

2000. – PP. 215-226. **4.** *JianPing J., Guanga M., Yi S. and SongBo X.* An effective continuum damage mechanics model for creep–fatigue life assessment of a steam turbine rotor // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – **80.** – 2003. – PP. 389-396. **5.** *Nowak G. and Rustin A.* Lifetime Deterioration of Turbine Components During Start-Ups // OMMI. – Vol. 3, issue 1, April 2004. – PP. 1-10. **6.** *Cocks A. and Leckie F.* Creep rupture of shell structures subjected to cyclic loading // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1988. – PP. 294–298. **7.** *Altenbach H., Kushnrevsky V. and Naumenko K.* On the use of solid- and shell-type finite elements in creep-damage predictions of thin-walled structures // Arch. Appl. Mech. – 2001. – PP. 164-181. **8.** *Kachanov L.* On rupture time under condition of creep // Izv. Akad. Nauk SSSR, Otd. Tekhn. Nauk. – 1958. – PP. 26-31. **9.** *Rabotnov Y.* Creep Problems in Structural Members // North Holland, Amsterdam, 1969. **10.** *Chaboche J.* Continuum damage mechanics a tool to describe phenomena before crack initiation // Nuclear Engineering and Design. – 1981. – PP. 233-247. **11.** *Murakami S.* A continuum mechanics theory of anisotropic damage // Yielding, damage and failure of anisotropic solids (edited by J. P. Boehler). Mechanical Engineering Publications. – London. – 1990. – PP. 465-482. **12.** *Betten J., El-Magd E., Meydanli S. and Palmen P.* Bestimmung der Materialkennwerte einer drei-dimensionalen Theorie zur Beschreibung des tertiären Kriechverhaltens austenitischer Stähle auf der Basis der Experimente // Arch. Appl. Mech. – **65.** – 1995. – PP. 110–120. **13.** *Murakami S. and Sanomura Y.* Creep and creep damage of copper under multiaxial states of stress // Plasticity today (edited by A. Sawczuk and G. Bianci), Elsevier Appl. Sci. – London. – 1985. – PP. 535–551. **14.** *Cordebois J. and Sidoroff F.* Damage induced elastic anisotropy. Mechanical behaviours of anisotropic solids (edited by J.P. Boehler) // Mattinns Nilhoff. – Boston. – 1983. – PP. 761–774. **15.** *Murakami S. and (Eds.) N.O.* Iutam symposium on creep in structures // Kluwer Academic Publishers. – Dordrecht. – 2000. **16.** *Murakami S. and Ohno N.* A continuum theory of creep and creep damage // Creep in structures (edited by A.R.S. Ponter and D.R. Hayhurst). Springer Verlag, Hrsrg. – 1981. – PP. 422–443. **17.** *Altenbach H., Huang C.-X., Naumenko K.* Creep-damage prediction in thin-walled structures by use of isotropic and anisotropic damage models // J. Strain Analysis. – 2002. – **37**, no. 3. – PP. 265-275. **18.** ANSYS User's Manual for Revision 5.0. Volume IV. Theory // Edited by Peter Kohnke, PhD., Swanson Analysis Systems, Inc., 1994. – 1266 p. **19.** *Altenbach H.* Creep and damage in materials and structures // CISM Courses and Lectures. – no. 399. – Wein/New York: Springer. – 1999. **20.** *Leckie F.A., Hayhurst D.R.* Constitutive equations for creep rupture // Acta Metall. – **25.** – 1977. – PP. 1059-1070. **21.** *Lemaitre J.* A Course on Damage Mechanics // Springer-Verlag, Berlin. – 1992. **22.** *Hayhurst D.R., Leckie F.E.* High temperature creep continuum damage in metals // Boehler, J.P. (Ed.), Yielding Damage and Failure of anisotropic Solids EGF5. – 1990. – PP. 445-464. **23.** *Hassa R.* The up-to-date turbine pool of VE-G: A guarantor of the competition in the European electricity market // OMMI. – Vol. 2, issue 3, December 2003. – PP. 1-14. **24.** *Hyde T.H., Sun W. and Williams J.A.* Creep analysis of pressurized circumferential pipe weldments – a review // J.Strain Analysis. – Vol. 38, no. 1. – PP. 1-29. **25.** <http://www.edelstahl-witten-krefeld.de> – Інтернет-довідник фізичних характеристик металів та сплавів фірми «Edelstahl Witten-Krefeld GmbH».

Надійшла до редколегії 30.03.2006

УДК 539.434

Е.Н. ГОРАШ, С.В. ЛЫСЕНКО, канд.техн.наук;
Г.И. ЛЬВОВ, докт.техн.наук; НТУ «ХПІ»

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ ПОЛЗУЧЕСТЬ И ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ ПАРОВЫХ ТУРБИН

У рамках дослідження традиційна модель механіки руйнування суцільних середовищ Качанова-Работнова-Хейхерста розширена до варіанту, що враховує переміну температуру та деформаційне зміцнення. Обидві швидкості, як деформації, так і пошкодуваності, вважаються залежними від температури. Представлена методика обчислення констант повзучості матеріалу, що базуються на наявному сімействі експериментальних кривих повзучості. Отримана неізотермічна

модель повзучості з урахуванням пошкоджуваності та зміцнення вбудовується до SE-коду універсального пакету для інженерних розрахунків ABAQUS. Крім того, для визначення основних рис повзучості товстостінних елементів конструкцій наводиться приклад навантаженої внутрішнім тиском труби, що зазнає нерівномірного температурного впливу.

The conventional Kachanov-Rabotnov-Hayhurst type continuum damage mechanics creep model is extended to the case of variable temperature and strain hardening consideration. Both the creep and the damage rates are assumed temperature dependent. A technique for the identification of material creep constants based on the available family of experimental creep curves is presented. The resulting non-isothermal creep-damage constitutive model is incorporated into the FE-code of the universal CAE-system ABAQUS. Moreover, an example for a pressurized pipe exposed to the non-uniform heating is shown to illustrate basic features of creep-damage character in thick-walled structural components.

Введение. Многие важные конструкционные элементы паровых турбин функционируют в условиях повышенных температур и сложных нагрузок в течение длительного времени. Следовательно, расчет ползучести с учетом накопления повреждаемости и определение остаточного времени до разрушения являются важными критериями достоверного расчета длительной прочности конструкции.

Сложность физических процессов ползучести и повреждаемости приводит к необходимости применять феноменологический подход к составлению определяющих уравнений ползучести. Однако, используемые в последнее время модели ползучести, а также доступные результаты расчетов на длительную прочность обычно ограничены изотермическими условиями. Расширение имеющихся моделей до вариантов, учитывающих изменение температуры, требует дорогостоящих экспериментов на ползучесть и, как следствие, большого количества констант ползучести.

Металлографические исследования жаропрочных сталей показывают значительную сложность и разнообразие физических процессов на разных стадиях ползучести. С определенной степенью вероятности можно сделать вывод о преобладании диффузионно-управляемого перемещения дислокаций на второй стадии ползучести. Различные механизмы взаимодействия частиц и дислокаций, а также старения микроструктуры материала могут действовать в течение третьей стадии ползучести, приводя при этом к уменьшению прочности материала и, как следствие, к разрушению. Значения энергий активации для этих физических процессов в общем случае имеют различные виды и степени зависимости от температуры. Это физическое основание использовано для разработки модели ползучести с учетом повреждаемости и деформационного упрочнения для переменной температуры.

1. Анализ литературы. Накопление деформаций ползучести – это температурно-активируемый процесс. Явление элементарной деформации получает дополнительную энергию от локального теплового воздействия. Обычно принято, что при температуре выше $0,5 \cdot T_m$ (где T_m – это температура плавления) энергия активации установившейся деформации близка по значению к энергии активации самодиффузии. Для многих металлов было документально

зафиксировано хорошее соответствие между наблюдаемой энергией активации ползучести Q_c и энергией активации самодиффузии в кристаллической решетке Q_{sd} [1, 2].

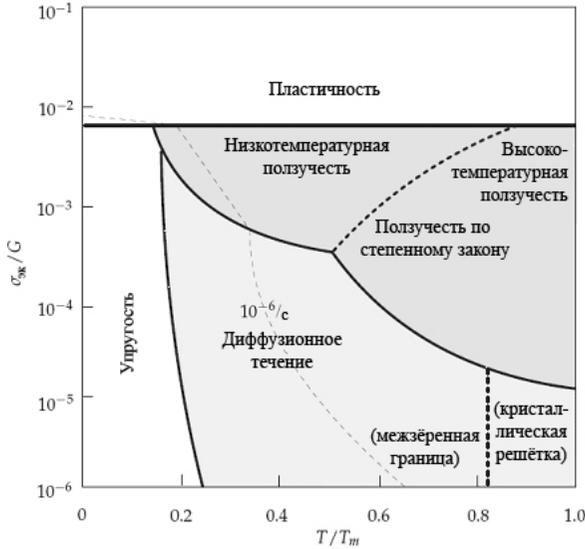


Рисунок 1 – Схематическое изображение карты деформационных механизмов

Для точного описания температурных зависимостей ползучести для широкого диапазона температур необходимо обсудить следующие вопросы. Во-первых, константы материала в определяющем уравнении для скорости ползучести и эволюционных уравнениях для переменных упрочнения и повреждаемости являются температурно-зависимыми. Для того, чтобы подобрать подходящие функции, зависящие от температуры, необходимы экспериментальные данные для широкого диапазона температур. Во-вторых, если допустить, что напряжение остается постоянным в течение эксперимента на ползучесть, изменение уровня температуры может привести к изменению деформации или механизма повреждаемости. Обзор карт деформационных механизмов можно найти в [3]. Контуры постоянных скоростей деформации представлены, как функции нормализованного эквивалентного напряжения $\sigma_{эк} / G$ и гомологичной температуры T/T_m , где G – модуль сдвига и T_m – температура плавления. На рис. 1 показана типичная деформационная карта. Карты деформационных механизмов описаны, например, в [4]. Примеры для нескольких металлов представлены в [3].

Физические исследования [5] показывают, что диффузионная ползучесть является главным механизмом деформации при низких напряжениях. Для температурного диапазона $0,5T_m - 0,9T_m$ и повышенных напряжений доминирующим механизмом ползучести является поперечное скольжение дислока-

ций. Для этого случая энергия активации отличается от энергии активации для диффузионной ползучести, например [5, 6].

В зависимости от выбора модели ползучести главной проблемой является определение констант ползучести для соответствующего материала. Для определения констант даже простые модели требуют большое количество экспериментов, как с одноосным нагружением, так и с многоосным.

В последние годы большое количество ученых и инженеров в энергомашиностроении интенсивно работают в направлении улучшения моделирования при исследовании процессов ползучести и повреждаемости в компонентах турбодвигателей, например, ЕССС [7, 8]. В настоящий момент, существует большое количество моделей, способных описать одноосные кривые ползучести для некоторых диапазонов напряжений и температур. И только некоторые из них считаются применимыми для расчетов ползучести с помощью МКЭ при многоосном напряженном состоянии. Целью данной статьи является описание неизотермической модели ползучести с учетом упрочнения и повреждаемости, которая применима для расчетов на ползучесть компонентов паровых турбин и другого силового оборудования, работающего в широком диапазоне температур и напряжений. Определяющее уравнение ползучести и эволюционное уравнение повреждаемости указанной модели встраивается в КЭ код инженерного программного комплекса ABAQUS [9, 10] для расчетов на ползучесть сложных конструкций.

2. Неизотермическая модель ползучести с учетом повреждаемости.

Рассмотрим далее расширенную модель ползучести с учетом повреждаемости на базе классической модели Качанова [11], Работнова [12] и Хейхерста [13] с учетом зависимости от температуры и деформационного упрочнения для одноосного и многоосного напряженного состояния. Эта модель описывает поведение материала при ползучести на первой, второй и третьей стадиях.

2.1. Одноосное напряженное состояние. Модель Качанова-Работнова-Хейхерста и физические механизмы ползучести типичных жаропрочных сталей представляют основу для представленной далее неизотермической модели ползучести с учетом повреждаемости. Стадия первичной ползучести характеризуется введением функции деформационного упрочнения в форме:

$$H(\varepsilon^{cr}) = 1 + C \cdot \exp(-\varepsilon^{cr}/k). \quad (1)$$

Для того, чтобы отразить различное влияние температуры на диффузионную ползучесть и поперечное скольжение дислокаций вводятся две разные функциональные зависимости – в определяющее уравнение для скорости деформации ползучести и в эволюционное уравнение, определяющее скорость повреждаемости. Для описания зависимостей от температуры используется функция Аррениуса [14]:

$$A(T) = A \cdot \exp(-Q_\alpha/R \cdot T) \quad \text{и} \quad B(T) = B \cdot \exp(-Q_\beta/R \cdot T). \quad (2)$$

Одноосная форма уравнений ползучести и повреждаемости с учетом деформационного упрочнения для полей переменной температуры:

$$\frac{d\varepsilon^{cr}}{dt} = A(T) \cdot H(\varepsilon^{cr}) \cdot \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n, \quad (3)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = B(T) \cdot \frac{\sigma^m}{(1-\omega)^l}. \quad (4)$$

В уравнениях (1-4) ε^{cr} обозначает деформацию ползучести; t – время; σ – одноосное напряжение; Q_α и Q_β – энергии активации; T – абсолютную температуру; A, B, C, n, m, k, l – константы ползучести материала; ω – скалярный параметр повреждаемости ($0 \leq \omega \leq \omega_*$), где ω_* является критическим значением параметра повреждаемости, соответствующим значению времени до разрушения t_* .

Вместо трех констант, включая энергии активации ползучести и повреждаемости и универсальную газовую постоянную, введем в рассмотрение следующие две константы ползучести:

$$h = Q_\alpha / R \quad \text{и} \quad p = Q_\beta / R. \quad (5)$$

В общем случае, значения температурных энергий активации процесса ползучести Q_α и процесса повреждаемости Q_β для типичной жаропрочной стали являются различными. Вместе с другими константами материала они определяются с помощью набора экспериментальных кривых ползучести для широкого диапазона напряжений и температур.

Проинтегрировав по времени эволюционное уравнение повреждаемости (4), предполагая постоянные значения напряжения ($\sigma = \text{const}$) и температуры ($T = \text{const}$), получим функцию $\omega(t)$ в следующем виде:

$$\omega(t) = 1 - \left[1 - (l+1) \cdot B \cdot \exp(-p/T) \cdot \sigma^m \cdot t \right]^{1/(l+1)}. \quad (6)$$

Время до разрушения t_* может быть определено в предположении $\omega = 1$ в следующем виде:

$$t_* = 1 / \left[(l+1) \cdot B \cdot \exp(-p/T) \cdot \sigma^m \right]. \quad (7)$$

Учитывая функцию $\omega(t)$ в виде (6), определяющее уравнение (3) интегрируется в предположении постоянного напряжения ($\sigma = \text{const}$):

$$\varepsilon^{cr}(t) = k \cdot \ln \left[(1+C) \cdot \exp(\zeta(t)/k) - C \right],$$

$$\text{где } \zeta(t) = \frac{A \cdot \exp\left(\frac{p-h}{T}\right) \cdot \sigma^{n-m}}{B \cdot (n-l-1)} \cdot \left\{ \left[1 - (l+1) \cdot B \cdot \exp\left(-\frac{p}{T}\right) \cdot \sigma^m \cdot t \right]^{\frac{l-n+1}{l+1}} - 1 \right\}. \quad (8)$$

2.2. Многоосное напряженное состояние. Внутренние переменные состояния материала и конкретная форма потенциала ползучести феноменологической модели изотропного поведения материала могут быть выбраны, базируясь на известные механизмы деформации ползучести и эволюции повреждаемости [15]. В соответствии с известными механизмами деформации ско-

рость деформации ползучести на первой и второй стадиях ползучести управляется в основном интенсивностью напряжений. А на третью стадию ползучести, ускоряемую повреждаемостью, дополнительно имеет влияние еще и вид напряженного состояния.

Классическая изотропная концепция Качанова-Работнова-Хейхерста [16] опирается на степенную зависимость для функции напряжений и скалярный параметр повреждаемости:

$$\dot{\varepsilon}^{cr} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{\text{эКв}}^{cr}}{\sigma_{vM}} s, \quad \dot{\varepsilon}_{\text{эКв}}^{cr} = A \cdot \exp\left(-\frac{h}{T}\right) \cdot \left(1 + C \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\text{эКв}}^{cr}}{k}\right)\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{vM}}{1-\omega}\right)^n, \quad (9)$$

$$\dot{\omega} = B \cdot \exp\left(-\frac{p}{T}\right) \cdot \frac{\left(\langle \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \rangle\right)^m}{(1-\omega)^l}. \quad (10)$$

В данных формулах $\dot{\varepsilon}^{cr}$ означает тензор скорости деформации ползучести; $\sigma_{vM} = \left[\frac{3}{2} s \cdot s\right]^{1/2}$ – интенсивность напряжений; s – девиатор тензора напряжений; $\sigma_{\text{эКв}}^{\omega}$ – эквивалентное напряжение, используемое в форме, предложенной в [17]:

$$\sigma_{\text{эКв}}^{\omega} = \alpha \sigma_I + (1-\alpha) \sigma_{vM}, \quad (11)$$

где σ_I означает максимальное главное напряжение; α – весовой коэффициент или коэффициент влияния, определяющий величину влияния главных механизмов повреждаемости на эволюцию повреждаемости (в основном определяется напряжениями σ_I или σ_{vM}). Коэффициент α принимаем равным 0,3 как усредненное значение для жаропрочных сталей [18], которые используются в производстве элементов паровых турбин.

Модель ползучести с учетом повреждаемости (9-10) выполняет условие несжимаемости. Таким образом, эволюция повреждаемости происходит только при положительном растягивающем напряжении:

$$\langle \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \rangle = \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \quad \text{для} \quad \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} > 0 \quad \text{и} \quad \langle \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \rangle = 0 \quad \text{для} \quad \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \leq 0. \quad (12)$$

3. Процедура идентификации констант ползучести материала. Методика определения констант ползучести для одноосной модели разработана на основании семейства экспериментальных кривых ползучести, представляющего широкий диапазон температур и напряжений. Используемый при расчетах, набор из 9-ти констант ползучести, подходящий для неизотермической модели ползучести с учетом повреждаемости и упрочнения, соответствует одной типичной марке жаропрочной стали, широко используемой при производстве в энергомашиностроении.

Процедура определения констант ползучести материала при постоянной температуре описана в [16]. Для определения значений энергий активации процессов ползучести и повреждаемости, т.е. констант ползучести h и p , необходимо иметь экспериментальные данные, по крайней мере, для двух фиксированных значений температуры. Если имеются экспериментальные дан-

ные для более чем двух значений температуры, то необходимо использовать процедуру определения констант ползучести материала для неизотермической модели ползучести с учетом повреждаемости и деформационного упрочнения в следующем виде.

3.1. Шаг 1. Определение констант для второй стадии ползучести.

Стадия установившейся ползучести каждой кривой ползучести из набора экспериментальных кривых в виде массива данных $(\varepsilon_{d_1}, t_{d_1}), (\varepsilon_{d+1}, t_{d+1}), \dots, (\varepsilon_q, t_q)$, где $d \geq 2$ и $q \leq f$ (f представляется собой количество экспериментальных измерений), аппроксимируется методом наименьших квадратов (МНК), используя линейную функцию следующего вида

$$\varepsilon = \dot{\varepsilon}_{\min}^{cr} t, \quad (13)$$

где минимальная скорость ползучести $\dot{\varepsilon}_{\min}^{cr}$ представляет собой коэффициент наклона, определяемый для линейной функции (13) в следующей форме:

$$\dot{\varepsilon}_{\min}^{cr} = \left[(q-d) \sum_{i=d}^q t_i \varepsilon_i - \left(\sum_{i=d}^q t_i \right) \left(\sum_{i=d}^q \varepsilon_i \right) \right] / \left[(q-d) \sum_{i=d}^q t_i^2 - \left(\sum_{i=d}^q t_i \right)^2 \right]. \quad (14)$$

Константы ползучести материала A и n для соотношения между скоростью деформации ползучести и напряжением $\dot{\varepsilon}^{cr} = A \cdot \sigma^n$ могут быть определены после обработки участка установившейся ползучести. В двойных логарифмических координатах минимальная скорость деформации ползучести и напряжение теоретически должны быть связаны линейной зависимостью (см. рис. 2), которая может быть аппроксимирована методом наименьших квадратов

$$\lg \dot{\varepsilon}_{\min}^{cr} = \lg A + n \lg \sigma, \quad (15)$$

где константа ползучести n – это коэффициент наклона функции (15).

Определив φ наборов значений минимальных скоростей ползучести $\dot{\varepsilon}_{\min 1}^{cr}, \dot{\varepsilon}_{\min 2}^{cr}, \dots, \dot{\varepsilon}_{\min \xi}^{cr}$, соответствующих фиксированным напряжениям $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_\xi$ для фиксированных значений температуры $T_1, T_2, \dots, T_\varphi$ (где ξ – число экспериментальных напряжений, и φ – число экспериментальных температур, соответствующих экспериментальным кривым ползучести с явно выраженным участком установившейся ползучести), можно вычислить константу ползучести n и ряд температурно-зависимых констант ползучести A_j ($j = 1, 2, \dots, \varphi$), используя следующие выражения, полученные с помощью МНК и аппроксимирующей функции (15):

$$n = \left[\xi \sum_{i=1}^{\xi} (\lg \dot{\varepsilon}_{\min i}^{cr} \cdot \lg \sigma_i) - \left(\sum_{i=1}^{\xi} \lg \dot{\varepsilon}_{\min i}^{cr} \right) \left(\sum_{i=1}^{\xi} \lg \sigma_i \right) \right] / \left[\xi \sum_{i=1}^{\xi} \lg \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{\xi} \lg \sigma_i \right)^2 \right]; \quad (16)$$

$$\lg A_j = \frac{\left[\left(\sum_{i=1}^{\xi} \lg \dot{\varepsilon}_{\min i}^{cr} \right) \left(\sum_{i=1}^{\xi} \lg \sigma_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^{\xi} (\lg \dot{\varepsilon}_{\min i}^{cr} \cdot \lg \sigma_i) \right) \left(\sum_{i=1}^{\xi} \lg \sigma_i \right) \right]}{\left[\xi \cdot \sum_{i=1}^{\xi} \lg \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{\xi} \lg \sigma_i \right)^2 \right]}. \quad (17)$$

Массив данных (A_j, T_j) , где $j = 1, 2, \dots, \varphi$, который представляет собой тем-

пературную зависимость второй стадии ползучести, может быть довольно точно аппроксимирован МНК с использованием функции от температуры в форме закона Аррениуса в следующем виде:

$$A(T) = a \cdot \exp(-h/T), \quad (18)$$

которая является линейной в полулогарифмических координатах, и которая содержит константы ползучести материала a и h :

$$a = \frac{A(T_1)}{\exp(-h/T_1)} = \frac{A(T_2)}{\exp(-h/T_2)}, \quad h = \frac{T_1 \cdot T_2 \cdot \ln(A(T_1)/A(T_2))}{T_1 - T_2}. \quad (19)$$

3.2. Шаг 2. Определение констант для третьей стадии ползучести.

Константа ползучести l_j определяет величину кривизны участка третьей стадии кривых ползучести и управляет величинами критической деформации ползучести ($\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, \dots, \varepsilon_\psi^*$), соответствующей времени до разрушения ($t_1^*, t_2^*, \dots, t_\psi^*$) для диапазона фиксированных напряжений ($\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_\psi$), при которых имеется четко выраженная третья стадия ползучести, и диапазона фиксированных температур $T_1, T_2, \dots, T_\varphi$, следующим образом:

$$l_i(T_j) = n - 1 + \frac{n}{\left[\left(\frac{\varepsilon_i^*}{A \cdot \exp(-h/T_j) \cdot (\sigma_i^*)^n \cdot t_i^*} \right) - 1 \right]}, \quad (j = 1, 2, \dots, \varphi; i = 1, 2, \dots, \psi), \quad (20)$$

где ψ представляет собой количество экспериментальных значений напряжений, соответствующих экспериментальным кривым ползучести с явно выраженным участком третьей стадии ползучести, и φ представляет собой количество экспериментальных значений температуры.

Общее для всего экспериментального диапазона напряжений ($\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_\psi$), при которых имеется четко выраженная третья стадия ползучести, значение константы l_j ($j = 1, 2, \dots, \varphi$), соответствующее фиксированному значению температуры T_j , определяется как среднее арифметическое значение ряда $l_i(T_j)$ ($i = 1, 2, \dots, \psi$). Далее, общее для всех температур ($T_1, T_2, \dots, T_\varphi$) значение константы ползучести l определяется, как среднее арифметическое значение ряда l_j ($j = 1, 2, \dots, \varphi$).

Кривые длительной прочности (см. рис. 3), которые соответствуют набору фиксированных значений температуры ($T_1, T_2, \dots, T_\varphi$), или по-другому, зависимости времени до разрушения ($t_1^*, t_2^*, \dots, t_\psi^*$) от приложенного напряжения ($\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_\psi$), могут быть аппроксимированы МНК используя следующую функцию, линейную в двойных логарифмических координатах:

$$\lg t^* = -\lg[(l+1) \cdot B] - m \lg \sigma, \quad (21)$$

где ψ представляет собой число экспериментальных значений напряжения, соответствующих имеющимся экспериментальным кривым ползучести с четко выраженным участком третьей стадии. Константа ползучести m , кото-

рая не зависит от температуры, характеризует наклон функции (21), которая является линейной в двойных логарифмических координатах.

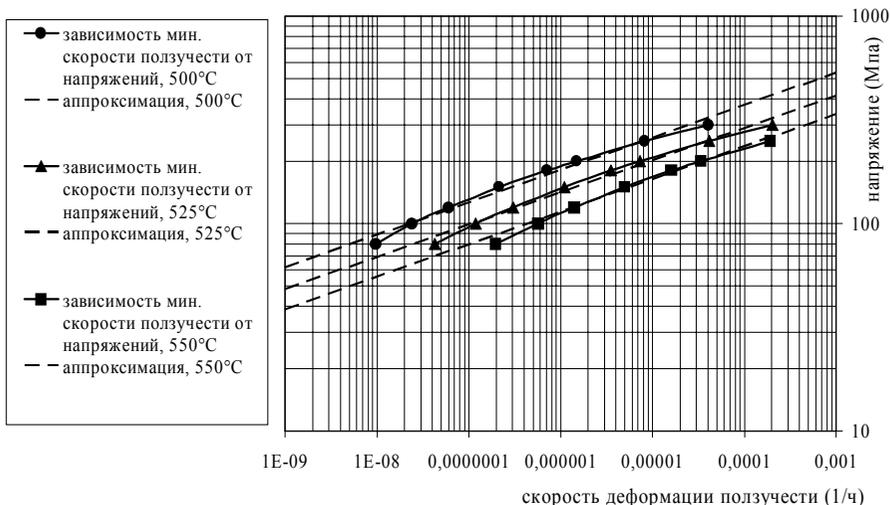


Рисунок 2 – Зависимости минимальной скорости деформации ползучести от напряжений на второй стадии ползучести для нескольких фиксированных температур

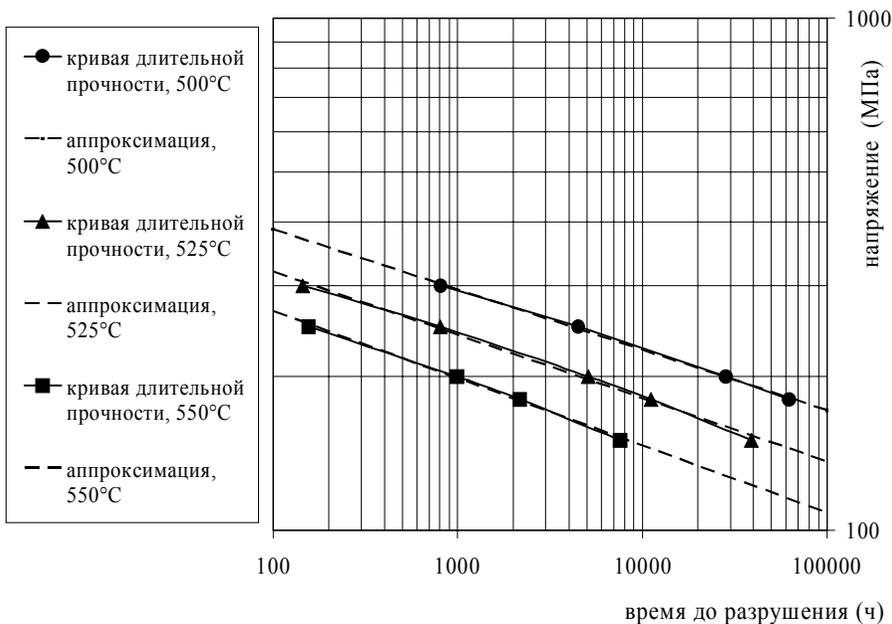


Рисунок 3 – Кривые длительной прочности для нескольких фиксированных температур

Константа ползучести m и набор зависимых от температуры констант B_j ($j = 1, 2, \dots, \varphi$) могут быть определены из следующих соотношений, полученных с помощью МНК, используя аппроксимирующую функцию (21):

$$m = - \left[\psi \sum_{i=1}^{\varphi} (\lg t_i^* \cdot \lg \sigma_i) - \left(\sum_{i=1}^{\varphi} \lg t_i^* \right) \left(\sum_{i=1}^{\varphi} \lg \sigma_i \right) \right] / \left[\psi \sum_{i=1}^{\varphi} \lg \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{\varphi} \lg \sigma_i \right)^2 \right], \quad (22)$$

$$\lg [(l+1) \cdot B_j] = - \left(\frac{\left(\sum_{i=1}^{\varphi} \lg t_i^* \right) \left(\sum_{i=1}^{\varphi} \lg \sigma_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^{\varphi} (\lg t_i^* \cdot \lg \sigma_i) \right) \left(\sum_{i=1}^{\varphi} \lg \sigma_i \right)}{\psi \sum_{i=1}^{\varphi} \lg \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{\varphi} \lg \sigma_i \right)^2} \right) \quad (23)$$

Массив данных (B_j, T_j) , где $j = 1, 2, \dots, \varphi$, представляющий собой температурную зависимость третьей стадии ползучести, может быть довольно точно аппроксимирован с помощью МНК, используя функцию в форме закона Аррениуса, в следующем виде:

$$B(T) = b \cdot \exp(-p/T), \quad (24)$$

которая является линейной в полулогарифмических координатах, и содержит константы ползучести материала b и p , определяемые выражениями:

$$b = \frac{B(T_1)}{\exp(-p/T_1)} = \frac{B(T_2)}{\exp(-p/T_2)}, \quad p = \frac{T_1 \cdot T_2 \cdot \ln(B(T_1)/B(T_2))}{T_1 - T_2}. \quad (25)$$

3.3. Шаг 3. Определение констант для первой стадии ползучести.

Аналитическое выражение деформации ползучести на первой стадии можно получить, если пренебречь влиянием второй и третьей стадий ползучести в аналитическом выражении (8) для всех трех стадий, в следующем виде:

$$\varepsilon = k \cdot \ln \left[(1+C) \cdot \exp \left(\frac{\theta}{k} \right) - C \right], \quad \text{где } \theta = A \cdot \exp \left(-\frac{h}{T} \right) \cdot \sigma^n \cdot t, \quad (26)$$

где C и k являются константами ползучести первой стадии, которые необходимо определить далее.

Для всего набора фиксированных значений экспериментальных температур $(T_1, T_2, \dots, T_\varphi)$, где φ является числом значений температуры, необходимо выбрать кривые ползучести с четко выраженным участком первой стадии ползучести. Затем для всей совокупности выбранных кривых определяются максимальные значения деформации ползучести в конце участков первой стадии для всех фиксированных значений температуры: $(\varepsilon_{\max 1}^{T_1}, \varepsilon_{\max 2}^{T_1}, \dots, \varepsilon_{\max \varphi}^{T_1})$, $(\varepsilon_{\max 1}^{T_2}, \varepsilon_{\max 2}^{T_2}, \dots, \varepsilon_{\max \varphi}^{T_2})$, \dots , $(\varepsilon_{\max 1}^{T_\varphi}, \varepsilon_{\max 2}^{T_\varphi}, \dots, \varepsilon_{\max \varphi}^{T_\varphi})$. Следующий шаг предполагает отбор из прежде выбранной совокупности набора из φ кривых ползучести с близкими по величине значениями максимальной деформации ползучести – по одной кривой для каждой температуры. Например, в результате подобного отбора кривых ползучести получаем следующий набор значений максимальной деформации ползучести: $\varepsilon_{\max 1}^{T_\varphi}, \varepsilon_{\max 2}^{T_2}, \dots, \varepsilon_{\max \varphi}^{T_1}$. Экспериментальные кривые ползучести, которые соответ-

ствуют ряду $(\varepsilon_{\max 1}^{T\varphi}, \varepsilon_{\max 2}^{T2}, \dots, \varepsilon_{\max \varphi}^{T1})$ аппроксимируются функцией (26) с помощью МНК с целью определения набора констант первой стадии ползучести – C_δ и k_δ ($\delta = 1, 2, \dots, \varphi$) для каждой из температур $T_1, T_2, \dots, T_\varphi$.

Общие значения констант C и k вычисляются как средние арифметические значения для последовательностей C_δ и k_δ ($\delta = 1, 2, \dots, \varphi$):

$$C = \frac{C_1 + C_2 + \dots + C_\varphi}{\varphi}, \quad k = \frac{k_1 + k_2 + \dots + k_\varphi}{\varphi}. \quad (27)$$

4. Пример расчета неизотермической ползучести. Предложенный метод решения задач неизотермической ползучести с учетом повреждаемости был апробирован на модельной задаче – ползучести толстостенного цилиндра, нагруженного равномерным внутренним давлением $p = 150$ МПа и находящегося в условиях плоской деформации. Неоднородное тепловое поле создавалось за счет граничных условий для температуры на внутренней и внешней поверхности цилиндра: $T_1 = 550$ °С, $T_2 = 500$ °С. Учитывалась только зависимость констант ползучести от температуры, а добавками термоупругих напряжений и деформаций от теплового расширения цилиндра пренебрегали.

Численные результаты расчета длительной прочности толстостенного цилиндра получены с помощью МКЭ в инженерном программном комплексе ABAQUS с использованием подпрограмм, интегрируемых в программный КЭ код, содержащих пользовательские модели поведения материала.

Анализировалось распределение деформаций ползучести, компонентов напряжений и параметра повреждаемости по толщине цилиндра в процессе ползучести для различных моментов времени, вплоть до разрушения конструкции. Если пользоваться соотношениями изотермической ползучести и соответствующими значениями констант ползучести, определенными в диапазоне температур $T = 500 \div 550$ °С, то можно получить значительный разброс результатов по времени разрушения – от 2 942 до 84 840 часов.

На рис. 4 представлены распределения скалярного параметра повреждаемости ω и окружного напряжения σ_{33} по толщине цилиндра в предположении усредненного однородного теплового поля, где использованы константы ползучести для температуры $T = 525$ °С. В этом случае параметр повреждаемости ω достигает своего критического значения на внутренней поверхности цилиндра в момент времени $t = 14\,600$ часов. Для сравнения на рис. 5 приведены результаты расчета неизотермической ползучести цилиндра, где учитывается реальное тепловое поле как итог решения задачи стационарной теплопроводности. Оказывается, что при такой постановке задачи параметр повреждаемости ω достигает своего критического значения на внешней (а не на внутренней) поверхности цилиндра в момент времени $t = 15\,926$ часов. Кроме увеличения времени разрушения цилиндра, качественно изменяется характер окончательного распределения параметра повреждаемости и напряжений по толщине цилиндра для уточненной постановки задачи.

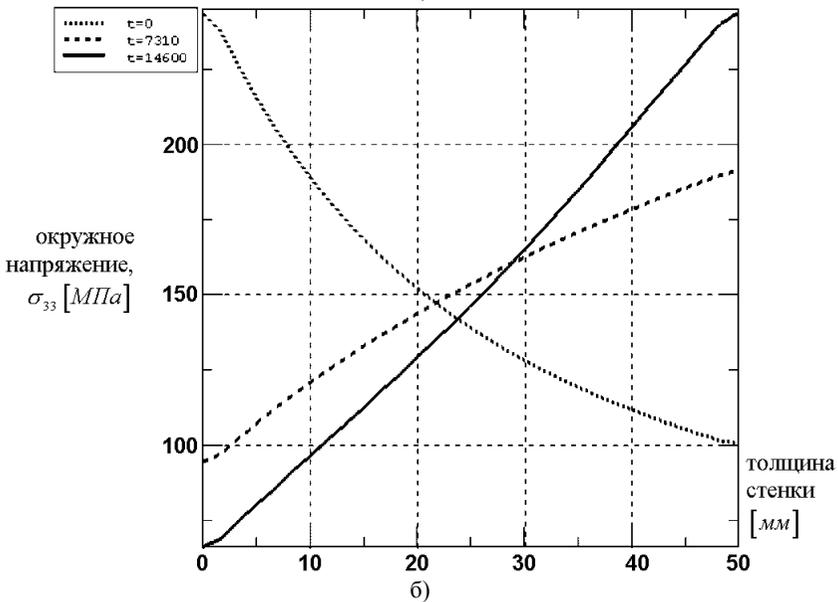
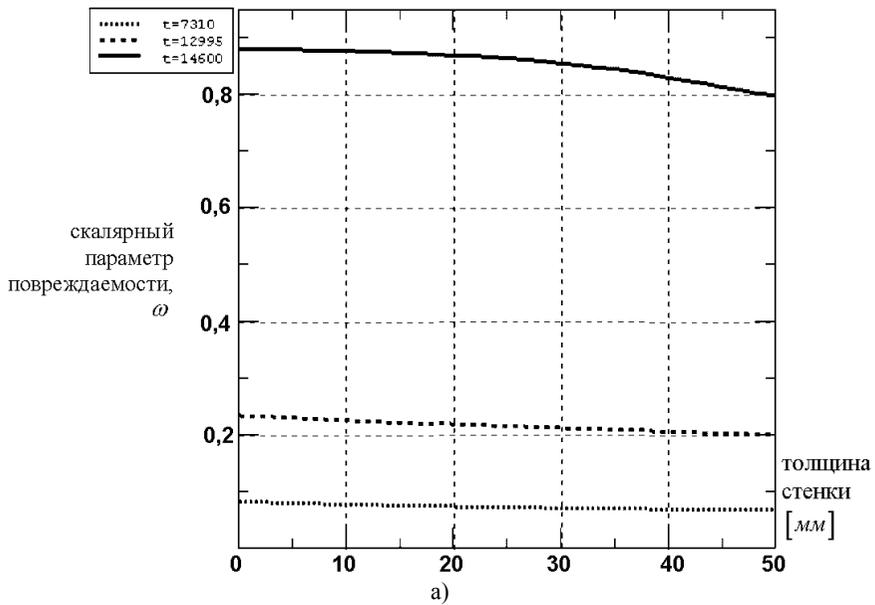


Рисунок 4 – Результаты расчета изотермической ползучести толстостенного цилиндра при $T = 525$ °С, распределение по толщине цилиндра [мм]: (а) параметра повреждаемости ω ; (б) окружных напряжений σ_{33} [МПа]

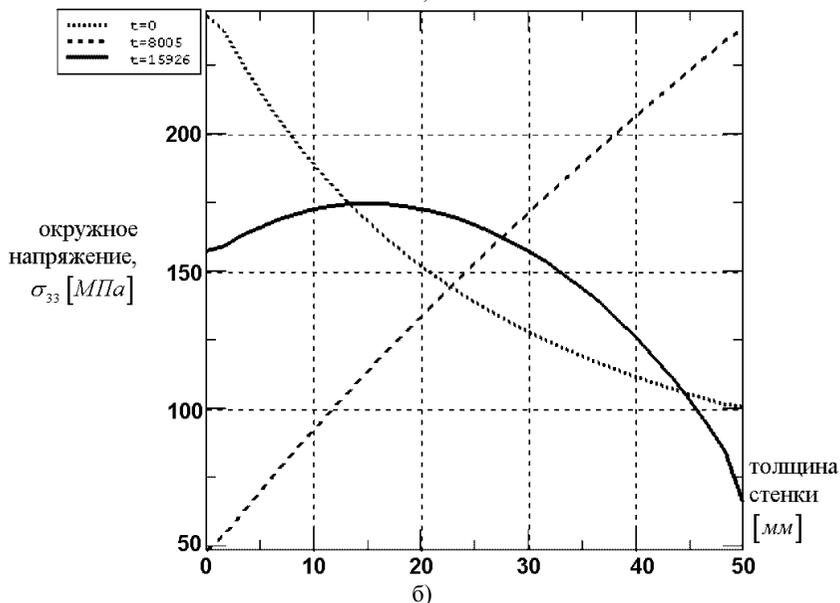
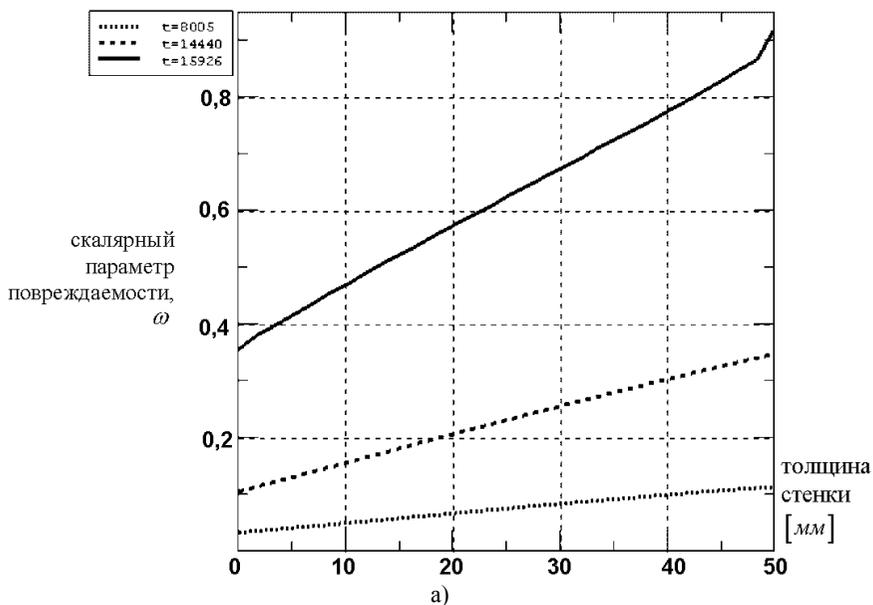


Рисунок 5 – Неизотермическая ползучесть толстостенного цилиндра, находящегося в неоднородном тепловом поле ($T = 500 \div 550$ °C), распределение по толщине цилиндра [мм]: (а) параметра повреждаемости ω ; (б) окружных напряжений σ_{33} [МПа]

Так параметр повреждаемости ω возрастает по толщине и инициирует процесс разрушения на внешней поверхности толстостенного цилиндра. Правильность полученных численных результатов подтверждается экспериментами и решениями подобных задач другими авторами [19]. Если окружные напряжения σ_{33} на внешней поверхности цилиндра в момент разрушения достигают минимального значения, то в упрощенной постановке эти же напряжения были максимальны.

Вывод. Постановка задачи неизотермической ползучести с учетом повреждаемости и деформационного упрочнения адекватна реальным процессам ползучести и повреждаемости, происходящим во времени в неравномерно нагретых элементах конструкций. Использование упрощенной изотермической постановки задачи может привести к существенным погрешностям определения времени до разрушения и местоположения трещины в конструкции.

Список литературы: 1. *Nix W.D., Earthman J.C., Eggeler G., Ilshner B.* The principal facet stress as a parameter for predicting creep rupture under multiaxial stresses // *Acta Metallurgica*, vol. 37(4), 1989, pp. 1067-1077. 2. *Levitin V.* High Temperature Strain of Metals and Alloys // Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2005, pp. 5-11. 3. *Frost H.J., Ashby M.F.* Deformation Mechanism Maps // Pergamon Press, Oxford et al., 1982. 4. *Riedel H.* Fracture at High Temperatures // *Materials Research and Engineering*, Springer, Berlin et al., 1987. 5. *Nabarro F.R.N., de Villiers H.L.* The Physics of Creep // Taylor & Francis, 1995. 6. *McLean D.* The physics of high temperature creep in metals // *Reports on Progress in Physics*, vol. 29(1), 1966, pp. 1-33. 7. *Holdsworth S.R., Merckling G.* ECCC Developments in the Assessment of Creep-Rupture Properties // 6th Inter. Ch. Parsons Turbine Conf., Dublin, Ireland, 2003, pp. 1-11. 8. *Brett S.J., Merckling G.* Comparative Applicability Evaluation of Specific Testing Techniques for Post Exposure Material Creep Behaviour Investigation // High Temp. Plant Integrity & Life Extension Conf., Cambridge, UK, 2004, pp. 1-11. 9. ABAQUS User's Manual, Version 6.5. 10. *Moberg F.* Implementation of constitutive equations for creep damage mechanics into the ABAQUS finite element code – Subroutine UMAT // SAQ/R&D Report, No. 95/05, Stockholm, 1995. 11. *Kachanov L.M.* *Izvestiya Akad. Nauk. SSSR, Otd. Teekh. Nauk.* // *Mechanics and Machinebuilding*, vol. 8, 1958, pp. 26-31. 12. *Rabotnov Y.N.* The problems of strength of materials and structures // Moscow: Science, 1959, pp. 5-7. 13. *Hayhurst D.R.* Computational continuum damage mechanics: its use in the prediction of creep in structures: past, present and future // *Creep in Structures* (ed. by Murakami, S. and Ohno, N.), Dordrecht, Kluwer, 2001, pp. 175–188. 14. *Perrin I.J., Hayhurst D.R.* Creep constitutive equations for a 0.5Cr-0.5Mo-0.25V ferritic steel in the temperature range 600-675 °C // *Journal of Strain Analysis*, vol. 31, no. 4, IMechE, 1996, pp. 299-314. 15. *Altenbach H.* Creep and damage in materials and structures // *CISM Courses and Lectures*, vol. 399, Wein/New York: Springer, 1999, 348 p. 16. *Gorash E., Lvov G., Harder J., Kostenko Y., Wieghardt K.* Comparative analysis of the creep behaviour in a power plant component using different material models // *Creep and Fracture in High Temperature Components – Design and Life Assessment Issues*, ECCC, IMechE, London, UK, 2005, 12 p. 17. *Leckie F.A., Hayhurst D.R.* Constitutive equations for creep rupture, *Acta Metallurgica*, 25, Pergamon Press, 1977, pp. 1059-1070. 18. *Hyde T.H., Sun W. and Williams J.A.* Creep analysis of pressurized circumferential pipe weldments – a review // *J. Strain Analysis*, vol. 38, no. 1, IMechE, 2003, pp. 1-29. 19. *Бойл Дж., Спенс Дж.* Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1986. – 360 с.

Поступила в редколлегию 1.06.2006