

Е.Ю.МИСЮРА, аспирант, ХНУ им. В.Н. Каразина

НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ БРОНИРОВАННОГО ШЛАНГА

У статті досліджено напружено-деформований стан навантаженого внутрішнім тиском броньованого шланга (шланга з обплетенням). Шланг представлений шматочко-однорідним ізотропним товстостінним циліндром, який створено за товщиною з двох шарів – гумового (внутрішнього) та металевого (зовнішнього). Методом скінчених елементів на основі принципу можливих переміщень у приростах вирішена осесиметрична статична задача про плоский деформований стан у фізичній та геометричній нелінійній постановці. Одержані результати дозволили додатково тестувати розроблені раніше методику та програму, а також виявити вплив обплетення на міцність шланга.

This paper is concerned with the study of the stress-strain state of the armoured hose loaded by the internal pressure. The hose is a piecewise-homogenous isotropic thick-wall cylinder formed by two layers – rubber (inner) and metallic (external) ones. The statically axisymmetric problem of the plane deformed state in the physically and geometrically nonlinear formulation was solved by means of the finite element method on the base of the principle of possible displacements in the increments. The obtained numerical results made it possible to test the methodics and the program elaborated early and also to reveal the influence of the braid on the strength of the hose.

Цилиндрические тела вращения являются одними из самых распространенных деталей в машиностроении, они встречаются также в конструкциях авиационной, горнодобывающей, нефтяной, газовой промышленности и т.п. Большое внимание привлекают цилиндры, изготовленные из двух и более материалов, определение их напряженно-деформированного состояния (НДС). Для механики деформируемого твердого тела представляют интерес исследование и анализ НДС физически и геометрически нелинейных изотропных кусочно-однородных цилиндрических тел вращения.

В данной статье излагается подход к решению задачи о НДС кусочно-однородного изотропного цилиндрического тела вращения при равномерно распределенном по внутренней поверхности давлении с учетом физической и геометрической нелинейностей.

Во многих работах рассматривается физически и геометрически линейные задачи с неоднородной структурой тела вращения. В работе [1] приведены результаты экспериментальных исследований НДС полых цилиндров, составленных по длине из трех различных материалов, подверженных внутреннему давлению. С помощью метода конечных элементов (МКЭ) исследованы напряжения и деформации в местах контакта разномодульных частей. В работах [2, 3] методом конечных разностей исследовано НДС массивного тела вращения в форме цилиндра, состоящего из кольцевых осесимметричных материалов с разными упругими характеристиками. Исследование влияния густоты сетки на решение задачи о нагруженном внутренним давлением толстостенном цилиндре, заключенном в тон-

кую металлическую оболочку, проведено в работе [4].

В работе [5] в физической и геометрически нелинейной постановке рассматривается задача о НДС изотропного толстостенного цилиндра, составленного из двух слоев – резины и металла. Решение задачи получено с помощью МКЭ. Во всех упомянутых работах изучались осесимметричные задачи для тел вращения.

В настоящей статье рассматривается двухслойный шланг, представленный кусочно-однородным изотропным толстостенным цилиндром. Наружный слой модели образован металлической оплеткой, внутренний – наполненной резиной, и значительно толще металлического. Шланг нагружен внутренним давлением. Решается осесимметричная статическая задача о плоском деформированном состоянии в физической и геометрически нелинейной постановке.

При нахождении решения данной задачи использован МКЭ на основе вариационного принципа возможных перемещений в приращениях [6, 7]. На каждом шаге задача линеаризуется, при этом учитывается НДС на предыдущих шагах. Задача решается в цилиндрической системе координат.

Ввиду того, что резиновый слой работает в области больших деформаций, то свойства резины описываются с помощью потенциала энергии деформации. В данной работе применяем потенциал Муни-Ривлина [8]

$$W = C_1(J_1 - 3) + C_2(J_2 - 3) + C_3(\sqrt{J_3} - 1)^2,$$

где J_1, J_2, J_3 – инварианты тензора меры деформаций Коши-Грина деформированного состояния \hat{G} . Так как при решении задачи используется тензор деформаций Коши-Грина \hat{C} , то перейдем от инвариантов тензора \hat{G} к I_1, I_2, I_3 – инвариантам тензора \hat{C} . Запишем связь между инвариантами данных тензоров

$$J_1 = 2I_1 + 3; \quad J_2 = 4(I_1 + I_2) + 3; \quad J_3 = 1 + 2I_1 + 4I_2 + 8I_3.$$

Связь компонент σ^{sk} тензора истинных напряжений с компонентами ϵ_{sk} тензора \hat{C} является нелинейной [4]

$$\sigma^{sk} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{sk}} = 2\sqrt{\frac{g}{G}} \left(k_1 g^{sk} - k_2 G_{ij} g^{si} g^{kj} + k_3 G_{ij} G_{mn} g^{jn} g^{is} g^{mk} \right);$$

$$k_1 = \frac{\partial W}{\partial J_1} + J_1 \frac{\partial W}{\partial J_2} + J_2 \frac{\partial W}{\partial J_3}; \quad k_2 = \frac{\partial W}{\partial J_2} + J_1 \frac{\partial W}{\partial J_3}; \quad k_3 = \frac{\partial W}{\partial J_3}.$$

Здесь g^{sk} – компоненты метрического тензора; g, G – определители соответствующих тензоров. При малых деформациях должен выполняться закон Гука. Из условия, что напряжения равны нулю при отсутствии деформаций, следует связь между константами C_1, C_2, C_3 и параметрами Ламе μ, λ

$$C_1 = \mu; \quad C_2 = -\frac{\mu}{2}; \quad C_3 = \frac{\lambda + 2\mu}{2}.$$

Изучено НДС модели двухслойного шланга в виде полого кругового цилиндрического тела вращения со стенкой постоянной толщины. Внутренний

радиус r_0 цилиндра равен 1 см, толщина резинового слоя составляет 0,5 см, металлического – 0,1 см. Для внутреннего слоя приняты следующие механические характеристики: $E = 10$ МПа, $\nu = 0,4995$, для наружного – $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$. К внутренней поверхности приложено давление q , равное 1 МПа. Стенка модели шланга дискретизируется четырехугольными восьмиугольными конечными элементами, по высоте расположен 1 элемент, по радиусу – 20. Выполнено 10 шагов по нагрузке. Дальнейшее увеличение числа элементов и шагов практически не изменяет результатов.

Приведем графики распределения перемещений (рис. 1, а, б), деформаций (рис. 2, а, б) и напряжений (рис. 3, а, б) резины для шланга без оплетки (а) и с оплеткой (б).

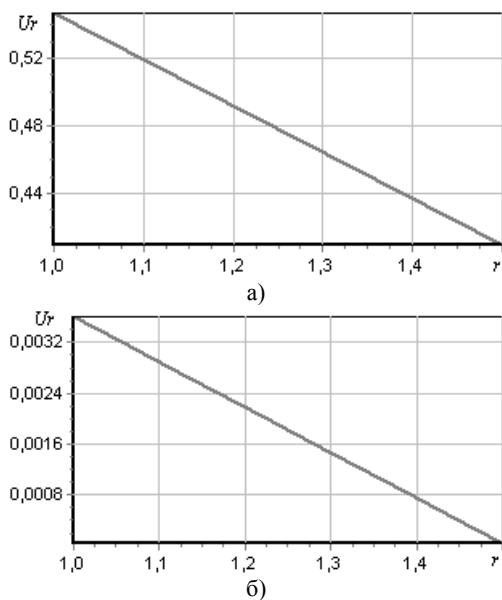
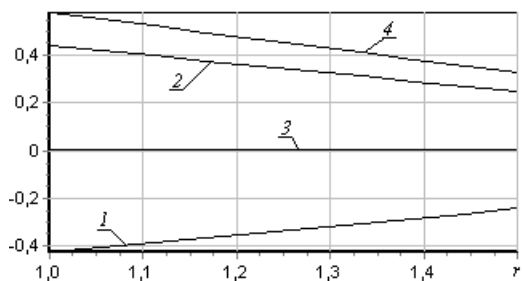


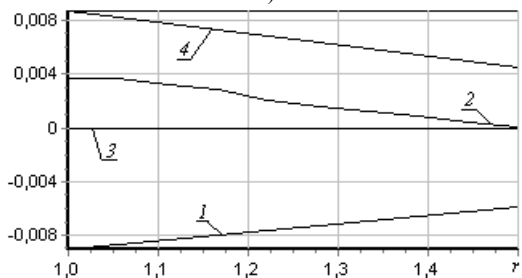
Рисунок 1 – График распределения радиального перемещения резины

Из рис. 1,б; 2,б; 3,б видно, что при наличии металлической оплетки на шланге перемещения и деформации резины ничтожно малы, так что нагрузка воспринимается металлической оплеткой. Шланг без оплетки претерпевает деформацию до 60 % и не может выдержать большой нагрузки.

Нормальные напряжения в резине шланга с оплеткой практически совпадают по модулю с давлением, а деформации весьма малы, что соответствует слабой сжимаемости материала. Таким образом, в резине давление близко к гидростатическому. Окружное напряжение в оплетке близко к $q \cdot R/h$ (R , h – средний радиус и толщина оплетки).

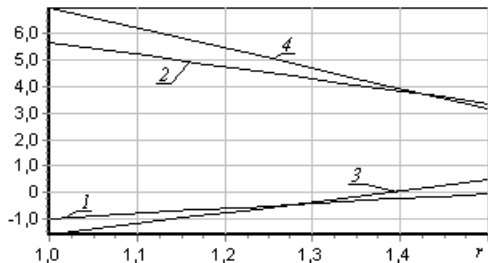


а)

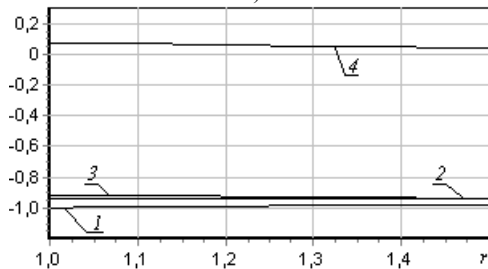


б)

Рисунок 2 – График распределения деформаций и интенсивности деформаций резины: 1 – ϵ_r , 2 – ϵ_φ , 3 – ϵ_z , 4 – ϵ_i .



а)



б)

Рисунок 3 – График распределения нормальных напряжений и интенсивности напряжений резины: 1 – σ_r , 2 – σ_φ , 3 – σ_z , 4 – σ_i .

В шланге без оплетки в полной мере проявляется нелинейность зависимости напряжений от деформаций и радиального перемещения от давления (см. рис. 4, 5).

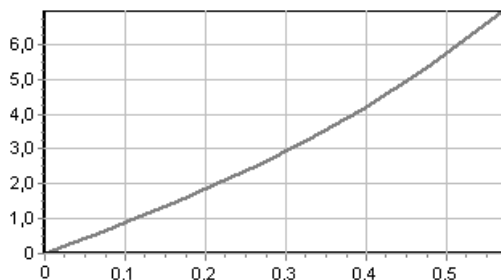


Рис. 4. Зависимость интенсивности напряжений (ось ординат) от интенсивности деформаций (ось абсцисс) при $r = r_0$

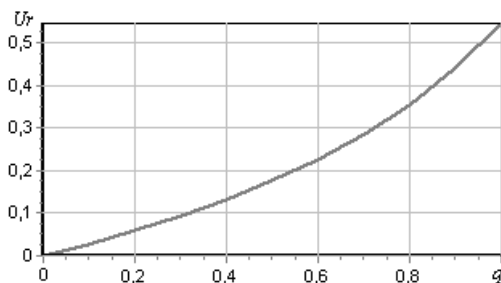


Рисунок 5 – Зависимость радиального перемещения от давления при $r = r_0$

Решения для шланга с оплеткой, полученные в данной работе и книге [4], практически совпадают. Отметим, что степень обусловленности матриц жесткости МКЭ существенно уменьшается при увеличении отношения модулей упругости различных областей (слоев) модели, однако в рассмотренной задаче при $E_M/E_p = 2,1 \cdot 10^4$ это явление не отразилось на точности решения.

Результаты, полученные в статье, позволили дополнительно тестировать разработанные в [6,7] методику и программу, а также более четко выявить влияние оплетки на прочность шланга.

Список литературы: 1. Ворошко П.П., Квитка А.Л., Новиков Н.В. Решение осесимметричных задач теории упругости для неоднородных сред. Сообщение 1 // Пробл. прочности. – 1973. – № 3. – С. 95-96. 2. Бобрицкая С.Д., Квитка А.Л. Пространственная деформация массивных неоднородных тел вращения. Сообщение 1 // Пробл. прочности. – 1970. – № 11. – С. 45-48. 3. Бобрицкая С.Д., Квитка А.Л. Пространственная деформация массивных неоднородных тел вращения. Сообщение 2 // Пробл. прочности. – 1970. – № 11. – С. 49-50. 4. Киричевский В.В. Метод конечных элементов в механике эластомеров. – К.: Наук. думка, 2002. – 655 с. 5. Пацко Н.Л. К расчету напряженно-деформированного состояния осесимметричных резиноталлических изделий //

Прикл. механика. – 1994. – 30, № 1. – С. 18-25. **6.** Кантор Б.Я., Мисюра Е.Ю. Метод конечных элементов в задачах биомеханики сердца // Медицина и ... – 2004. – №1(10). – С. 23-31. **7.** Кантор Б.Я., Яблунский Н.И., Мисюра Е.Ю. Исследование НДС толстостенной гиперупругой эллипсоидальной оболочки с относительно жесткими включениями (модель левого желудочка сердца) // Вестн. Нац. техн. ун-та «ХПИ». Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2004. – № 31. – С. 106-117. **8.** Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1980. – 512 с.

Поступила в редколлегию 29.04.2005

УДК 539.3

А.М.НАЗАРЕНКО, канд.физ.-мат.наук; **Б.Е.ПАНЧЕНКО**, канд.физ.-мат. наук; **А.М.ЛОЖКИН**, Сумской государственный университет

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ ВОЛН С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЬЮ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Розглядається задача дифракції пружних хвиль на циліндричній порожнині. Задача зведена до розв'язання сингулярних рівнянь, що реалізується чисельно. Приведено залежності напруг на границі порожнини від динамічних, механічних і геометричних характеристик.

The problem of elastic waves diffraction on a cylindrical space is dealt with. The problem is brought to solving singular equations, which are calculated numerically. Dependence of the space boundary voltage on dynamic, mechanical and geometrical characteristics are presented.

1. Введение. Современные конструкции работают в условиях не только статических, но и динамических нагрузок. Для практики представляет интерес исследование концентрации напряжений вблизи различного рода препятствий в условиях динамического нагружения.

Проблема дифракции плоских гармонических волн на цилиндрических неоднородностях изучалась многими авторами. В [1] использован метод разложения в ряд по собственным функциям. В [2] построены интегральные представления для упругих потенциалов, через которые выражаются компоненты вектора перемещений и тензора напряжений.

В настоящей работе развивается методика, предложенная в [3], где основной характеристикой напряженно-деформированного состояния выступает вектор перемещений.

2. Математическая модель. Рассмотрим в неограниченной изотропной среде бесконечный вдоль оси OZ полый цилиндр, поперечное сечение которого ограничено замкнутым контуром L типа Ляпунова. Пусть из бесконечности набегают на цилиндр монохроматическая P -волна (P -случай)