

**К.В.АВРАМОВ**, докт.техн.наук; **Н.В.ШИРЯЕВА**;  
**Ю.А.ИЩУК**, канд.техн.наук; **Л.В.РОЗОВА**, канд.техн.наук, НТУ «ХП»

## НЕЛИНЕЙНЫЕ СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАКРУЧЕННЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ СТЕРЖНЕЙ

У статті наведена система трьох диференціальних рівнянь у частинних похідних, що описує ізгибно-ізгибно-крутильні коливання закрученого стержня. В статті припускається, що центр тяжіння та центр зрушення знаходяться у різних точках. Для дискретизації цієї системи застосовується метод нелінійних нормальних форм. Вільні нелінійні коливання досліджуються методом Шоу-П'єра.

The system of three partial differential equations describing flexural-flexural-torsional vibrations of pretwisted beam is introduced in this paper. An assumption that the center of gravity and the shear center are in different points is used here. Nonlinear modal analysis is used for discretization of this system. Free nonlinear oscillations are investigated by Shaw-Pierre method.

**1. Введение.** Вращающиеся стержни являются элементами ветровых энергетических установок, лопастей роторов вертолетов, лопаток турбомашин. Многие из этих элементов с достаточной для инженерных наук точностью могут описываться стержневыми моделями. Такие системы часто совершают колебания с амплитудами соизмеримыми с толщиной стержня [1]. Такие движения описываются геометрически нелинейными моделями.

Много было предпринято усилий для исследования колебаний вращающихся стержней. Одни из первых результатов по исследованию линейных колебаний вращающихся стержней были получены А.П. Филипповым и Ю.С. Воробьевым [2, 3]. Они рассматривали линейные колебания стержней, предполагая что центр тяжести и центр сдвига поперечного сечения находятся в разных точках. Уравнения геометрически нелинейных колебаний стержней рассматривались в работах [4, 5, 6]. В этих работах предполагалось, что центр тяжести и центр сдвига поперечного сечения находятся в одной точке.

В этой статье исследуются нелинейные колебания закрученных стержней, предполагая что центр тяжести поперечного сечения и центр сдвига находятся в разных точках.

**2. Основные уравнения колебаний.** В этой статье предполагается, что стержень является равномерно закрученным. Его угол закрученности определяется так  $\alpha(x) = \alpha_0 + \tau_0 x$ . Пространственные колебания стержня описываются тремя перемещениями  $u$ ,  $v$ ,  $w$  вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и углом  $\theta_x$ , который описывает крутильные колебания.

Кручение стержня происходит вокруг центра сдвига (рис. 2). В статье предполагается, что стержень вращается с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Применяя подход представленный в [4], получаем систему трех уравнений в частных производных, описывающую изгибно-изгибно-крутильные колебания

стержня. Эта система принимает следующий вид [7]:

$$E \frac{J_\zeta - J_\eta}{2} (w'' \sin 2\alpha)'' + EJ_\zeta (v'' \cos^2 \alpha)'' + EJ_\eta (v'' \sin^2 \alpha)'' + m\ddot{v} -$$

$$- m e \ddot{\theta}_x \sin \alpha + \Omega m (2\dot{v} + \Omega x) v' + m \Omega (e \theta_x \sin \alpha - v)'' \left( 2 \int_x^L \dot{v} dx + \Omega \frac{L^2 - x^2}{2} \right) -$$

$$- em \Omega (\theta_x \sin \alpha)' (4\dot{v} + \Omega x) + em \Omega \theta_x \sin \alpha (\Omega - 2\dot{v}') - \Omega^2 m v + \quad (1a)$$

$$+ \frac{4\Omega^2 m^2}{EA} \int_0^x dx_1 \int_{x_1}^L \dot{v} d\tilde{x} - 2\Omega m \int_0^x (v' \dot{v}' + w' \dot{w}') dx - 2\Omega m e \int_0^x \frac{\partial}{\partial t} (\theta_x v'' \sin \alpha - \theta_x w'' \cos \alpha) dx +$$

$$+ E (J_\zeta - J_\eta) (\theta_x w'' \cos 2\alpha)'' - E (J_\zeta - J_\eta) (\theta_x v'' \sin 2\alpha)'' = 0;$$

$$EJ_\zeta (w'' \sin^2 \alpha)'' + EJ_\eta (w'' \cos^2 \alpha)'' + E \frac{J_\zeta - J_\eta}{2} (v'' \sin 2\alpha)'' + m\ddot{w} +$$

$$+ m \ddot{\theta}_x e \cos \alpha + \Omega m (2\dot{w} + \Omega x) w' - m \Omega (w + e \theta_x \cos \alpha)'' \left( 2 \int_x^L \dot{v} dx + \Omega \frac{L^2 - x^2}{2} \right) + \quad (1b)$$

$$+ em \Omega (\theta_x \cos \alpha)' (4\dot{w} + \Omega x) + 2\Omega em \theta_x \dot{v}' \cos \alpha +$$

$$+ E (J_\zeta - J_\eta) (\theta_x v'' \cos 2\alpha)'' + E (J_\zeta - J_\eta) (\theta_x w'' \sin 2\alpha)'' = 0;$$

$$- G (e^2 A + J_\zeta + J_\eta) \theta_x'' - em \ddot{v} \sin \alpha + em \ddot{w} \cos \alpha + \ddot{\theta}_x [m e^2 + \rho (J_\zeta + J_\eta)] +$$

$$+ m \Omega e (v'' \sin \alpha - w'' \cos \alpha) \left( 2 \int_x^L \dot{v} dx + \Omega \frac{L^2 - x^2}{2} \right) + \Omega^2 x m e (w' \cos \alpha - v' \sin \alpha) + \quad (1c)$$

$$+ \Omega^2 \left[ v e m \sin \alpha + \rho \frac{J_\zeta - J_\eta}{2} \sin 2\alpha \right] + E \frac{J_\zeta - J_\eta}{2} \sin(2\alpha) (w''^2 - v''^2) +$$

$$+ E (J_\zeta - J_\eta) \cos(2\alpha) w'' w'' = 0.$$

где  $\frac{\partial w}{\partial t} = \dot{w}$ ;  $\frac{\partial w}{\partial x} = w'$ ;  $L$ ,  $A$  – длина и площадь поперечного сечения

стержня;  $E$ ,  $G$  – модуль упругости и модуль сдвига;  $\rho$  – плотность материала;  $e$  – расстояние от центра тяжести поперечного сечения до центра сдвига;  $J_\zeta$ ,  $J_\eta$  – моменты инерции поперечного сечения, которые определяются так:

$$J_\zeta(x) = \int_A \eta^2 dA; \quad J_\eta(x) = \int_A \zeta^2 dA.$$

**3. Линейные колебания незакрученного стержня.** Мы рассматриваем балку со стандартным сечением НАСА 0012. На рис. 3 представлена модель поперечного сечения. Все параметры на этом рисунке представлены в сантиметрах. На это рисунке показано расстояние между центром тяжести поперечного сечения и центр жесткости  $e$ .

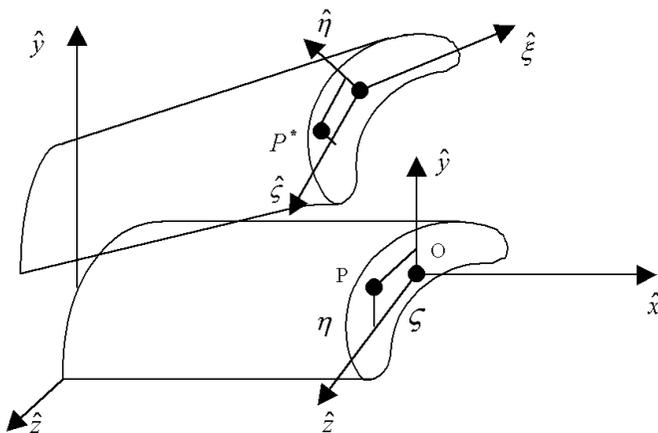


Рисунок 1 – Механическая система

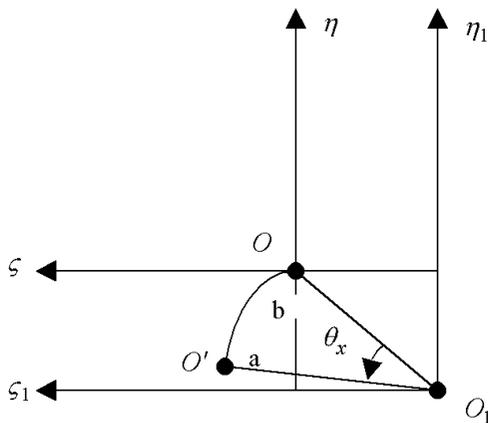


Рис 2 – Модель кручения стержня

Линейные свободные колебания невращающегося стержня представим так:  $w = W(x)\sin(\omega t)$ ;  $\theta_x = \theta(x)\sin(\omega t)$ . Тогда собственные формы колебаний имеют следующий вид:

$$W_j = -\frac{A_1 s_2 + A_2}{\delta s_1} \sinh\left(\frac{s_1 x}{L}\right) + \chi_1 (s_2^4 - \lambda_B) \cosh\left(\frac{s_1 x}{L}\right) + \frac{A_1}{\delta} \sin\left(\frac{s_2 x}{L}\right) - \frac{\chi_2}{s_2} \cos\left(\frac{s_2 x}{L}\right) + (s_1^4 - s_2^4)(s_2^4 - \lambda_B) \frac{\chi_3}{s_3} \cos\left(\frac{s_3 x}{L}\right) + \frac{A_2}{\delta s_3} \sin\left(\frac{s_3 x}{L}\right); \quad (2a)$$

$$\theta_j = -\frac{(s_1^4 - \lambda_B)(A_1 s_2 + A_2)}{\lambda_B \delta s_1} \sinh\left(\frac{s_1 x}{L}\right) + \frac{1}{\lambda_B} (s_2^4 - \lambda_B)(s_1^4 - \lambda_B) \chi_1 \cosh\left(\frac{s_1 x}{L}\right) -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\chi_2 (s_2^4 - \lambda_B)}{\lambda_B s_2} \cos\left(\frac{s_2 x}{L}\right) + \\
& + \frac{\Delta_1}{\lambda_B \bar{\delta}} (s_2^4 - \lambda_B) \sin\left(\frac{s_2 x}{L}\right) + \eta^{(1)2} (s_1^4 - s_2^4) (s_2^4 - \lambda_B) \cos\left(\frac{s_3 x}{L}\right) + \frac{\Delta_2 \eta^{(1)2}}{\chi_3 \bar{\delta}} \sin\left(\frac{s_3 x}{L}\right), \quad (2b)
\end{aligned}$$

где  $j$  – номер собственной формы колебаний; параметры  $\Delta_1, \Delta_2, \bar{\delta}, \chi_1, \chi_2, \chi_3, s_1, s_2, s_3$  не представлены для краткости изложения.

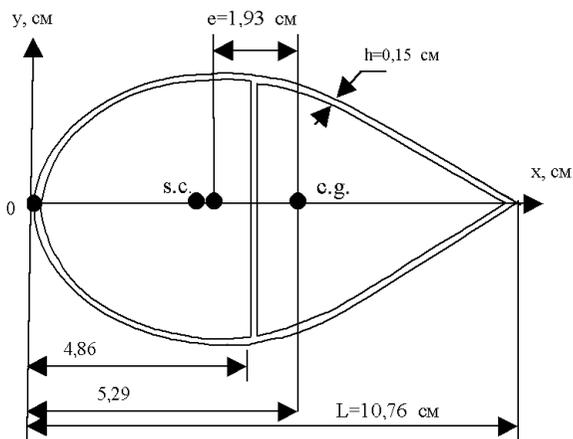


Рисунок 3 – Поперечное сечение стержня

Характеристики поперечного сечения балки таковы:  $J_\eta = 0,57 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$ ;  $J_\zeta = 29,94 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$ ;  $A = 3,48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $\eta^{(1)} = -1,93 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $L = 1,22 \text{ м}$ . Рассмотрим алюминиевую балку с параметрами:  $E = 70 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ ;  $G = 27 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ ;  $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

Удовлетворяя граничным условиям получаем частотное уравнение, которое представлено в работе [2]. Результаты расчета собственных частот колебаний представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Собственные частоты колебаний консольного стержня

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\omega_i, \text{рад/с}$	48,8	307,4	349,9	860,5	1686	2201	2784	3981	4160

**4. Дискретная модель колебаний.** Для исследования нелинейных колебаний вращающегося стержня континуальная система (1) приводится к дискретной модели. Для этого применяется метод Бубнова-Галеркина. Колебания представляются в следующем виде:

$$W(x,t) = \sum_{v=1}^7 q_v(t) W_v(x); \quad V(x,t) = \sum_{v=1}^2 q_{14+v}(t) V_v(x); \quad \theta_x(x,t) = \sum_{v=1}^7 q_{v+7}(t) \theta_v(x). \quad (3)$$

Функции  $W(x,t)$ ,  $\theta_x(x,t)$  раскладываются по собственным формам стержня, у которого центры тяжести и сдвига не совпадают. Так как центры тяжести и сдвига находятся на оси симметрии поперечного сечения, то для не закрученного стержня собственные формы изгибных колебаний  $V(x,t)$  не зависят от колебаний  $W(x,t)$ ,  $\theta_x(x,t)$ . Поэтому в качестве  $V_v(x)$  выбираются балочные функции консольного стержня.

Дискретную модель колебаний системы с 16 степенями свободы представим так:

$$(M)\ddot{q} + (K)q + \Omega F(q, \dot{q}) + \Phi(q) + F_0 = 0, \quad (4)$$

где

$$(M) = \begin{pmatrix} M_1 \\ \dots \\ M_2 \end{pmatrix}; \quad M_1 = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1,16} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{14,1} & M_{14,2} & \dots & M_{14,16} \end{bmatrix}; \quad M_2 = \begin{bmatrix} M'_{15,1} & M'_{15,2} & \dots & M'_{15,16} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M'_{16,1} & M'_{16,2} & \dots & M'_{16,16} \end{bmatrix};$$

$$M'_{jv} = M_{jv} + \Omega^2 \tilde{M}_{jv}, \quad j = \overline{15,16}, v = \overline{1,16}; \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \dots \\ q_{16} \end{bmatrix};$$

$$f_l^{(0)} = \Omega^2 C_l, \quad l = \overline{8,14}; \quad K'_{\nu\mu} = K_{\nu\mu} + \Omega^2 R_{\mu}^{(\nu)}; \quad \nu = \overline{1,16}, \mu = \overline{1,16},$$

$$(K) = \begin{bmatrix} K'_{11} & \dots & K'_{1,16} \\ \dots & \dots & \dots \\ K'_{16,1} & \dots & K'_{16,16} \end{bmatrix}; \quad F_0 = \begin{bmatrix} f_1^{(0)} \\ \dots \\ f_{16}^{(0)} \end{bmatrix},$$

$$f_v^{(0)} = 0, \quad (v = \overline{1,7}; 15,16); \quad \Omega F(q, \dot{q}) + \Phi(q) = \Omega \begin{bmatrix} f_1 \\ \dots \\ f_{16} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \dots \\ \varphi_{16} \end{bmatrix};$$

$$f_v = \sum_{\mu=1}^2 \sum_{j=1}^{14} D_{14+\mu,j}^{(v)} q_j \dot{q}_{14+\mu}, \quad v = \overline{1,7}; \quad f_l = \sum_{\nu=1}^{16} \sum_{\mu=1}^{16} D_{\nu\mu}^{(l)} \dot{q}_\nu q_\mu, \quad l = \overline{8,16};$$

$$\varphi_\nu = \sum_{\mu=1}^7 \sum_{j=1}^2 A_{\mu+7,14+j}^{(\nu)} q_{\mu+7} q_{14+j} + \sum_{\mu=1}^7 \sum_{j=1}^7 A_{\mu+7,j}^{(\nu)} q_{\mu+7} q_j; \quad (\nu = \overline{1,7}; 15,16);$$

$$\varphi_l = \sum_{r_1=1}^7 \sum_{r_2=1}^7 A_{r_1 r_2}^{(l)} q_{r_1} q_{r_2} + \sum_{r_1=1}^2 \sum_{r_2=1}^2 A_{14+r_1, 14+r_2}^{(l)} q_{14+r_1} q_{14+r_2} + \sum_{r_1=1}^2 \sum_{r_2=1}^7 A_{14+r_1, r_2}^{(l)} q_{14+r_1} q_{r_2}, \quad (l = \overline{8,14}).$$

Параметры системы (4) здесь не приводятся для краткости.

Вследствие вращения балки на нее действуют центробежные силы. Поэтому закрученный стержень претерпевает статические деформации. В результате этих деформаций стержень закручивается и изгибается. Перемеще-

ния стержня представим так:  $w = q_1^{(0)} w_1(x)$ ;  $v = q_{15}^{(0)} v_1(x)$ ;  $\theta_x = q_8^{(0)} \theta_1(x)$ . Эти соотношения вводятся в систему (4). В результате получается система трех нелинейных алгебраических уравнений относительно  $q_1^{(0)}$ ,  $q_8^{(0)}$ ,  $q_{15}^{(0)}$ :

$$\begin{aligned} K_{1,1} q_1^{(0)} + K_{1,15} q_{15}^{(0)} + \Omega^2 R_1^{(1)} q_1^{(0)} + \Omega^2 R_8^{(1)} q_8^{(0)} + A_{8,15}^{(1)} q_8^{(0)} q_{15}^{(0)} + A_{8,1}^{(1)} q_8^{(0)} q_1^{(0)} &= 0; \\ K_{8,8} q_8^{(0)} + \Omega^2 R_1^{(8)} q_1^{(0)} + \Omega^2 R_{15}^{(8)} q_{15}^{(0)} + \Omega^2 C_8 + A_{11}^{(8)} q_1^{(0)2} + A_{15,15}^{(8)} q_{15}^{(0)2} + A_{15,1}^{(8)} q_{15}^{(0)} q_1^{(0)} &= 0 \\ K_{15,1} q_1^{(0)} + K_{15,15} q_{15}^{(0)} + \Omega^2 R_8^{(15)} q_8^{(0)} + \Omega^2 R_{15}^{(15)} q_{15}^{(0)} + A_{8,1}^{(15)} q_8^{(0)} q_1^{(0)} + A_{8,15}^{(15)} q_8^{(0)} q_{15}^{(0)} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Система (5) рассчитывается с параметрами, представленными выше и  $\Omega = 72 \text{ рад/с}$ . Результаты численного моделирования таковы:

$$(q_1^{(0)}, q_8^{(0)}, q_{15}^{(0)}) = (-0.18 \cdot 10^{-5}; -0.138 \cdot 10^{-3}; 0.238 \cdot 10^{-6}).$$

Эти данные свидетельствуют, что под действием растягивающейся силы закрученный стержень раскручивается. Этот вывод совпадает с результатами экспериментального и численного анализа, представленного в [3].

Теперь исследуем нелинейные колебания вращающегося стержня с умеренным амплитудами около положения статического равновесия  $(q_1^{(0)}, q_8^{(0)}, q_{15}^{(0)})$ . Тогда вводится следующая замена переменных:

$$q_i = \theta_i + q_i^{(0)}; i = \overline{1,16}; q_1^{(0)} \neq 0; q_8^{(0)} \neq 0; q_{15}^{(0)} \neq 0; q_v^{(0)} = 0; (v = \overline{2,7,9,14,16}). \quad (6)$$

Динамическую систему (4) запишем относительно координат  $(\theta_1, \dots, \theta_{16})$ .

Она принимает следующий вид:

$$(M)\ddot{\theta} + (K)\dot{\theta} + \Omega(G)\dot{\theta} + \Omega F(\theta, \dot{\theta}) + \Phi(\theta) = 0; \quad (7)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dots \\ \theta_{16} \end{bmatrix}; K'_{\nu\mu} = K_{\nu\mu} + \Omega^2 R_{\mu}^{(\nu)} + \tilde{K}_{\nu\mu}; (v = \overline{1,16}; \mu = \overline{1,16}), (K) = \begin{bmatrix} K'_{11} & \dots & K'_{1,16} \\ \dots & \dots & \dots \\ K'_{16,1} & \dots & K'_{16,16} \end{bmatrix};$$

$$f_v = \sum_{\mu=1}^2 \sum_{j=1}^{14} D_{14+\mu,j}^{(\nu)} \theta_j \dot{\theta}_{14+\mu}, \quad (v = \overline{1,7}); \quad f_l = \sum_{\nu=1}^{16} \sum_{\mu=1}^{16} D_{\nu\mu}^{(l)} \dot{\theta}_\nu \theta_\mu, \quad (l = \overline{8,16});$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & G_{1,15} & G_{1,16} \\ 0 & \dots & 0 & G_{2,15} & G_{2,16} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & G_{14,15} & G_{14,16} \\ G_{15,1} & \dots & \dots & G_{15,15} & G_{15,16} \\ G_{16,1} & \dots & \dots & G_{16,15} & G_{16,16} \end{pmatrix};$$

$$\varphi_\nu = \sum_{\mu=1}^7 \sum_{j=1}^2 A_{\mu+7,14+j}^{(\nu)} \theta_{\mu+7} \theta_{14+j} + \sum_{\mu=1}^7 \sum_{j=1}^7 A_{\mu+7,j}^{(\nu)} \theta_{\mu+7} \theta_j; \quad (v = \overline{1,7}; 15,16);$$

$$\varphi_l = \sum_{r_1=1}^7 \sum_{r_2=1}^7 A_{r_1 r_2}^{(l)} \theta_{r_1} \theta_{r_2} + \sum_{r_1=1}^2 \sum_{r_2=1}^2 A_{14+r_1,14+r_2}^{(l)} \theta_{14+r_1} \theta_{14+r_2} + \sum_{r_1=1}^2 \sum_{r_2=1}^7 A_{14+r_1, r_2}^{(l)} \theta_{14+r_1} \theta_{r_2}, \quad l = \overline{8,14}.$$

На первом этапе система (7) линеаризуется и исследуются собственные колебания при различных значениях частоты вращения стержня. Результаты расчета представлены в табл. 2.

Таблица 2 – Собственные частоты вращающегося стержня

рад/с	$\Omega = 0$	$\Omega = 35$	$\Omega = 72$	$\Omega = 90$	$\Omega = 120$
$p_1$	49,08	61,63	91,05	106,8	137,6
$p_2$	299,5	309,02	330,9	339,6	348,3
$p_3$	366,9	370,2	386,8	404,2	447,4
$p_4$	1008,4	1019	1051,8	1075,2	1124,2
$p_5$	2007	2017,3	2050	2073,7	2123
$p_6$	2213,5	2215,2	2220	2225,1	2234,9
$p_7$	3316,1	3326,8	3361	3386	3439,4

**5. Нелинейные колебания.** Для исследования нелинейных колебаний системы (7) применяется метод нелинейных нормальных форм в форме Шоу – Пьера [8]. В результате использования этой процедуры получены скелетные кривые колебаний вращающегося стержня, которые приведены на рис. 4. Отметим, что первая и четвертая скелетные кривые являются мягкими (см. рис. 4, а; 4, г), а вторая и третья – жесткими (см. рис. 4, б; 4, в).

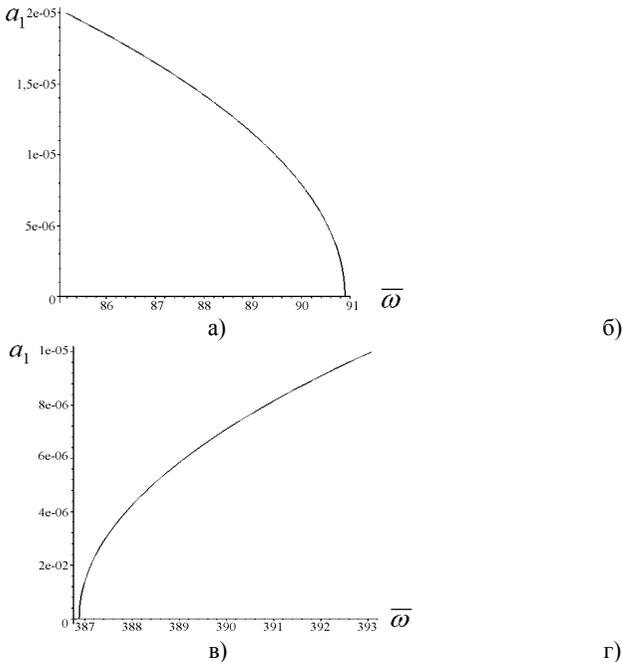


Рисунок 4 – Кривые свободных колебаний

**Заклучение.** В статье представлена процедура дискретизации для получения модели колебаний вращающегося стержня и исследованы линейные и нелинейные свободные колебания. В статье установлено, что первая и четвертая скелетные кривые являются жесткими, а вторая и третья мягкими.

**Список литературы:** 1. *Friedmann P.P.* 2004, «Rotary-wind aeroelasticity: current status and future trends» // *AIAA Journal* 42, 1953-1972. 2. *А.П.Филиппов.* Колебания деформируемых систем. – М.: «Машиностроение», 1970. – 376 с. 3. *Воробьев Ю.С.* Уточненные уравнения свободных колебаний вращающихся стержней. Рабочие процессы в турбомашинах и прочность их элементов. – Киев: Наукова думка, 1965. – С. 11-27. 4. *Hodges D.H., Dowell E.H.* Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted nonuniform rotor blades. – NASA TN D-7818, Washington, D.C., 1974. – 60 p. 5. *Crespo da Silva M.R.M.* A comprehensive analysis of the dynamics of a helicopter rotor blade // *Int. J. Solids Structures.* – 1998. – Vol. 35, No 7-8. – P. 619-635. 6. *Crespo da Silva M.R.M.* Nonlinear flexural-flexural-torsional-extensional dynamics of beams. – I. Formulation // *Int. J. Solids Structures,* 1988. – Vol. 24, No. 12. – P. 1225-1234. 7. *Аврамов К.В., Михлин Ю.В., Ицук Ю.В., Розова Л. В., Воробьев Ю.С.* Модели нелинейной механики в прикладных задачах энергетического машиностроения / Учебно-методическое пособие. – Харьков, 2006. – 142 с. 8. *Аврамов К.В., Ицук Ю.А., Розова Л.В.* методы исследования нелинейных процессов в энергетическом оборудовании / Учебно-методическое пособие. – Харьков, 2006. – 64 с.

*Поступила в редколлегию 17.04.2006*

УДК 621.01

**Ю.М.АНДРЕЕВ**, канд.техн.наук; **Е.И.ДРУЖИНИН**, канд.техн.наук;  
**О.В.МИТИН**; НТУ «ХПИ»

## **КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА ФОРМОВОЧНОГО СТАНКА**

Наводяться розрахунки, які ілюструють методику дослідження кінематики та динаміки пристроїв, що містять кулачкові механізми, на підставі використання комплексу кінематичних та динамічних досліджень (КИДИМ), який містить у собі систему аналітичних обчислювань.

It is resulted a technique of research of kinematics and dynamics of devices with Cam mechanisms, on the basis of use of a complex of kinematic and dynamic calculations (KIDYM), which comprises system of analytical calculations.

Вопросам проектирования кулачковых механизмов посвящена обширная литература, например, [1,2]. В настоящее время имеет смысл рассматривать только проблемы, связанные с реализацией разработанных методов в вычислительных алгоритмах. При проектировании кулачковых механизмов, входящих в состав машиностроительных конструкций, используются различные способы задания формы кулачка. В частности, форму кулачка можно определить набором точек, в подвижной системе координат, связанной с кулачком. Можно также воспользоваться набором дуг окружностей, для которых указаны координаты их центров (по отношению к указанной выше системе коор-