

В.О.ПОВГОРОДНИЙ, канд.техн.наук, ИПМаш НАН Украины

ПОСТАНОВКА И РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ В ТЕОРИИ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Доведені теоретичні положення та побудовані алгоритми вирішення задач проектування дозволяють визначити механічні характеристики конструкції (чи тіла), що забезпечують задані деформації та напруження. В задачах управління за допомогою цих алгоритмів можна встановити необхідний нагрів для створення заданих напружень та деформацій.

The article devoted to problems of theoretical definition and study of mechanical characteristics and temperature field of dampion of mechanical constructions of element's of problem of the thermoelasticity. The temperature field is definite with account temperature stress and deformations.

В настоящее время теория термоупругости имеет широкое применение при решении важных проблем, возникающих при разработке новых конструкций (паровые и газовые турбины реактивные и ракетные двигатели, высокоскоростные самолеты, ядерные реакторы и многое другое). Неравномерное тепловое расширение в них в общем случае не может происходить свободно, оно вызывает тепловые (термические, температурные) напряжения. Знание величины и характера действия тепловых напряжений необходимо для всестороннего анализа конструкции.

Построение моделей на основе теории термоупругости зачастую преследует собой цель решение задач управления напряжениями и деформациями, возникающих в теле с некоторыми опорами. Суть задачи управления – это установление параметров модели по известным решениям в напряжениях, деформациях или перемещениях [1].

Параметрами модели могут быть распределение нагрузок, температуры, свойства материала. Многие детали и части механизмов в процессе эксплуатации подвержены температурным и силовым нагрузкам (практически все), которые в большинстве случаев вызывают негативную реакцию со стороны свойств конструкции. Но заранее спланированное и предусмотренное температурное нагружение может даже улучшить эксплуатационные характеристики деталей и механизмов, создавая в них благоприятные напряжения напряжения и деформации.

В список параметров модели могут входить распределения механических и температурных свойств материала. Такая ситуация также популярна на практике. К примеру, в настоящее время имеет место огромный интерес к возможности разработки телескопов и антенн большого диаметра при жестких ограничениях на точность поверхности. В данном случае одними из самых важных проблем в этой области являются разработка и изготовление основного зеркала телескопа диаметром один и более метров, удерживающего геометрию в установленных пределах. Главными факторами, нарушающими форму, являются постоянно меняющиеся градиент температуры и силовая на-

грузка. Проблема оказывается крайне сложной в силу большого количества управляющих параметров (до 100 и более) и целей управления.

В этом случае ставится и решается проблема проектирования: задается решение в напряжениях и/или деформациях, требуется определить распределение свойств, обеспечивающих заданное решение.

В настоящей статье рассматриваются постановки и способы решения задач управления и проектирования в рамках термоупругости [2].

Исходя из проведенного литературного анализа по данной теме можно отметить, что в большинстве своем задачи управления решаются построением функционала и его минимизации посредством неоднократного решения краевой задачи термоупругости.

Постановка задачи. Постановки задач термоупругости и задач управления и проектирования следующие. Модель, определяющая зависимость напряжений и деформаций от температурных и силовых нагрузок описывается уравнениями

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(r) &= C(r)(\varepsilon(u(r)) - \varepsilon^T(r)), \forall r \in V, \\ \varepsilon(r) &= \alpha(r)(T(r) - T_0(r)), \forall r \in V,\end{aligned}\quad (1)$$

где V – объем, занимаемый телом; S – граница объема V , S_σ – часть поверхности, на которой заданы поверхностные силы, P – поверхностные силы; S_u – оставшаяся часть поверхности, на которой заданы перемещения в смысле следа; $C(r)$ – положительно определенный тензор 4-ого ранга, описывающий упругие свойства материала C , вообще говоря, может зависеть от температуры; ε – симметричный тензор малых деформаций; $\varepsilon(u(r))$ – тензор коэффициентов температурного расширения; T_0 – отсчетная температура естественного состояния тела, при котором $\bar{\sigma} = 0$ и $\varepsilon = 0$ при отсутствии внешних сил. Вектор Q обозначает объемные силы. В соотношении производные рассматриваются как обобщенные. Деформации считаются малыми и аддитивными.

Система (1) является математической формулировкой обобщенной постановки краевой задачи термоупругости. В соотношениях (1) указаны пространства, из которых рассматриваются соответствующие величины.

Выбор задачи термоупругости связан с тем, что она позволяет описать с достаточной точностью поведение тел во многих процессах деформирования и нагружения. При этом для обобщенной задачи термоупругости доказаны единственность и существование решения.

На основе модели (1) рассматриваются следующие обратные задачи: задача проектирования и задача температурного управления.

Рассмотрим первую задачу – **задачу управления температурными напряжениями и деформациями.**

Требуется определить распределение температурного (или иного не силового) поля как параметра модели (1), обеспечивающего в теле при заданных механических и температурных свойствах известные напряжения и деформации. Зачастую практически гораздо более важно взамен деформаций по всему телу обеспечить лишь перемещения на некоторой его подобласти (к примеру,

в задачах размеростабильности). При этом не должно быть противоречий граничным условиям .

Другая задача – **задача проектирования**. Требуется определить распределение механических и температурных свойств тела, обеспечивающих в нем при заданных условиях нагружения известное решение модели (1) в напряжениях и деформациях.

Общие задачи управления и проектирования предлагается решать с помощью последовательности более частных задач управления, в которых граничные условия рассматриваются по отдельности либо в совокупности попарно. Это задачи проектирования напряжений, проектирования деформаций, проектирования перемещений. Более сложные задачи проектирования сводятся либо к одной из простых подзадач, либо к их последовательности.

Далее приведем некоторые примеры использования разработанных алгоритмов для решения задач управления температурными напряжениями и деформациями.

Управление температурными напряжениями. Рассматривается тонкая пластина, свободная от нагрузок и закреплений. Требуется определить температурное поле, обеспечивающее предписанное одноосное напряженное состояние.

Используя такого рода оценки удастся получить точное выражение и приближенное решение для профиля температуры. В результате удастся получить точное решение, а также приближенное решение в виде кусочной линейной функции.

Задача на управление температурными деформациями. Стержневая конструкция имеет центральный элемент – балку, на которую действует сила, ее положение определяется параметром t . Требуется определить нагрев, сохраняющий созданные силой напряжения, но восстанавливающий недеформированную форму конструкции. Получены выражения для температуры в каждом элементе, во всех стержнях она имеет линейный вид. Наиболее интересный нагрев в центральном элементе. Профиль безразмерной температуры по вертикальному осевому сечению.

Применим разработанные алгоритмы к проектированию двухслойного цилиндра [3]. Изготовление цилиндра происходит намоткой волокнистого однонаправленного композиционного материала на трубчатую болванку. Композит укладывается слоями под углом к оси цилиндра. Слоев может быть несколько. Обеспечить заданные условия при такой технологии возможно подбором углов укладки слоев, а также варьированием материала. Рассмотрим задачу проектирования двухслойного цилиндра.

Цилиндр считается достаточно длинным и обладает трансверсальной изотропией. Трубчатый элемент подвержен однородному нагреву. Никаких закреплений и силовых нагрузок к нему не приложено. Предполагается, что поведение цилиндра описывается моделью (1). Требуется определить углы укладки двух слоев цилиндра, обеспечив при этом нулевое удлинение и закрутку

правого края цилиндра относительно левого. Решения в деформациях и напряжениях не заданы и, вообще говоря, могут быть произвольными. С помощью прямого решения получены примерные значения искомым углов.

Эти значения использовались для верификации решения задачи проектирования по разработанному алгоритму. Решение задачи проектирования состояло в том, что она была сведена к задаче проектирования перемещений. Поиск глобального минимума функционала приводит к следующим ответам:

$$\varphi_1 = 0,21 \text{ рад}; \varphi_2 = 1,51 \text{ рад и } \varphi_1 = 0,21 \text{ рад}; \varphi_2 = -1,51 \text{ рад.}$$

Решения получились близкими. Для найденных углов укладки удлинение и закрутка имели порядок десять в минус шестой:

$$\zeta_0 = -3,4536410 \cdot 10^{-7} T ; \gamma_0 = 1,2573710 \cdot 10^{-7} T .$$

Выводы. В статье рассмотрены постановки задач управления и проектирования в рамках краевой обобщенной задачи связанной термоупругости.

Список литературы: 1. *Бахъшев Ш.М.* Обратные задачи термоупругости. – М.: Прометей, 2002. – 152 с. 2. *Пискунов В.Г., Силенов В.С.* Уточненная модель распределения температурного поля для решения задач термоупругости слоистых систем // Доповіді УССР, Серія А, №51987. – С. 49-52. 3. *Кирюхин В.Ю.* Постановка и разработка алгоритмов решения задач управления напряжениями и деформациями в теории термоупругости. Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. – Пермь, 2000. – 20 с.

Поступила в редакцию 09.07.2008.