

**В.М.КАПИНОС**, докт.техн.наук; **В.Н.ПУСТОВАЛОВ**, канд.техн.наук;  
**И.В.СМОРОДСКАЯ**, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ТРУБНОМ ПУЧКЕ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ

При перехрестовой течі в трубном пучке в наслідок зменшення температури газу по глибині пучка виникає нерівномірний розподіл температури трубок і їх температурного розширення, слідством якого постають температурні напруження, що може привести до порушення з'єднання трубок з трубою дошкою. Пропонується наближений метод розрахунку розподілу температури в трубном пучку.

At the cross-flow in a tube bundle in consequence of the gas temperature drop there is the different temperature of the tube walls. Because of that different heat deformations and stresses of the tubes arises, which can result in the failure of the tubes-plate juncture. The approximate method of the temperature distribution in a tube bundle is proposed.

При перекрестном токе температура газа, омывающей трубный пучок, изменяется (уменьшается) по глубине трубного пучка, обуславливая различие температур трубок, а, следовательно, и температурных их удлинений от ряда к ряду. Различия температурных удлинений порождает температурные напряжения, которые могут привести к нарушению плотности вальцовочных соединений с концевыми трубными досками.

В анализе распределения температуры по рядам трубок используем систему дифференциальных уравнений теплопроводности и энергии, описывающих изменение температур трубок и нагреваемого воздуха.

Уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

при  $r = r_1$

$$\alpha_r (T_1 - \vartheta) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (2)$$

при  $r = r_2$

$$\alpha_b (T_2 - t) = \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3)$$

определяет температурное поле трубки. В уравнениях (1) – (3)  $\alpha_r$ ,  $\alpha_b$  – коэффициенты теплоотдачи со стороны газа и воздуха,  $t$ ,  $\vartheta$  – температуры газа и воздуха,  $r$  и  $x$  – радиальная и осевая координата.

Для одномерного распределения температуры нагреваемого воздуха примем соотношение

$$\frac{d\vartheta}{dx} - \frac{\pi d_1 \alpha_b}{c_p G} (T_1 - \vartheta) = 0, \quad (4)$$

которое следует из уравнения теплового баланса элемента  $dx$  трубки. Здесь  $c_p$  и  $G$  – теплоемкость и весовой расход воздуха через одну трубку.

Чтобы упростить решение системы уравнений (1) – (4) введем в рассмотрение среднюю по поперечному сечению трубки температуру

$$\theta = \frac{1}{2\pi r_{cp} \delta} \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r T dr = \frac{1}{r_{cp} \delta} \int_{r_1}^{r_2} r T dr .$$

Представим уравнение (1) в виде

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T r}{\partial x^2} = 0 , \quad (5)$$

умножим на  $1/(r_{cp} \delta)$  и почленно проинтегрируем в пределах от  $r_1$  до  $r_2$

Будем иметь

$$r_2 \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_2} - r_1 \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_1} + \frac{d^2 \theta}{dx^2} = 0 . \quad (6)$$

После исключения производных из уравнения (6) при помощи граничных условий (2), (3) получим

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{r_2 \alpha_r}{r_{cp} \lambda \delta} (T_2 - t) - \frac{r_1 \alpha_b}{r_{cp} \lambda \delta} (T_1 - \vartheta) = 0 .$$

Если принять, что  $T_1 = T_2 = \theta$ , т.е. температура поверхностей трубки равна среднеинтегральной температуре, то получим приближенное одномерное дифференциальное уравнение теплопроводности в виде

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{r_2 \alpha_r}{r_{cp} \lambda \delta} (\theta - t) - \frac{r_1 \alpha_b}{r_{cp} \lambda \delta} (\theta - \vartheta) = 0 . \quad (7)$$

Уравнение в таком виде может быть получено непосредственно составлением баланса теплоты для элемента трубки  $dx$ , приняв заранее, что температура в поперечном сечении трубки выровнена и равна  $\theta$ . Однако в этом случае будет неясно, почему уравнение (7) приближенное. Принятое выше условие  $T_1 = T_2 = \theta$  для тонких тел выполняется достаточно точно.

Для тонких стенок может быть принято еще одно упрощение – опущена вторая производная в уравнении (7). Допустимость этого упрощения проверена в [1] путем сравнения распределения  $\theta$  по исходному и упрощенному уравнениям.

Таким образом, для определения температуры трубок при их поперечном обтекании будем использовать систему уравнений

$$(\theta - t) + n^2 (\theta - \vartheta) = 0 , \quad (8)$$

$$\text{где } n^2 = \frac{\alpha_b r_1}{\alpha_r r_2} ,$$

$$\frac{d \vartheta}{dx} - p^2 (\theta - \vartheta) = 0 , \quad (9)$$

$$\text{где } p^2 = \frac{2\pi r_1 \alpha_r}{c_p G} \text{ (в уравнении (4) в соответствии с принятым допущением)}$$

ем  $T_1 \approx \theta$ ).

Из уравнения (8) следует

$$\theta = \frac{\vartheta n^2 + t}{1 + n^2}, \quad (10)$$

Подстановка этого выражения в (9) дает

$$\frac{d\vartheta}{dx} - v^2(\vartheta - t) = 0, \quad (11)$$

$$\text{где } v^2 = \frac{p^2}{1 + n^2}.$$

В дальнейшем принимаем  $t = \text{const}$  равным среднему значению (по глубине пучка и его средней длине).

Интеграл уравнения (11) имеет вид

$$\vartheta - t = c \cdot e^{-v^2 x}.$$

Из граничного условия  $x = 0$ ,  $\vartheta = \vartheta_0$ , где  $\vartheta_0$  – начальная температура воздуха, получаем

$$\vartheta = t - (t - \vartheta_0) \cdot e^{-v^2 x}. \quad (12)$$

Совмещая выражения (10) и (12) находим также

$$\theta = t - (t - \vartheta_0) \cdot \mu^2 \cdot e^{-v^2 x}. \quad (13)$$

$$\text{где } \mu^2 = \frac{n^2}{1 + n^2}.$$

Обозначим индексами 1,2,3,...k температуру газа  $t$  за 1,2,3,...k рядом трубок. Предположим далее, что в каждом ряду расположено  $m$  трубок. Тогда температура газа за первым рядом трубок

$$t_1 = t_0 - \frac{Q_1}{c_{pr} G_r}, \quad (14)$$

где  $t_0$  – начальная температура газа,  $Q_1$  – количество теплоты, отданное газом (воспринятое воздухом) в первом ряду трубок,  $G_r$  и  $c_{pr}$  – суммарный расход газа и его теплоемкость (в качестве примера рассматривается теплообменник-регенератор газовой турбины). Количество теплоты  $Q_1$  можно выразить через расход воздуха

$$Q_1 = c_{pv} G_v m (\vartheta_x - \vartheta_0). \quad (15)$$

Тогда

$$t_1 = t_0 - \frac{c_{pv} G_v}{c_{pr} G_r} m (\vartheta_x - \vartheta_0). \quad (16)$$

Имея в виду, что

$$\vartheta_x - \vartheta_0 = t_0 - \vartheta_0 - (t - \vartheta_0) \cdot e^{-v^2 x} = (t - \vartheta_0) z_x,$$

$$\text{где } z_x = (1 - e^{-v^2 x}),$$

уравнение (16) перепишем в виде

$$t_1 = t_0 - \zeta_x (t_0 - \vartheta_0) = t_0 (1 - \zeta_x) + \zeta_x \vartheta_0, \quad (17)$$

где  $\zeta_x = \frac{c_{pb} G_B}{c_{pr} G_r} m z_x$ .

Соответственно

$$t_2 = t_1 (1 - \zeta_x) + \zeta_x \vartheta_0 = t_0 (1 - \zeta_x)^2 + \zeta_x (1 - \zeta_x) \vartheta_0 + \zeta_x \vartheta_0$$

$$t_k = t_{k-1} (1 - \zeta_x) + \zeta_x \vartheta_0 = t_0 (1 - \zeta_x)^k + \zeta_x (1 - \zeta_x)^{k-1} \vartheta_0 + \zeta_x (1 - \zeta_x)^{k-2} \vartheta_0 + \zeta_x (1 - \zeta_x) \vartheta_0 + \zeta_x \vartheta_0$$

Это выражение можно переписать так

$$t_k = t_0 (1 - \zeta_x)^k + \zeta_x \vartheta_0 [1 + (1 - \zeta_x) + (1 - \zeta_x)^2 + \dots + (1 - \zeta_x)^{k-1}]$$

или, используя выражение для суммы геометрической прогрессии

$$t_k = (t_0 - \vartheta_0)(1 - \zeta_x)^k + \vartheta_0. \quad (18)$$

Формула (18) определяет значение температуры газа за  $k$ -тым рядом трубок. По уравнению (13) находим температуру трубки  $k$ -го ряда и соответственно температуру расширения трубок этого ряда.

**Список литературы:** 1. Шнеэ Я.И., Капинос В.М., Котляр И.В. Газовые турбины, ч. 1. – Киев: Вища школа, 1976. – 195 с.

*Поступила в редакцию 10.03.04*

УДК 531; 534:57

**Б.Я.КАНТОР**, докт.техн.наук, ИПМаш НАН Украины;  
**Н.И.ЯБЛУЧАНСКИЙ**, докт.мед.наук, ХНУ; **Е.Ю.МИСЮРА**, ХНУ

### **ИССЛЕДОВАНИЕ НДС ТОЛСТОСТЕННОЙ ГИПЕРУПРУГОЙ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ С ОТНОСИТЕЛЬНО ЖЕСТКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ (МОДЕЛЬ ЛЕВОГО ЖЕЛУДОЧКА СЕРДЦА)**

Поставлена геометрично та фізично нелінійна статична осесиметрична задача для дослідження напружено-деформованого стану гіперпружкого товстостінного еліпсоїда, до внутрішньої поверхні якого прикладено тиск (модель лівого шлуночка серця у діастолі). Модель містить в собі два відносно жорстких включення (основа серця та зона інфаркту). Задача вирішена за допомогою побудованого варіаційного принципу можливих переміщень у просторах, який використовується у кроковому алгоритмі метода скінчених елементів. Вивчені вплив виду та розмірів зони інфаркту на інтенсивність напруг, а також залежність кінцево-діастолічного об'єму лівого шлуночка від об'єму зони інфаркту. Установлено, що максимальні значення інтенсивності напруг виникають при ендокардіальному включенні та збільшуються при зростанні кута розхилу зони інфаркту; збільшення кута розхилу зони інфаркту зменшує кінцево-діастолічний об'єм, найменший об'єм – при ендокардіальному включенні.

The geometrically and physically nonlinear statical axisymmetric problem for the investigation of the stress-