В численной реализации исследуемой краевой задачи использована сдвиговая модель $l_i = l_{ij} = 5$ (при $m_i = m_{ij} = 15$) уточненной теории оболочек пятого приближения. Как следует из рис. 2, увеличение жесткости E_2/E_1 в интервале $[0{,}25 \div 4]$ приводит в рассмотренных примерах к существенному изменению величин определяемых напряжений.

Выводы. Полученные результаты подтверждают возможность эффективного использования предложенного в монографии [1] RVR-метода при исследовании напряженно-деформированного ортотропных сферических оболочек с отверстиями. Средством проверки достоверности полученных результатов может стать программно реализуемый алгоритм [3] интегральной двойственной оценки численных решений, позволяющий автоматизировать поиск такого количества аппроксимаций, при котором процесс сходимости приближенных решений для независимо варьируемых искомых перемещений и напряжений приобретает устойчивый характер.

Список литературы: **1.** *Сало В.А.* Краевые задачи статики оболочек с отверстиями. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2003. – 216 с. **2.** *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Київ: Наукова думка, 1982. – 552 с. **3.** *Сало В.А.* О двусторонней оценке точности приближенных решений задач теории оболочек, полученных методом Ритца для неэкстремального функционала Рейсснера // Доповіді НАН України. – К., 2003. – №. 1. – С. 53–57.

Поступила в редколлегию 29.03.04

УДК 539.3

Э.А.СИМСОН, докт.техн.наук; ***С.А.НАЗАРЕНКО***, канд.техн.наук; ***Ю.П.АНАЦКИЙ***, НТУ «ХПИ»

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПО ПРОЧНОСТНЫМ И ДИНАМИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

В статті пропонуються методи оптимізації складних скінченноелементних моделей з високим ступенем геометричної і фізичної інформативності; орієнтовані на великі розмірності векторів перемінних стану і проектування, мінімальну кількість звертань до процедури прямого розрахунку. Досліджено обчислювальні етапи. Розглянуто застосування розробленого математичного апарату.

Structural optimization methods of high both geometric and physical informational content are suggested for complicated FEA models, especially with design variables vector of high dimension, to minimize numbers of straight calculation procedure activation. Computational stages are investigated. The developed mathematical apparatus application are examined.

Создание систем автоматизированного оптимального проектирования машиностроительных конструкций способствует не только сокращению сроков, но и повышению качества проектирования [1,2]. Разработка систем связана с применением теории и численных методов оптимизации для реальных задач проектирования, отличающихся необходимостью использования комплексных моделей функционирования изделия, сложной пространственной геометрией конструкции, большим количеством критериев и функциональных ограничений.

Целью проведенных исследований была разработка методики оптимизации сложных конечноэлементных моделей с высокой степенью геометрической и физической информативности (дискретизации), а значит и достоверности к исходному объекту; ориентированной на большие размерности векторов переменных состояния и проектирования и минимальное число обращений к процедуре прямого расчета.

Задача оптимизации конструкций заключается в нахождении параметров проектирования, принадлежащих допустимой области U и минимизирующих (максимизирующих) целевую функцию (функционал качества) J_0. На проектные переменные могут накладываться как явные двусторонние ограничения, задаваемые из конструктивно-технологических соображений, так и функциональные ограничения типа равенств и неравенств, наложенных на функционалы J_j, неявным образом сужающие область варьирования. При этом значения функционалов определяются из решения задач анализа, описываемых уравнениями состояния метода конечных элементов (МКЭ), являющегося наиболее мощным и распространенным методом расчета конструкций.

При решении практических задач, характеризующихся высокой размерностью(порядка 100-1000) вектора варьируемых параметров и весьма большим(~10) числом функциональных ограничений, в настоящее время наиболее предпочтительным представляется метод последовательной линеаризации (МПЛ).

На каждом шаге метода последовательной линеаризации осуществляется следующий набор вычислительных этапов:

– решение исходной и сопряженной задач;

– вычисление функциональных производных или градиентов от критериев и функциональных ограничений по проектным переменным;

– построение области линеаризации;

– решение задачи линейного программирования.

Вычисление градиентов от критерия оптимизации (или критериев в Парето-постановке) и функциональных ограничений включает, во-первых, технику дифференцирования уравнений состояния [3], во-вторых, способ введения проектных переменных и связанные с ним соотношения для производных от конечноэлементных матриц системы.

В работе используется подход, в рамках которого на первом этапе после решения исходной и сопряженных конечноэлементных проблем выполняется анализ чувствительности функционалов к возмущению естественных варьируемых параметров конечноэлементной дискретизации конструкции, а на втором этапе (там, где этого требует решение перечисленных выше проблем) осуществляется переход к анализу чувствительности в специальном пространстве конструктивных форм, определяемом конструктивными и технологическими особенностями, в котором и решается реальная задача оптимального проектирования. Такой подход позволяет унифицировать математический аппарат.

Далее остановимся на основных моментах вычислительной технологии 3 и 4 этапов МПЛ, развивающей идеи Р.П.Федоренко [4], на примере с функциональными ограничениями типа равенств, разрабатываемой в лаборатории «Оптимизация конструкций» НТУ «ХПИ».

Конструктивная форма условий оптимальности первого порядка имеет вид

$$\begin{aligned} &\min \delta\vec{u}^T \vec{\nabla}_u J_0; \\ &J_j + \delta\vec{u}^T \vec{\nabla}_u J_j = 0; \\ &\vec{u} + \delta\vec{u} \in \delta U \bigcap U. \end{aligned} \tag{1}$$

Наличие J_j в линеаризованной записи функциональных ограничений $J_j(\vec{u},\vec{y}) = 0$ связана с компенсацией накопления погрешностей второго порядка малости. Область линеаризации образуется пересечением области δU, строящейся по характеру изменения (градиентам) целевой функции J_0 и функционалов-ограничений J_j, и допустимой области U, рассматриваемой в работе в виде гиперпаралелепипеда: $u_i^- \le u_i \le u_i^+, i = 1,n$.

В дальнейшем при описании метода будем придерживаться принятой в монографии [4] системы обозначений

$$s_i = \delta u_i; \quad h_i^j = \frac{\partial J_j}{\partial u_i}; \quad X^j = J_j(\vec{u},\vec{y}).$$

Первые два условия в постановке (1) с учетом принятой системы обозначений примут вид

$$\min \sum_{i=1}^{n} s_i h_i^0; \qquad X^j + \sum_{i=1}^{n} s_i h_i^j = 0 . \tag{2}$$

Область линеаризации будем также разыскивать в форме гиперпараллелепипеда $s_i^- \le s_i \le s_i^+$.

Область линеаризации должна удовлетворять целому ряду условий. Она должна быть достаточно малой, чтобы формулы первого порядка с приемлемой точностью описывали приращения функционалов, и в то же время достаточно большой, чтобы процесс оптимизации не был слишком медленным. Область должна быть построена так, чтобы она целиком содержалась в глобальной области геометрических ограничений, при этом должна быть обеспечена возможность изменения ее конфигурации по любому возможному направлению в n-мерном пространстве варьируемых параметров.

Большинство методов первого порядка можно трактовать как выбор направления оптимизации в пространстве варьируемых параметров и величины шага. В данном методе этим параметрам соответствует выбор формы области линеаризации и ее характерного размера.

Возможности разработанного математического аппарата продемонстрируем на примере рабочего колеса турбокомпрессора. В работе [5] рассматривается оптимизация лопатки, моделируемой тонкопластинчатыми КЭ, по критерию основной собственной частоты колебаний. В работе [6] рассматривается оптимизация лопатки, моделируемой толстооболочечными изопараметрическими КЭ, по критериям максимальной интенсивности статических напряжений, веса, момента инерции, собственных частот колебаний. В настоящей работе при анализе использовались полные модели колес турбин и компрессоров на основе 20-узловых трехмерных изопараметрических КЭ (рис. 1 и 2).

За счет оптимизации контура диска удалось вывести весь пакет частот "дисковых" форм колебаний турбины из зоны опасных резонансов и существенно (≈30 %) уменьшить уровень максимальных статических напряжений. Дальнейшая оптимизация была связана с трехмерным КЭ варьированием распределением толщины лопатки, формой серповидной направляющей и трассировкой образующей (в рамках различных ограничений, диктуемых уровнем реальных технологических возможностей завода-изготовителя). При оптимизации использовались как схемы варьирования элементами срединной поверхности и распределения толщины, так и раздельные вариации Безье-поверхностей спинки и корытца. При этом удалось отстроить от опасных резонансов пакет собственных частот, соответствующих первой лопаточной форме, и поднять в область высоких гармоник пакет частот, соответствующих второй. Дополнительно удалось на 20% снизить максимальные статические напряжения от центробежных сил и на 15% максимальные, нормированные потерями энергии динамические напряжения на первой лопаточной форме.

Мощные возможности анализа чувствительности и оптимизации рабочего колеса позволили скомпенсировать ухудшения статической и динамической прочности, возникающие после газодинамической оптимизации.

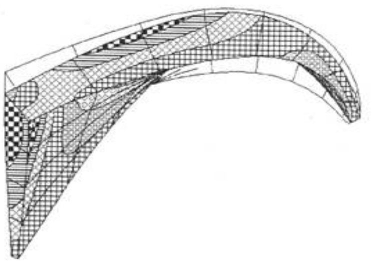

Рисунок1 – Поле приращений материала на различных поверхностях при решении задачи максимизации основной собственной частоты лопатки рабочего колеса турбины

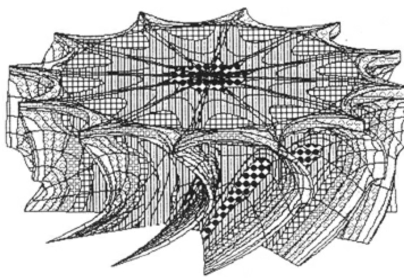

Рисунок 2 – Распределение эквивалентных напряжений от центробежной нагрузки при решении задачи поиска оптимальной конфигурации формы контура диска.

В дальнейших работах планируется изложить результаты адаптации методов анализа чувствительности и оптимизации систем в мультидисциплинарных задачах(в частности, при проектировании мехатронных систем на основе МЭМС).

Список литературы: 1. Гриценко Г.Д, Малакей А.Н., Миргородский Ю.Я., Ткачук А.В., Ткачук Н.А. Интегрированные методы исследования прочностных, жесткостных и динамических характеристик элементов сложных механических систем // Механіка та машинобудування. – 2002. –

№1. – С. 6-13. **2**. *Fridman M.M., Zyczkowski M.* Structural optimization of elastic columns under stress corrosion conditions // Structural Optimization. – 2001. – Vol. 21(3). – P. 218-228. **3**. *Симсон Э.А., Назаренко С.А., Зюзин, А.Ю., В.Б. Любецкая В.Б.* Анализ чувствительности для конечноэлементных моделей конструкций // Вестник НТУ «ХПИ». – 2003. – № 8. Т. 3. – С. 77-82. **4**. *Федоренко Р.П.* Приближенное решение задач оптимального управления / М.: Наука, 1978. – 488 с. **5.** *Жовдак В.А., Иглин С.П., Смирнова Л.М., Солошенко В.А.*. Оптимизация лопатки рабочего колеса турбокомпресора по критерию собственной частоты колебаний // Вестник НТУ «ХПИ». – 2003. – №. 12. Т. 1. – С. 71-78. **6**. *Назаренко С.А.* Разработка метода анализа чувствительности и оптимизации оболочечных элементов конструкций и лопаток турбомашин / Дис. канд.техн.наук. – Харьков, 1989. – 210 с.

Поступила в редколлегию 05.06.04

УДК 681.3

И.Г.СУВОРОВА, докт.техн.наук, ИПМаш НАН Украины

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Розглянуті теоретичні основи залучення методу R-функцій до розв'язку осесиметричних течій рідини у каналах складного профілю. Розроблені комп'ютерні моделі таких течій, наведені приклади течій у реальних каналах.

The paper considers theoretical principles of the R-functions method application to axisymmetric fluid in the channel of complicate form. The computer-based models of such fluid are created. Also the efficiency of one based on computation of the real channel are showed.

Введение

Над формулировкой основных уравнений движения вязкой жидкости, представляющих математическую модель законов сохранения импульса и массы, работали Л.Навье, С.Пуассон, Б.Сен-Венан и Дж.Г.Стокс. При этом был использован обобщенный закон трения Ньютона, предполагающий, что для движущихся жидкостей и газов напряжения пропорциональны скоростям деформаций, а также соображения о действии межмолекулярных сил [1,2].

Основные краевые задачи для стационарных уравнений Навье-Стокса связаны с исследованием течений в замкнутых полостях, каналах, течений со свободными поверхностями, в струях и следах за телами, с обтеканием тел. При этом интегрирование уравнений Навье-Стокса проводится в областях (конечных или бесконечных), на границе которых ставятся условия из соображений физического характера (условия прилипания или скольжения по поверхности тел, вдува или отсоса на проницаемых поверхностях, условия внешнего потока вдали от обтекаемого тела, условия на свободной границе и др.). Для нестационарных задач помимо граничных условий должны задаваться начальные условия [1–3].

Для нахождения решений таких задач на помощь исследователям пришли