1(u_0-u)}S(t-\tau,\,a_1(u_0-u))\,a(\tau)d\tau\ +$$
$$+\varepsilon\eta(t-a_1(u-u_1))\int_0^{t-a_1(u-u_1)}S(t-\tau,\,a_1(u-u_1))\,b(\tau)d\tau\,+$$
$$+\ \varepsilon\int_{u_1}^{u}T(t,\,a_1(u-\theta))\,G(\theta)d\theta+\varepsilon\int_{u}^{u_0}T(t,\,a_1(\theta-u))\,G(\theta)d\theta\,; \tag{25}$$

$$a(t)=p_{b0}^{(1)}(t)-R(t,\,a_1(u_0-u_1))\,b(t)-\eta(t-a_1(u_0-u_1))\times$$
$$\times\int_0^{t-a_1(u_0-u_1)}S(t-\tau,\,a_1(u_0-u_1))\,b(\tau)d\tau-\int_{u_1}^{u_0}T(t,\,a_1(u_0-\theta))\,G(\theta)d\theta\,; \tag{26}$$

$$b(t)=p_{b1}^{(1)}(t)-R(t,\,a_1(u_0-u_1))\,a(t)-\eta(t-a_1(u_0-u_1))\times$$
$$\times\int_0^{t-a_1(u_0-u_1)}S(t-\tau,\,a_1(u_0-u_1))\,a(\tau)d\tau-\int_{u_1}^{u_0}T(t,\,a_1(\theta-u_1))\,G(\theta)d\theta\,, \tag{27}$$

причем $a(t)=0$ и $b(t)=0$ при $t\le 0$. Здесь учтено (12) – (14).

Вспомогательные функции $R(t,h)$, $S(t,h)$, $T(t,h)$ определяются выражениями

$$R(t,\, h) = \exp(-\alpha h)\,\eta(t-h)\ ; \quad S(t,\, h) = \frac{\alpha h\, \exp(-\alpha t)}{\sqrt{t^2 - h^2}}\, I_1\!\left(\alpha\sqrt{t^2 - h^2}\right);$$

$$T(t,\, h) = \frac{1}{a_1}\exp(-\alpha t)\, I_0\!\left(\alpha\sqrt{t^2 - h^2}\right)\eta(t-h).$$

Здесь

$\eta(t)$ – единичная ступенчатая функция Хевисайда: $\eta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \le 0 \end{cases}$;

$I_0(t)$ и $I_1(t)$ – модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков.

В правые части соотношений (25) – (27) искомые величины входят с запаздыванием. Расчеты сводятся к последовательному интегрированию.

Заключение. Предложенная интегрально-разностная модель позволяет определить давление в любой точке МГ в произвольный момент времени. Вычисление квадратур можно осуществить стандартными методами. Однако учет специфики задачи позволяет значительно упростить вычислительный процесс и повысить его быстродействие. Поскольку давление и волновые переменные меняются значительно медленнее соответствующих ядер интегральных операторов, то достаточно использовать их кусочно-линейную аппроксимацию. При этом сами ядра можно аппроксимировать частичной суммой экспоненциального ряда. Соответствующие процедуры обсуждаются в [6].

Сравнение результатов расчета распределения давления газа вдоль МГ подземной прокладки при слабо нестационарных управляемых процессах по предложенным соотношениям (25) – (27) с принимаемым за эталонное аналогичным распределением, полученным конечно-разностными методами на базе исходной модели (1) – (3), показывает, что относительная погрешность не превышает $5\% \div 10\%$. В дальнейшем предполагается расширить область применения предложенного подхода за счет учета в модели неизотермичности основного стационарного режима и изменения температуры окружающей среды вдоль трассы МГ.

Список литературы: **1.** *Панкратов В.С., Дубинский А.В., Сиперштейн Б.И.* Информационно-вычислительные системы в диспетчерском управлении газопроводами. – Л.: Недра, 1988. – 246 с. **2.** *Поляков Г.Н., Яковлев Е.И., Пиотровский А.С.*. Моделирование и управление газотранспортными системами. – СПб.: Недра, 1992. – 256 с. **3.** Моделирование задач эксплуатации систем трубопроводного транспорта / *Е.И. Яковлев, В.Д. Куликов, А.В. Шибиев и др.* – М.: ВНИИОЭНГ, 1992. – 358 с. **4.** Сложные трубопроводные системы / *В.В. Грачев, М.А. Гусейнзаде, Б.И. Ксенз, Е.И. Яковлев.* – М.: Недра, 1982. – 256 с. **5.** *Скляров Ю.С., Костюков В.В.* Интегрально-разностные уравнения нестационарного режима магистрального газопровода // Методы и модели интенсификации производства. – К.: УМК ВО, 1988. – С. 43-49. **6.** *Скляров Ю.С., Канов Л.Н., Костюков В.В.* Численные методы и алгоритмы анализа нестационарных процессов транспорта газа на основе интегрально-разностной модели. – Севастополь, 1988. – 22 с. – Деп. в УкрНИИНТИ 15.09.88, №2355-Ук88. **7.** *Найфэ А.* Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984. – 535 с. **8.** *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 832 с. **9.** *Идин М.А., Шершков В.В.* Решение задачи движения газа в трубе методом малого параметра // Пневматика и гидравлика: Приводы и системы управления. – 1984. – Вып. 10. – С. 249-263. **10.** *Якунин А.В., Ратаушкин В.А.* Упрощенная модель теплового режима управляемого потока газа в магистральном трубопроводе подземной прокладки // Вестник НТУ “ХПИ”. Сер. Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2002. – Вып. 10, т. 2. – С. 132-138.

Поступила в редколлегию 18.03.04

УДК 539.3

Е.Г.ЯНЮТИН, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»;
А.С.ШАРАПАТА, ХНАДУ

ОБРАТНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Представлено стійке до похибок чисельно-аналітичне рішення некоректної оберненої задачі з ідентифікації закону зміни за часом нестаціонарного імпульсного навантаження, яке діє на круглу циліндричну оболонку скінченної довжини. Осесиметричний рух шарнірно-опертої оболонки в межах пружності моделюється на підґрунті уточненої теорії С.П.Тимошенко.

Numerically analytical solution of the ill-posed inverse problem in identification of the changing in time regularity of non-stationary impulsive loading steady to errors which affects the round cylindrical shell of a finite length is given. Axisymmetric movement of a joint-supported shell in the limits of elasticity is modelled grounded on S.P.Timoshenko’s specified theory.

Постановка проблемы

В настоящее время интенсивно развивается исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) тел, находящихся под действием импульсных нагрузок. Важное место в исследованиях параметров НДС ответственных элементов конструкций и сооружений занимает решение проблем, связанных с определением действующего импульсного нагружения, а также с управлением их деформированием.

Анализ исследований и публикаций

Укажем некоторые публикации, непосредственно относящиеся к вопросу освещаемому в настоящей статье. В [1,3] рассмотрены построение математических моделей и методов исследования НДС (прямые задачи) при деформировании элементов конструкций цилиндрической формы. Авторы монографии [2] рассмотрели некоторые конкретные прямые и обратные задачи для цилиндрических тел. Несмотря на важное практическое приложение обратных задач по идентификации нестационарных нагрузок, они разработаны недостаточно. Остаются не изученными вопросы определения закона изменения импульсного нагружения на цилиндрическую оболочку при ее осесимметричном деформировании.