

– № 13. – С. 36-39. 6. *Королев П.П., Алтухов В.Н. Левченко Э.П.* Исследования по роторно-ударным дробилкам / Сборник научных трудов Донбасского горно-металлургического института. Вып. 16. – Алчевск: ДГМИ, 2002. – С. 180-184. 7. А.с. № 1761265 СССР. Центробежная дробилка / *П.П. Королев, В.Н. Алтухов, А.Н. Онопченко.* -№ 4887543. Заявлено 04.12.90. Опубл. 15.09.92. – Бюл. № 34. 8. *Яблонский А.А., Никифорова В.М.* Курс теоретической механики. – М.: Издательство «Лань», 2002. – 768 с. 9. *Багян Э.Р.* Исследование и разработка способа механического дробления хрупких материалов свободным ударом с использованием центробежного ускорителя. Автореф. дис.канд. техн. наук. Институт геотехнической механики АН УССР. – Днепропетровск, 1986.

Поступила в редколлегию 15.04.2004.

УДК 534.1

А.Б.БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ, НТУ «ХПИ»

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ РАМ ТЕЛЕЖЕК ВАГОНОВ МЕТРОПОЛИТЕНА ПРИ СЛУЧАЙНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ С УЧЕТОМ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Розглядається задача визначення стохастичних характеристик рам візків вагонів метрополітену при випадковому впливі, викликаному нерівностями шляху, з урахуванням запізнювання. Зовнішній вплив моделюється стаціонарним випадковим процесом. Розрахунок виконано методом кінцевих елементів і методом спектральних представлень, використовувався програмний комплекс ANSYS 6.0. Також розроблена програма на мові Турбо Паскаль для розрахунків запізнювання.

The problem of definition of probability performances of the bogie frames of transit vehicles at random action with delay is considered. The random action is caused by track irregularities. The external load is modelled by the stationary random process. The calculation is executed by the finite element method and the method of spectral representations. The program system ANSYS 6.0 was used. Also the program on Turbo Pascal for delay has been developed.

1. Постановка задачи

Эта работа является продолжением исследований по случайным колебаниям рам тележек вагонов метрополитена с учетом неровности пути [1]. В работе исследуются вынужденные колебания рамы тележки вагона метрополитена ЕЖ-3 при случайном воздействии, вызванном неровностями пути, с учетом запаздывания. Движущийся вагон испытывает действие разнообразных возмущений, главными из которых являются воздействия со стороны пути. Последние зависят от многих, в большинстве случайных, факторов, таких как: непостоянство по длине пути его инерционных, упругих и диссипативных свойств, наличие люфтов, просадок, стыков, неравномерного износа рельсов, ползунов, дисбаланса и других несовершенств колес, воздействие воздушной среды и т.д. Пусть возмущения, действующие на вагон, состоят из ряда некоррелированных между собой составляющих. При этом выражение

для спектральной плотности записывается в виде

$$S(\omega) = \sum_{r=1}^m S_r(\omega), \quad (1)$$

где $S_r(\omega)$ – спектральная плотность r – ой составляющей возмущения, m – число составляющих.

Для спектральных плотностей наиболее существенных составляющих из (1) при исследовании вынужденных колебаний вагонов метрополитена с учетом запаздывания в качестве случайного воздействия в работе используются широкополосные случайные неровности, которые моделировались процессом типа белый шум по ускорению с интенсивностью $0,016 \text{ м}^2/(\text{с}^4\text{Гц})$ [2].

Уравнение вынужденных колебаний конечно-элементной модели конструкции рамы тележки вагона метрополитена при случайном воздействии, вызванном неровностями пути, записывается в виде:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = -(MA + M_1)\ddot{\eta}, \quad (2)$$

где M , C , K – матрицы масс, демпфирования и жесткости конечно-элементной модели (КЭМ) конструкции, A – матрица псевдостатических коэффициентов влияния, определяемая соотношением $A = -K^{-1}K_1$, M_1 и K_1 – подматрицы, позволяющие выразить усилия, действующие на систему, через известные ускорения и перемещения кинематически возбуждаемых отметок конструкции, q – вектор обобщенных перемещений КЭМ, $\ddot{\eta}$ – вторая производная от неровности по времени.

Решение уравнения (2) представим в виде ряда по формам собственных колебаний:

$$q = \sum_{i=1}^n y_i \phi_i, \quad (3)$$

где n – число степеней свободы системы, ϕ_i – вектор i -й собственной формы колебаний, y_i – коэффициент разложения в ряд, зависящий от времени.

При подстановке выражения (3) в (2) получаем систему независимых дифференциальных уравнений:

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i \dot{y}_i + p_i^2 y_i = F_i, \quad (i = \overline{1, n}), \quad (4)$$

где n – число степеней свободы системы, p_i – i -я собственная частота, ξ_i – модальный коэффициент затухания, F_i – модальная нагрузка, которая определяется по формуле:

$$F_i = G_i^T \ddot{\eta}, \quad (5)$$

где $G_i = -(MA + M_1)^T \phi_i$.

Конструкция рамы тележки вагона была разбита на пластинчатые 4-х узловые конечные элементы.

Аппроксимирующий полином для узловых перемещений пластинчатого конечного элемента имеет следующий вид:

$$w(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 +$$

$$+ a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 x y^2 + a_{10} y^3 + a_{11} x^3 y + a_{12} y^3 x, \quad (6)$$

где $\overline{a_1, a_{12}}$ - константы полинома, которые определяются с помощью узловых значений функций перемещений.

Конструкция рамы с разбивкой на конечные элементы представлена на рис. 1.

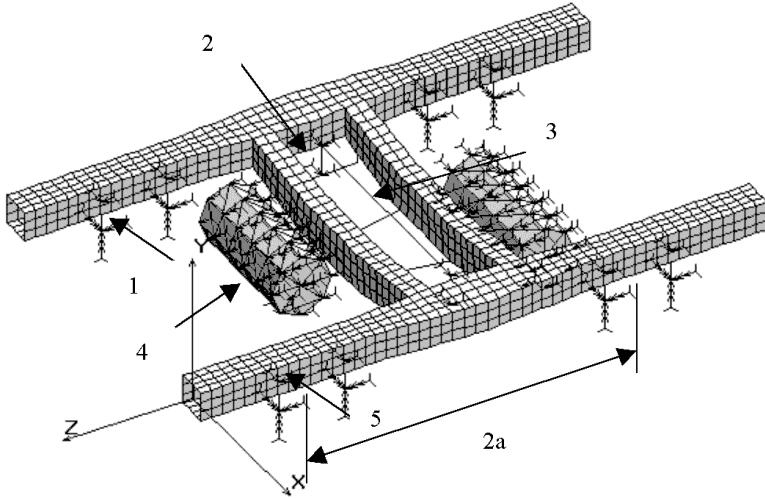


Рисунок 1 – Конструкция рамы: 1 – пружина буксового подвешивания (8 шт.), 2 – пружина центрального подвешивания с массой кузова вагона, 3 – центральная балка, 4 – тяговый электродвигатель, 2а – база тележки (расстояние между колесными парами).

2. Исследование собственных колебаний

Решение задачи нахождения собственных частот и форм колебаний конструкции сводится к решению частотного уравнения и уравнения форм соответственно [1,2]:

$$\det(K - p^2 M) = 0; \quad (7)$$

$$(K - p^2 M)q_0 = 0, \quad (8)$$

где p – вектор, содержащий собственные частоты конструкции.

В отличие от работы [1], в этой работе используется обычная матрица масс, которая включает помимо диагональных и недиагональные элементы. Значения первых четырех собственных частот рамы тележки вагона метрополитена, полученных в этой работе и в работе [1], представлены в табл.1.

Как видно из табл. 1, различия в значениях первой собственной частоты, полученных с использованием двух моделей матриц масс, составляет 0,67 %. Это обстоятельство объясняется тем, что форма колебаний на первой собственной частоте соответствует подпрыгиванию кузова вагона [1], т.е. в формуле (7) участвует диагональный элемент матрицы масс. По этой же причине отличие в значе-

ниях для третьей собственной частоте составляет 3,5 %. Для второй и четвертой собственных частот отличие в значениях составляет 68% и 3.5% соответственно, поскольку формы собственных колебаний соответствуют боковой качке вагона [1]. Поэтому в (7), помимо диагональных, будут участвовать и недиагональные элементы матрицы масс – массовые моменты инерции, которые не учитывались в [1]. Это делает расчет собственных частот тележки более достоверным.

Таблица 1 – Собственные частоты рамы тележки

№ частоты	Значение частоты, Гц		Отличие, %
	обычная матрица масс	диагональная матрица масс	
1	1,49	1,48	0,67
2	2,79	1,66	68
3	5,72	5,52	3,5
4	7,89	7,51	4,82

3. Исследование случайных колебаний системы с учетом запаздывания

Задача случайных колебаний решается методом спектральных представлений, с помощью которого выражение для спектральной плотности выходных процессов q_i при возмущении η имеет вид [1,2,3]:

$$S_{q_i}(\omega) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \phi_{ij} \phi_{ik} G_j^2 H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{\eta}(\omega), \quad (i = \overline{1, n}) \quad (9)$$

где $S_{\eta}(\omega)$ – спектральная плотность ускорения возмущения η , $H_j(\omega)$ – передаточная функция. Выражение (9) можно записать и в следующем виде:

$$S_{q_j}(\omega) = S_{\eta}(\omega) |H_j(i\omega)|^2, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (10)$$

где $|H_j(i\omega)|$ – модуль амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) системы для обобщенной координаты q_j и ускорения возмущения η

$$|H_j(i\omega)|^2 = \sum_{\lambda=1}^r \sum_{\mu=1}^r H_{j\lambda}(i\omega) H_{j\mu}(-i\omega) \exp(-i\omega\tau_{\lambda\mu}), \quad (11)$$

$H_{j\lambda, \mu}(i\omega)$ – АЧХ системы для j -го выхода и λ -го (μ -го) входа [3], $\tau_{\lambda\mu}$ – время запаздывания возмущения между λ -м и μ -м входами ($\tau_{\lambda\mu} = l_{\lambda\mu}/V$, где $l_{\lambda\mu}$ – расстояние между входами, V – скорость), r – количество входов.

3.1. Случайные колебания балки

Для отладки методики была решена задача о случайных колебаниях балки с учетом запаздывания. КЭМ балки представлена на рис. 2.

Исходные данные для расчета: балка круглого поперечного сечения, диаметр сечения $d = 0,04$ м, длина балки $2a = 1$ м, модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, плотность материала $\rho = 7800$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. Опоры балки испытывают одинаковое ускорение $\ddot{\eta}$, представляющее собой случайный

стационарный процесс в виде белого шума по ускорению с интенсивностью 1 в направлении оси y (рис. 2,3), декремент затухания $\delta = 0,1$.

Собственные частоты и формы колебаний балки представлены на рис. 4.

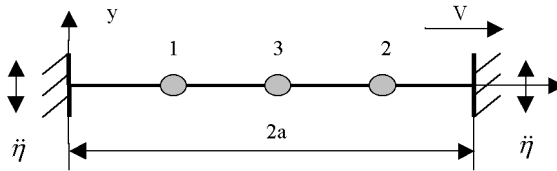


Рисунок 2

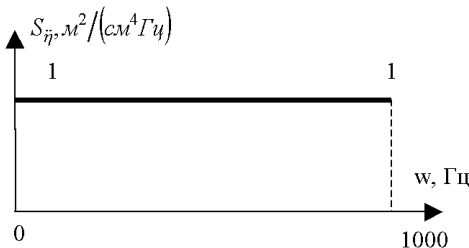


Рисунок 3

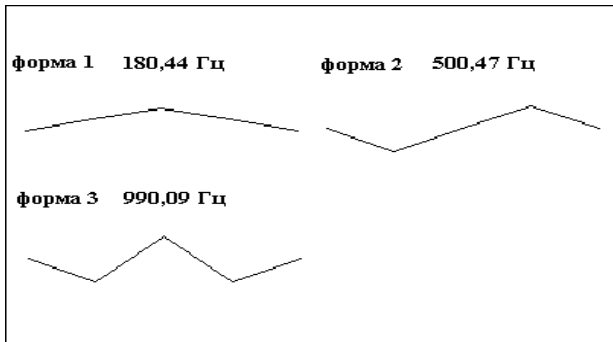


Рисунок 4

Спектральная плотность перемещений в узле № 3 КЭМ балки определяется выражением (10), а квадрат модуля АЧХ КЭМ балки в узле № 3 – по формуле (11), причем число входов $r = 2$. Поскольку первая форма колебаний балки является симметричной (рис. 4), то АЧХ от воздействий в узлах №1 и 2 будут равны, и уравнение (10) примет вид:

$$S_3(\omega) = 2 |H_{31}(i\omega)|^2 (1 + \cos(\omega\tau)), \quad (12)$$

где $|H_{31}(i\omega)|$ – модуль АЧХ КЭМ балки в узле № 3 от воздействия в узле № 1.

Исследуем спектральную плотность перемещений узла № 3 КЭМ балки

на первой собственной частоте. Рассмотрим спектральную плотность перемещений КЭМ балки в узле № 3 при наличии запаздывания колебаний 2-й опоры для скорости $V = 10$ м/с и при одновременных колебаниях опор балки ($V = 5000$ м/с) на интервале частот $[0, 250]$ Гц (рис. 5).

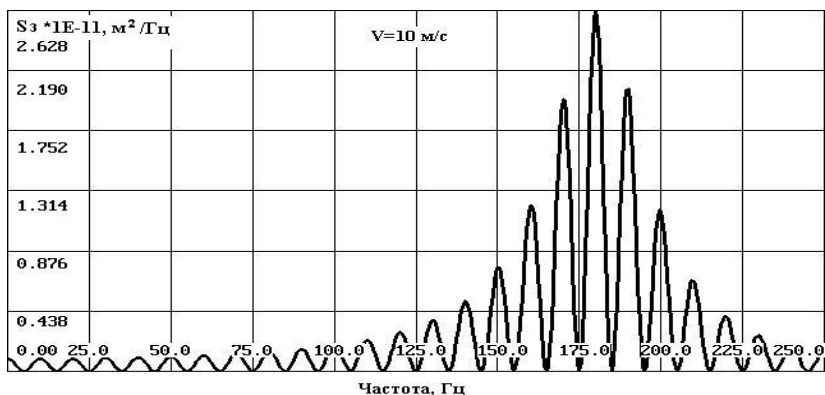


Рисунок 5

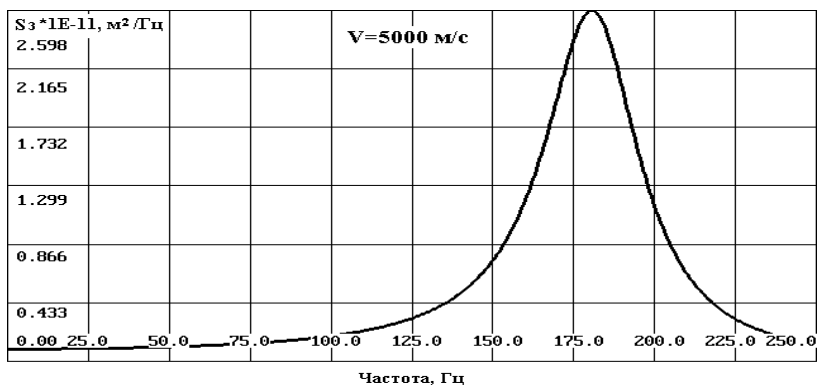


Рисунок 6

На рис. 5 наблюдается изрезанность графиков и наличие нулевых точек, что обусловлено разностью фаз при подаче воздействия на левую и правую опоры балки. Первая нулевая точка на графике появляется на частоте $V/(4a)$, последующие – через $\Delta f = V/(2a)$ [4]. Из рис. 6 видно, что при одновременных колебаниях опор балки ($V \rightarrow \infty$) спектральная плотность перемещений КЭМ балки в узле № 3 соответствует спектральной плотности системы без запаздывания.

Найдем, при какой скорости движения балки значение спектральной плотности перемещений в узле № 3 КЭМ балки будет таким, как показано на рис. 6. Для этого рассмотрим зависимость спектральной плотности перемещений в узле № 3 от скорости движения балки V при $\omega_1 = 180,55$ Гц в диапа-

зонах скоростей [0, 120] (рис. 7) и [120, 2000] (рис. 8).

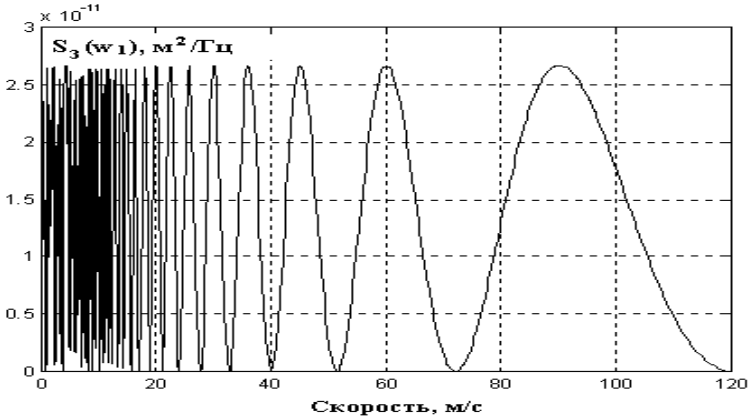


Рисунок 7

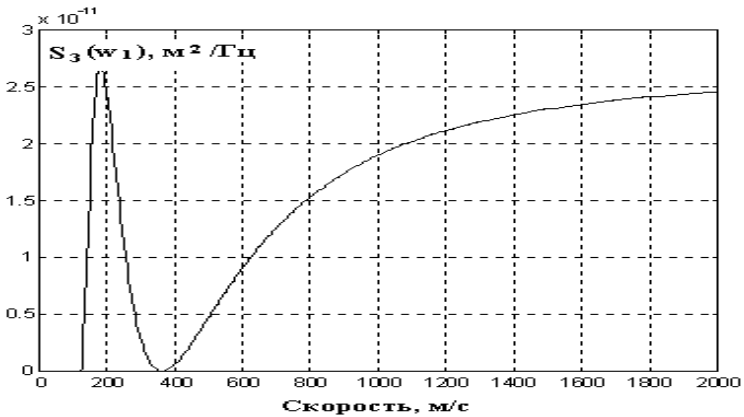


Рисунок 8

Из рис. 7 видно, что при скоростях $V = \omega_1/n, n = 0, 1, \dots$ и частоте $\omega_1 = 180,44$ Гц спектральная плотность перемещений принимает максимальное значение ($\cos(\omega\tau) = 1$ в (12)), а при скоростях $V = 2\omega_1/(1 + 2n), n = 0, 1, \dots$ – минимальное значение ($\cos(\omega\tau) = -1$ – физически это означает, что запаздывающие колебания 2-й опоры балки находятся в противофазе с колебаниями 1-й опоры балки). Из рис. 8 видно, что при увеличении скорости движения балки спектральная плотность перемещений асимптотически приближается к некоторому постоянному значению, равному $4 \cdot |H(i180,44)|^2$ (одновременные колебания опор балки). Та же закономерность наблюдается и для третьей собственной частоты $\omega_3 = 990,09$ Гц.

3.2. Случайные колебания рамы тележки вагона метрополитена

Рассматривается задача о случайных колебаниях рамы тележки вагона метрополитена с учетом запаздывания (рис. 1).

Спектральная плотность вертикальных перемещений в узле КЭМ рамы тележки, соответствующему кузову вагона (поз. 3, рис. 1), определяется выражением (10) с учетом того, что $S_{\eta}(\omega) = 0,016 \text{ м}^2/(\text{с}^4\text{Гц})$. Поскольку модель рамы тележки вагона метрополитена имеет восемь входов (пружин буксового подвешивания) (рис. 1), то квадрат модуля АЧХ системы примет вид:

$$\begin{aligned} |H_j(i\omega)|^2 = & \sum_{k=1}^8 \{ \text{Re}^2 [H_{jk}(i\omega)] + \text{Im}^2 [H_{jk}(i\omega)] \} + \\ & + 2 \left[\sum_{k=2}^8 H \left(\begin{matrix} j1 \\ jk \end{matrix} \right) + \sum_{k=3}^8 H \left(\begin{matrix} j2 \\ jk \end{matrix} \right) + \sum_{k=4}^8 H \left(\begin{matrix} j3 \\ jk \end{matrix} \right) + \sum_{k=5}^8 H \left(\begin{matrix} j4 \\ jk \end{matrix} \right) + \right. \\ & \left. + \sum_{k=6}^8 H \left(\begin{matrix} j5 \\ jk \end{matrix} \right) + \sum_{k=7}^8 H \left(\begin{matrix} j6 \\ jk \end{matrix} \right) + H \left(\begin{matrix} j7 \\ j8 \end{matrix} \right) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} H \left(\begin{matrix} jm \\ jl \end{matrix} \right) = & \{ \text{Re}[H_{jm}(i\omega)]\text{Re}[H_{jl}(i\omega)] + \text{Im}[H_{jm}(i\omega)]\text{Im}[H_{jl}(i\omega)] \} \cos(\omega\tau_{ml}) + \\ & + \{ \text{Re}[H_{jl}(i\omega)]\text{Im}[H_{jm}(i\omega)] - \text{Re}[H_{jm}(i\omega)]\text{Im}[H_{jl}(i\omega)] \} \sin(\omega\tau_{ml}) \quad (j = \overline{1, n}). \end{aligned} \quad (14)$$

Спектральные плотности вертикальных перемещений для узла КЭМ, соответствующего кузову вагона (поз. 3, рис. 1), для скоростей движения 0,5; 1; 20 м/с в диапазоне частот [0, 4] Гц представлены на рис. 9, 10, 11.

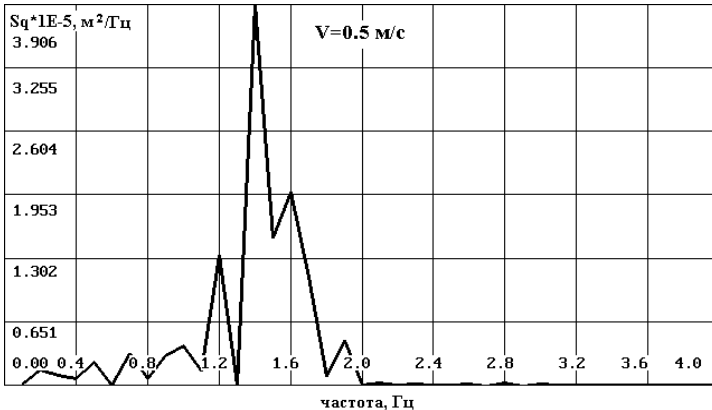
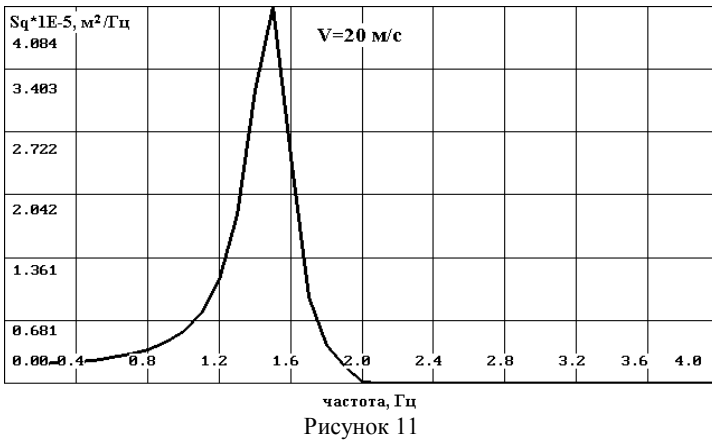
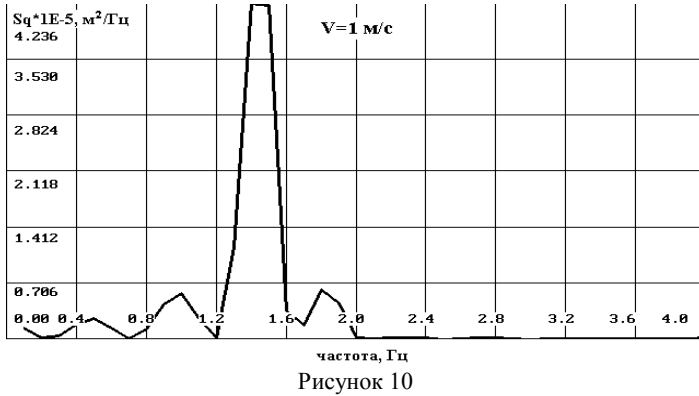


Рисунок 9

На рис. 9, 10 наблюдается изрезанность графиков и наличие нулевых точек, что обусловлено разностью фаз при подаче воздействия через первую и вторую

колесные пары. С увеличением скорости движения электропоезда сглаживается изрезанность графиков, расстояние между нулевыми точками увеличивается (рис. 11). Из рис. 9-11 видно, что максимум спектральной плотности перемещений узла КЭМ достигается на первой собственной частоте, так как на этой частоте рама совершает вертикальные колебания (подпрыгивания).



Рассмотрим, как изменяется спектральная плотность перемещений для узла КЭМ, находящегося на кузове вагона, при частоте $\omega = 1,5$ Гц с увеличением скорости движения электропоезда от 0 до 40 м/с для двух моделей случайного воздействия: с одновременными колебаниями колесных пар рамы и запаздыванием колебаний второй колесной пары (рис. 12).

Из рис. 12 видно, что при увеличении скорости движения электропоезда спектральная плотность перемещений асимптотически приближается к некоторому постоянному значению, равному $S_{ij}(\omega) \sum_{\lambda=1}^r \sum_{\mu=1}^r H_{j\lambda}(i\omega) H_{j\mu}(-i\omega)$ (одно-

временные колебания). И так, при повышении скорости движения электропоезда амплитуда вертикальных колебаний непрерывно увеличивается. Физически это объясняется тем, что при увеличении скорости движения время запаздывания воздействия на другие колеса по отношению к переднему колесу уменьшается, т.е. увеличивается одновременность воздействия. Перемещение центра тяжести при одновременном перемещении всех колес в одном направлении будет значительно больше, чем в том случае, когда перемещаются только одни, например передние колеса, а остальные находятся в покое.



Рисунок 12

Заключение

Получены собственные частоты и формы колебаний рам тележек вагонов метрополитена с использованием программного комплекса ANSYS 6.0. Разработана методика, алгоритм и программа на языке Турбо Паскаль, позволяющие проводить расчет вынужденных колебаний рам тележек при случайном стационарном воздействии с учетом запаздывания. Полученные численные результаты могут быть использованы для прогнозирования остаточного ресурса эксплуатируемых вагонов метрополитена с учетом усталостных отказов.

Список литературы: 1. Белоцерковский А.Б., Жовдак В.А., Черных О.В., Ярошок Ю.А. Случайные колебания рам тележек вагонов метрополитена с учетом неровности пути // Вестник НТУ «ХПИ». – 2003. – № 12. – С. 10-17. 2. Макеев В.П., Гриненко Н.И., Павлюк Ю.С. Статистические задачи динамики упругих конструкций. – М.: Наука, 1984. – 232 с. 3. Коротенко Г.М. Определение закона изменения регулируемых параметров рессорного подвешивания рельсовых экипажей // Колебания и прочность механических систем. – Киев: Наукова думка, 1986. – С. 133-137. 4. Механическая часть тягового подвижного состава: Учебник для вузов ж.-д. трансп. / И.В. Бирюков, А.Н. Савоськин, Г.П. Бурчак и др. – М.: Транспорт, 1992. – 440 с.

Поступила в редколлегию 18.11.03