

С.А. НАЗАРЕНКО, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АНАЛИЗА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОНСТРУКЦИЙ С ЖИДКОСТЬЮ

Розглянуто дворівневі мультифізичні скінченноелементні моделі, які є комбінацією аналізів аерогідродинаміки та міцності: послідовна, слабка з урахуванням зворотних зв'язків, сильна (акустика). Наведені приклади розрахунків різноманітних конструкцій.

Complicated finite-element models for coupled-field analyses (Fluid Structure Interaction, Acoustic) are given in this article. Computational stages are investigated. The developed mathematical apparatus applications are examined.

Анализ сложного взаимодействия «жидкость-конструкция» (Fluid Structure Interaction, FSI) является актуальной научной проблемой для многих отраслей промышленности, таких как судостроение, микроэлектроника, биомедицина, двигателестроение, авиация, строительство и т.д., решению которой посвящено значительное число теоретических исследований (в частности [1-4]). Разработанные на их базе методики интенсивно интегрируются в программные комплексы ANSYS, COSMOS, NASTRAN, ASTRAN, ACUSMOD, LMS/Sysnoise, Star CD, Fluent, FlowVision и т.д. Совместное применение программ расчета аэрогидродинамики и прочности является сложной задачей из-за различий в расчетных областях и подходах к дискретизации уравнений. Аэрогидродинамические пакеты обычно используют конечно-объемный подход, в то время как прочностные — конечно-элементный. Один из известных способов объединения аэрогидродинамических и прочностных кодов заключается в организации обмена данными через промежуточные структуры, которые интерполируют и передают данные с одной сетки на другую. Например, связь между модулями ANSYS CFX и ANSYS Structural осуществляется средствами ANSYS Workbench с использованием технологии межпроцессорных коммуникаций.

Любая конструкция, выполняя возложенные на нее функции, воспринимает различные воздействия от окружающей среды. Задача анализа взаимодействия «жидкость-конструкция» описывается в общем виде $A(y, u, t) = 0$, где A — уравнения состояния в операторной форме, характеризующие математические связи между заданными u и искомыми y физическими величинами, структура и параметры которых зависят от типа исследуемого явления, состава системы, граничных условий, нагрузок и т.д.; y — вектор (функция) переменных состояния (перемещения, температуры, давления и т.д.), образующих пространство решений; u — вектор (функция) варьируемых и детерминированных параметров (характеристики физико-механических свойств материалов конструкции и внешней среды, геометрические размеры и т.д.); t — время.

Целью работы была формализация на единой комплексной научно-методологической основе базовых сценариев взаимодействия «жидкость-кон-

струкция» с демонстрацией решенных задач, выделение специфических связей, распространение анализа чувствительности [6] на новый класс проблем.

Исследование взаимодействия жидкостей с конструкциями требуют одновременного моделирования физических явлений с учетом их взаимного влияния друг на друга. Рассмотрим двухуровневые мультифизические модели, которые являются комбинацией анализов различных научных дисциплин (аэрогидродинамика и прочность) и расчетных схем (для примера взята стационарная), взаимодействующих друг с другом с целью решения общей инженерной задачи: последовательная (при одностороннем действии)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22}(\bar{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2(\bar{y}_1) \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

слабая с учетом обратных связей (при двустороннем взаимодействии)

$$\begin{bmatrix} K_{11}(\bar{y}_2) & 0 \\ 0 & K_{22}(\bar{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1(\bar{y}_2) \\ \bar{F}_2(\bar{y}_1) \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

$$\text{сильная (полная)} \quad \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

где K_{11} , K_{21} , K_{22} – обобщенные матрицы жесткости; \bar{y}_1 и \bar{y}_2 – обобщенные вектора узловых переменных, \bar{F}_1 и \bar{F}_2 – обобщенные вектора нагрузок.

Гидродинамический анализ, соответствующий подстрочному индексу 1, используется для определения параметров движения жидкой среды, таких как перепад давления, распределение скоростей, направление течения, подъемная сила и лобовое сопротивление, влияние нагрева и охлаждения. Компоненты скорости, значения давления и температуры определяются на основе законов сохранения массы, импульса и энергии. Конечноэлементная система уравнений для полностью связанной задачи движения сплошной среды имеет вид:

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} & -B_x & 0 \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} & -B_y & 0 \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} & -B_z & 0 \\ B_x^T & B_y^T & B_z^T & 0 & 0 \\ K_{Tx} & K_{Ty} & K_{Tz} & 0 & K_{TT} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ P \\ T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ 0 \\ F_T \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

где векторы V_x , V_y , V_z , P , T представляют собой пять основных степеней свободы в узлах: компоненты скорости потока, давления и температуры. В глобальной матрице коэффициентов подматрица K отображает взаимовлияние процессов адвекции (механического переноса среды) и диффузии. Подматрицы B образованы операторами градиентов давления, B^T – операторами дивергенции скорости. Векторы F обуславливают вклад поверхностных потоков, объемных сил, в случае нестационарного течения - влияние предшествующей истории трансформации параметров потока. В прочностной модели, соответствующей подстрочному индексу 2, можно приложить механические силы, обусловленные движением среды и полученные на этапе гидродинамического

анализа, и найти соответствующие деформации и напряжения.

При последовательном действии (1) происходит однократная передача информации из одного анализа в другой. Для примера рассмотрим обтекание модели киля быстроходной яхты ламинарным потоком несжимаемой жидкости (рис. 1, 2), при этом деформации и напряжения в конструкции от поверхностных нагрузок (давления) незначительны. При расчете строительных конструкций от ветровых нагрузок при незначительных деформациях объекта могут возникать достаточно большие напряжения. В качестве формы иллюстрации результатов сделана тоновая заливка на поверхности.

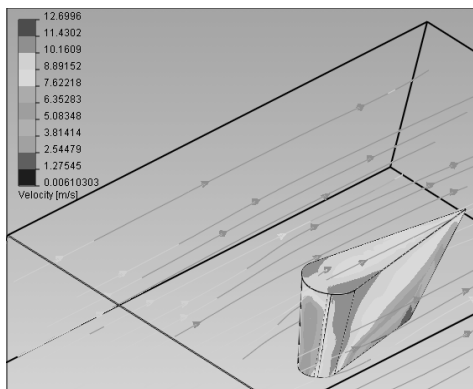


Рисунок 1 – График линий тока и распределения скоростей жидкости в приграничном слое

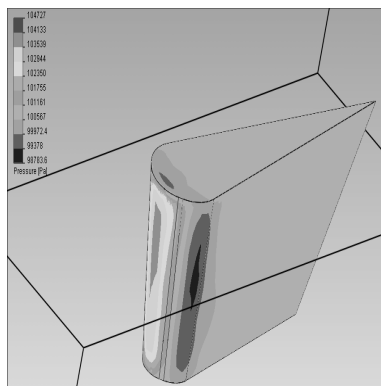


Рисунок 2 – Распределение давлений по поверхности киля

Однокаскадный золотниковый гидрораспределитель (рис. 3) представляет собой электрогидравлический усилитель, преобразующий входной электрический сигнал в изменение расхода рабочей жидкости через дросселирующее окно золотника. Горизонтальное отверстие в корпусе гидрораспределителя образует втулку цилиндрического золотника. Во втулку открываются каналы, подводящие жидкость из гидросистемы и отводящие ее к полостям исполнительного гидроузла. Поэтому втулка подвержена действию давления жидкости разных величин и направлений, что приводит к ее несимметричной деформации и возникновению перекосов разделяющих перегородок втулки, отделяющих полости с разным давлением. При этом увеличиваются перетечки жидкости между полостями и появляется жесткий контакт поверхностей втулки и золотника, приводя к заклиниванию. Достоверный расчет деформаций (рис. 4) позволяет найти оптимально допустимый зазор в золотнике.

При двустороннем взаимодействии (2) в гидродинамическом анализе необходимо учесть деформации конструктивных элементов и повторить расчет параметров движения среды для новой геометрии. При этом выполняются итерации между различными дисциплинарными анализами, пока не будет достигнут желаемый уровень сходимости. Общая расчетная схема может носить нестационарный характер, при этом временные шаги могут быть различными. Таким методом решаются задачи флаттера несущих поверхностей, вибраций в

лопаточных машинах, искусственных сердечных клапанах и т.д. Гидродинамический анализ может быть нелинейным и нестационарным, тогда как расчет напряжений может выполняться в линейной постановке.

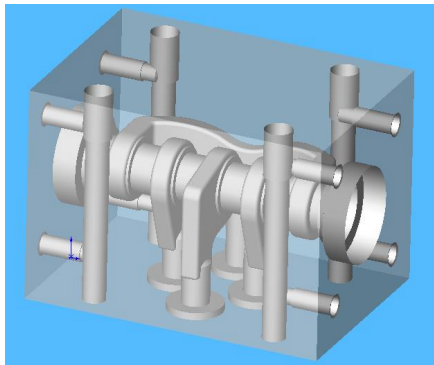


Рисунок 3 – Твердотельная модель

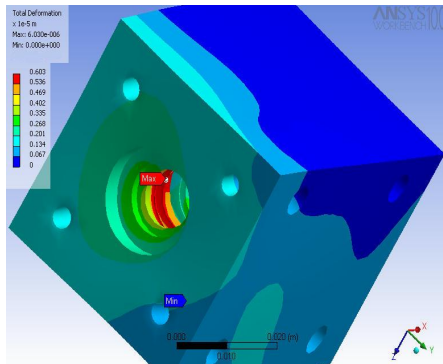


Рисунок 4 – Распределение перемещений

Для случая акустического анализа, являющегося примером сильносвязанной задачи (3), конечноэлементная формулировка взаимодействия потока газа или жидкости с конструкцией при условии малости изменения средней плотности среды ρ принимает вид:

$$\begin{aligned} [K_F] \ddot{\vec{p}} + [C_F] \dot{\vec{p}} + [M_F] \vec{p} + \rho [R] \ddot{\vec{d}} &= 0; \\ [K_S] \ddot{\vec{d}} + [C_S] \dot{\vec{d}} + [M_S] \vec{d} - [R]^T \vec{p} &= \vec{F}_S(t) \end{aligned} \quad (5)$$

где $[M_S]$, $[C_S]$, $[K_S]$ – матрицы масс, демпфирования и жесткости (может включать дополнительно матрицу геометрической жесткости, зависящей от предварительного напряженного состояния, определяемого гидростатическим давлением) конструкции; $[M_F]$, $[C_F]$, $[K_F]$ – матрицы масс, демпфирования и жесткости жидкости или газообразной среды; $[R]$ – матрица взаимосвязи «давление-перемещение», определяемая из условия совместности на границе конструкции с жидкостью; $\{\vec{d}\}$, $\{\dot{\vec{d}}\}$, $\{\ddot{\vec{d}}\}$ – векторы перемещений, скоростей и ускорений конструкции; $\{p\}$, $\{\dot{p}\}$, $\{\ddot{p}\}$ – давление и его производные по времени; $\{F_S\}$ – вектор, приложенных к конструкции сил. Утверждающимся стандартом при акустическом анализе является новейшая технология, при которой вместо граничных элементов дальше акустическое поле моделируется с помощью бесконечных элементов IFE (для моделирования ближнего акустического поля применяются конечные элементы).

В случае низких частот возбуждения, когда длина волны значительно превосходит характерный размер конструкции, может использоваться модель несжимаемой жидкости. Отбросив члены первого уравнения (5) равные нулю, получим следующее выражение $\vec{p} = -\rho [K_F]^{-1} [R] \ddot{\vec{d}}$. Подставив его во второе уравнение, получим обычное динамическое уравнение конструкции, в кото-

ром к $[M_S]$ добавлена матрица присоединенных масс. При модальном анализе, используемом для определения собственных частот и форм колебаний конструкции и являющимся базой данных для различных видов динамического отклика (например, анализ переходных процессов), разрешающее уравнение имеет вид

$$[K_S]\bar{d} - \omega^2[M_S]\bar{d} - \omega^2\rho[R]^T[K_F]^{-1}[R]\bar{d} = 0. \quad (6)$$

В ряде задач, когда граница конструкции с жидкостью варьируется, что приводит к изменению матрицы присоединенных масс жидкости, автору представляется полезным применение математического аппарата анализа чувствительности. Как показано в работе [5], градиент собственного значения (собственной частоты, критической нагрузки) имеет вид $\lambda'_{q_i} = \bar{y}^T [K' - \lambda M'] \bar{y} / \bar{y}^T M \bar{y}$. Для приближенной оценки собственных частот конструкций с малыми изменениями $\Delta \bar{u}$ от базового варианта \bar{u}_0 , может использоваться быстрый пересчет $\omega \approx \omega_0 + \bar{V}_u^T \omega_0 \Delta \bar{u}$.

Высокочастотное акустическое излучение может использоваться, как для изменения состояния вещества, так и с целью диагностики или локации системы среда-конструкция. Обычно в первом случае используются ультразвуковые излучатели непрерывного действия, эффективность которых определяется к.п.д. при заданной мощности, излучаемой в нагрузку, и заданных запасах механической и электрической прочности. Во втором случае часто используются импульсные излучатели, которые в некоторых случаях являются и приемниками отраженного ультразвукового сигнала.

Рассмотрим оболочечную систему гидролокации. Приемно-передающее устройство параболической формы, закрепленное в центре, под воздействием мощного негармонического импульса, возбуждаемого кольцевым электромагнитом, совершает нестационарные, быстро затухающие колебания с вязким демпфированием, обусловленным погружением в жидкость. Качество излучателя во многом определяет максимальное по времени давление гидроакустической волны, создаваемое по направлению главного максимума диаграммы направленности. В случае нестационарного режима после разложения по собственным формам колебаний и использования интеграла Дюамеля решение задачи оптимального проектирования сводится к управлению функционалом, зависящим от нескольких «резонирующих» (привлекаемых) частот и форм. На рис. 5 и 6 приведено распределение коэффициентов чувствительности собственных частот оболочки к изменению приведенных инерционных характеристик. Возле центра находится зона близких к нулю коэффициентов чувствительности, на свободном краю – экстремальных.

В работе рассмотрена классификация на единой комплексной научно-методологической основе основных сценариев взаимодействия «жидкость—конструкция» с апробацией на ряде задач, выделены специфические связи, предложен вариант применения разработанной методики анализа чувствительности.

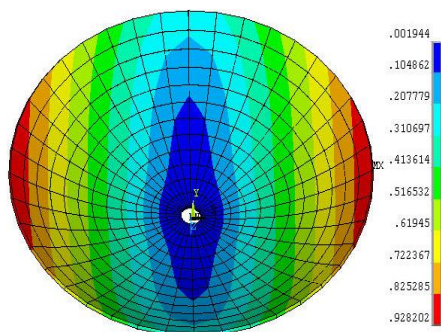


Рисунок 5 – 1-я собственная частота

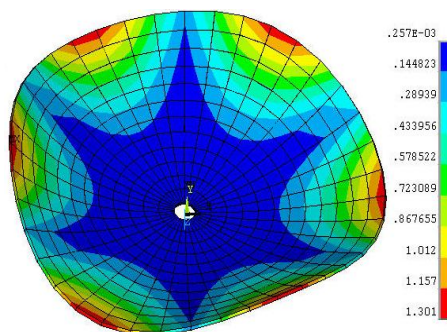


Рисунок 6 – 6-я собственная частота

Список литературы: 1. *Самойлович Г.С.* Гидрогазодинамика. – М. Машиностроение, 1990. – 384 с. 2. *Farmer R., Pike R., Cheng G.* CFD analyses of complex flows // *Comput. and Chem. Eng.* – 2005. – Volume 29, № 11-12. – P. 2386-2403. 3. *L'yon V.S., Nazarenko S.* Differential model for 2D turbulence // *Письма в ЖЭТФ.* – 2006. – Т. 83, № 11-12. – С. 635-639. 4. *Аксенов А.А., Шмелев В.В., Смирнова М.Л., Банкрутенко В.В., Нетронин И.В., Будников А.В., Рогожкин С.А.* Сертификация системы моделирования движения жидкости и газа FlowVision // *САПР и графика.* – 2006. – № 4. – С. 80-85. 5. *Богомолов С.И., Назаренко С.А., Симсон Э.А.* Расчет и оптимизация оболочек общей формы на базе смешанного подхода МКЭ // *Динамика и прочность тяжелых машин.* – 1986. – С. 91-97. 6. *Назаренко С.А.* Анализ чувствительности конструкций при воздействии физических полей различной природы // *Вестник НТУ «ХПИ».* – 2006. – № 32. – С. 119-122.

Поступила в редколлегию 04.07.2008.