

УДК 621.318:37

*Г.Ю.МАРТЫНЕНКО*, канд.техн.наук, НТУ «ХПИ»

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛОВЫХ И ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОСЕВОГО АКТИВНОГО МАГНИТНОГО ПОДШИПНИКА ПРИ ЗАДАННОМ ЗАКОНЕ УПРАВЛЕНИЯ**

У роботі запропонована методика розрахунку силових характеристик осьового активного магнітного підшипника двосторонньої дії зі статорами у вигляді броньових сердечників з відомим законом управління. Вона заснована на застосуванні методу скінченних елементів, магнітні сили розраховуються по тензору напружень Максвелла. Приведено результати розрахункових досліджень за визначенням пондеромоторних сил і коефіцієнтів жорсткості при різних параметрах управління.

In work the method of calculation of power descriptions of the axial active magnetic bearing of two-sided action with stators as the armoured mandrels with the known law of management is offered. It on application of the finite element method is based, and magnetic forces by Maxwell stress tensor are calculated. The results of calculations researches on determination of ponderomotive forces and coefficients of inflexibility at the different parameters of management are adduced.

**Введение.** Активные магнитные подшипники (АМП) являются альтернативой подшипникам качения, скольжения, газодинамическим и обладают по сравнению с ними целым рядом преимуществ (отсутствие смазочных систем, снижение потерь на трение, сравнительно большой зазор и т.д.) [1]. При математическом описании системы ротор на АМП выделяются следующие части: математическая модель ротора, модель подшипников и закон управления, который реализуется с помощью системы управления [2]. Корректное определение и проверка параметров алгоритмов управления с помощью численных экспериментов возможно только в случае адекватного математического моделирования системы ротор на АМП и взаимосвязанных магнитомеханических явлений происходящих в ней. При анализе ряда технических устройств уравнения электромеханических колебаний линеаризуют. Такой подход применяется и для АМП [1]. Так моделирование магнитомеханической системы ротор на АМП осуществляется с помощью дифференциальных уравнений движения и дифференциальных уравнения для токов в линейном приближении. При этом линеаризуются в окрестности положения равновесия токи в цепях и управляющие напряжения на обмотках [3]. Линейная модель подвеса записывается в предположении малости отклонений переменных от их номинальных

значений. В действительности эти отклонения могут быть значительными, а значит, при приближении ротора к полюсам линейная модель подвеса теряет смысл [4]. Таким образом, определение нелинейных силовых характеристик и коэффициентов жесткости АМП позволит повысить адекватность указанных математических моделей.

**1. Постановка задачи.** Целью данной работы является создание методики определения жесткостных характеристик активных магнитных подшипников с известным законом управления и исследование на ее основе влияния параметров управления на жесткостные свойства данной опоры.

**2. Конструктивные особенности осевого АМП.** Объектом исследований в работе выбран осевой активный магнитный подшипник двухстороннего действия со статорами в виде броневых сердечников [1], который приведен на рис. 1, где 1 – ротор, выполненный из немагнитного материала, 2 – диск осевого АМП из ферромагнитного материала, расположенный на роторе, 3 и 4 – статоры осевого АМП, 5 – обмотки осевого АМП.

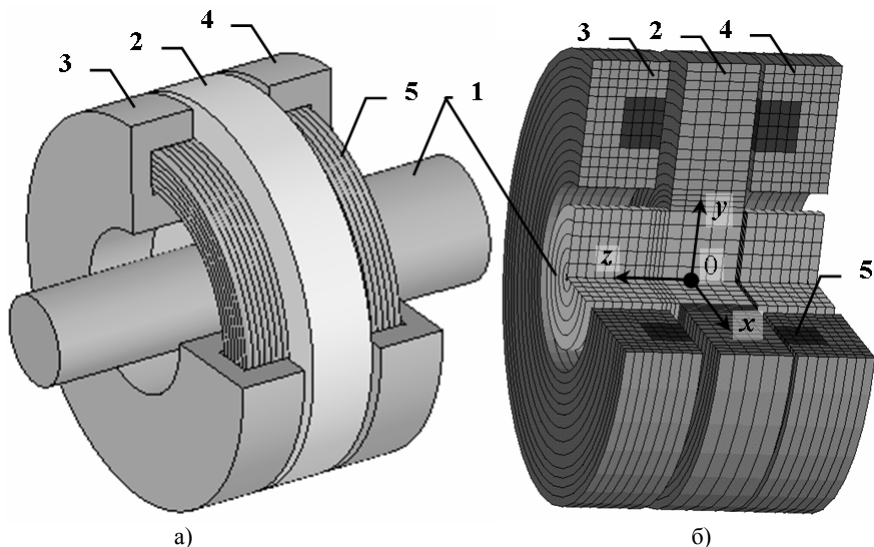


Рисунок 1 – Модель осевого магнитного подшипника:  
а) геометрическая, б) конечно-элементная

Статоры осевого АМП выполнены из стали, каждый с двумя полюсами – внутренним и наружным. Между полюсами статоров АМП расположены катушки с токами в проводниках этих катушек. Обозначим через  $i_{c1}$  ток в обмотке левой катушки, расположенной (со стороны положительного направления оси Oz),  $i_{c2}$  – в правой (со стороны отрицательного направления оси Oz). На обмотку каждой полюсной катушки для создания магнитных сил и удержания диска вблизи центрального положения в зазорах системой управления пода-

ются управляющие напряжения  $u_{c1}$  и  $u_{c2}$  (соответственно на левую и правую). Активные сопротивления обмоток  $r_{c1}$  и  $r_{c2}$  соответственно.

**3. Управление одностепенным магнитным подвесом.** Ротор на магнитном подвесе имеет пять степеней свободы как абсолютно твердое тело. В качестве как радиальных, так и осевых опор могут применяться, и магнитные подшипники на постоянных магнитах, и АМП. При использовании полностью управляемого магнитного подвеса может использоваться как связанное управление, когда сигнал управления зависит от всех обобщенных координат, так и раздельное – когда каждый канал управляется автономно по своей обобщенной координате, то есть по одной степени свободы [4]. В данной работе рассматривается одностепенный подвес двухстороннего действия, то есть подвес в котором два противоположно расположенных электромагнита создают две противоположно направленные пондеромоторные (магнитные) силы притяжения.

Ротор на АМП как объект управления является неустойчивым. Для его стабилизации и придания подвесу необходимых динамических параметров в канал управления вводится система управления (СУ), реализующая некоторый алгоритм управления. На вход СУ подается сигнал с датчика положения, а с выхода подается на обмотку электромагнита ток или напряжение, которые обеспечивают необходимое для стабилизации значение магнитной силы. Различают два способа управления: по току, когда управляющим параметром является ток, и по напряжению, когда управляющий параметр – напряжение.

При управлении по току предполагается, что требуемое значение тока управления может быть обеспечено точно в любой момент времени. В этом случае не учитывается инерционность электромагнитных процессов, а именно индуктивность катушек электромагнитов. Этот подход приемлем для легких роторов и при наличии достаточного ресурса напряжения [4]. Управление по напряжению предполагает обязательный учет инерции процессов и может использоваться для тяжелых роторов.

В данном случае предполагается использование СУ, реализующей способ дискретного управления электромагнитным подшипником [5]. Он заключается в том, что выбирается величина напряжения ( $U_0$ ), подаваемого на катушки с обмотками управления. Задаются  $m$  фиксированных уровней отклонений от нулевого (центрального) положения. Через одинаковый промежуток времени (период управления  $T_0$ ) определяется отклонение ротора. После сравнения измеренной величины с эталонным значением (уровнем) формируется управляющее воздействие и на управляющие обмотки подаются, либо напряжения  $u_{ck} = U$ , либо  $u_{ck} = 0$ . В работе [6] описана система управления осевым движением ротора на комбинированном магнитном подвесе с пассивными радиальными и активным осевым подшипниками. Данная система реализует некоторую модификацию описанного способа дискретного управления за счет использования импульсного режима работы в аналоговой схеме управления. В результате сравнения входных сигналов с оптических датчиков осевого смещения на выходе формируется прямоугольный импульс напряжения  $U_0$  дли-

тельностью  $\tau_1$  с крутыми фронтами и срезом, который подается на электромагнит расположенный со стороны противоположной отклонению. На второй электромагнит подается импульс шириной  $\tau_2 = \tau_0 - \tau_1$ , где  $\tau_0 \approx T_0$ . Максимальная ширина импульса определяется выбранной частотой управления и соответствует максимальному отклонению ротора в одну сторону, которое определяется номинальным зазором  $\delta_a$ . При этом максимальное значение тока намагничивания в обмотках ( $i_{\max} = U_0/r_{ck}$ ) может быть достигнуто в режиме квазипостоянного тока при длительном нахождении ротора в крайнем положении, когда  $\tau_k \approx T_0$ . При центральном положении ротора на обмотки обоих электромагнитов в разное время в пределах одного периода подаются импульсы одинаковой ширины  $\tau_1 = \tau_2 \approx T_0/2$ , которые обеспечивают среднее значение тока намагничивания в обоих обмотках ( $i_{\min} = i_{\max}/2$ ).

Таким образом, с учетом системы координат на рис. 1 упрощенно закон управления может быть представлен в виде зависимостей средних токов в обмотках электромагнитов от смещения ротора:

$$i_{c1,2} = \mp(i_{\max} - i_{\min})z / \delta_a + i_{\min}. \quad (1)$$

Токи в обеих обмотках при центральном положении ротора являются токами смещения. Они нужны для того, чтобы создать в подвесе магнитное смещение и тем самым силовой натяг [4], а, по сути, обеспечить требуемую жесткость магнитного подшипника. Управление силой происходит за счет увеличения натяга в одном направлении и уменьшения в противоположном.

Из этого можно сделать заключение, что для рассматриваемого способа дискретного управления изменения жесткости всего магнитного подшипника можно достичь изменением напряжения  $U_0$ .

**4. Методика расчета пондеромоторных сил.** Методика определения силовых характеристик магнитных подшипников описана в [7]. Она предполагает применение метода конечных элементов (МКЭ) для расчета статических электромагнитных полей и сил. Конечно-элементная формулировка анализа электромагнитных полей основана на уравнениях Максвелла вида (1) в общем случае, (2) – в случае статического электромагнитного поля [7]:

$$\operatorname{rot} \bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{J}} + \varepsilon_a \frac{\partial \bar{\mathbf{E}}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{J}}, \operatorname{div} \bar{\mathbf{B}} = 0 \Rightarrow \operatorname{rot} \bar{\mathbf{B}} = \mu_a \bar{\mathbf{J}}, \quad (3)$$

где  $\bar{\mathbf{H}}$  и  $\bar{\mathbf{E}}$  – вектора напряженности магнитного и электрического полей,  $\bar{\mathbf{J}}$  – вектор плотности тока,  $\bar{\mathbf{B}}$  – вектор магнитной индукции,  $\mu_a$  – магнитная проницаемость,  $\varepsilon_a$  – плотность тока электрического смещения.

Трехмерная задача магнитостатики решается путем минимизации нелинейного функционала магнитной энергии, ассоциированного с трехмерным вектором магнитного потенциала, с помощью итерационной процедуры Ньютона-Рафсона. Расчет магнитных сил производится на основе определения компонент тензора напряжений Максвелла для магнитного поля. Такой подход подтвержден сходимостью расчетных и экспериментальных данных [7].

**5. Расчетная модель и методика вычислений.** Конечно-элементная модель АМП представлена на рис. 1, б. Здесь введена неподвижная декартова система координат, центр которой расположен в центре тяжести АМП, с диском находящимся в центральном положении.

Методика численных экспериментов заключается в следующем. Для расчета зависимостей магнитных сил от смещения ротора полный номинальный зазор (с обеих сторон диска) равномерно разбивается на  $2n + 1$  уровень, так чтобы  $n + 1$ -й уровень совпадал с центральным положением диска между статорами. Далее ротор с диском смещается аксиально (вдоль оси  $z$ ) так, чтобы центр масс диска совпадал с одним из уровней. При этом взаимном положении проводится электромагнитный статический расчет, в результате которого находятся распределение магнитной индукции, напряженности магнитного поля и вычисляются суммарные магнитные силы в направлениях осей системы координат. После этого выполняется аппроксимация пондеромоторных сил определенных в  $2n + 1$  точках методом наименьших квадратов кубическими или другими полиномами нечетной степени. Определяются зависимости квазиупругих коэффициентов (коэффициентов жесткости) от осевого смещения ротора с диском.

Нагрузка в каждом статическом электромагнитном анализе определяется плотностью тока в обмотках, которая задается в окружном направлении для всех конечных элементов, моделирующих их объем.

**6. Численное определение жесткостных параметров осевого АМП.** Объектом исследований был выбран осевой АМП комбинированного магнитного подвеса ротора [6] со следующими параметрами: наружный и внутренний диаметры электромагнитов – 120 и 50 мм соответственно, длина каждого электромагнита в осевом направлении – 21 мм, наружный и внутренний диаметры обмоток – 100 и 72 мм соответственно, количество витков – 300, активное электрическое сопротивление каждой обмотки – 5 Ом, толщина диска – 20 мм, номинальный зазор с каждой стороны – 3 мм. Параметры системы управления: частота управления – 300-400 Гц, напряжение  $U_0 = 24$  В.

На рис. 2 и 3 приведены результаты электромагнитного анализа для двух положений ротора, а именно на рис. 2, а и 3, а при смещении ротора в осевом направлении на  $-2\delta_d/3$ , а на рис. 2, б и 3, б при центральном положении диска в зазоре АМП. В первом случае магнитное поле несимметрично относительно плоскости  $Oxy$  за счет чего равнодействующая двух магнитных притягивающих сил не равна нулю. Эта равнодействующая является восстанавливающей силой данной системы с одной степенью свободы. Во втором случае магнитное поле симметрично, силы притяжения равны между собой и противоположны по направлению. Равнодействующая в этом случае равна нулю, но наличие сил обеспечивает требуемый (ненулевой) коэффициент жесткости при центральном положении диска.

Для построения силовых характеристик были проведены  $2n + 1$  расчетов для каждого положения ротора с диском на одном из уровней. В результате определено, что при всех положениях роторного магнита суммарные магнит-

ные силы в радиальных направлениях ( $x, y$ ) равны нулю, а зависимость силы в направлении  $z$  от координаты  $z$  центра масс диска представлена на рис. 4.

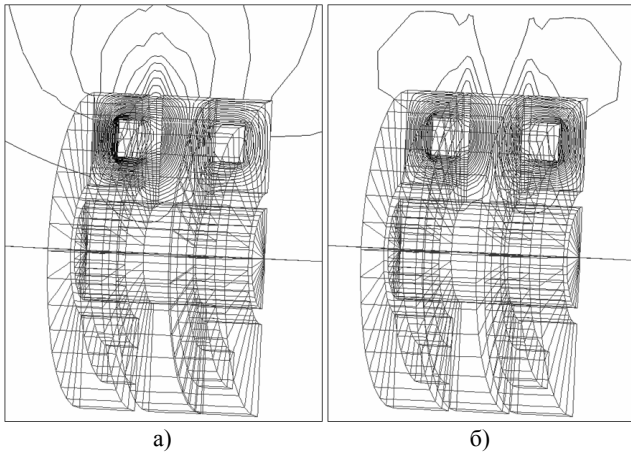


Рисунок 2 – Эквипотенциальные линии магнитного поля:  
а) при смещенном роторе, б) при центральном положении ротора

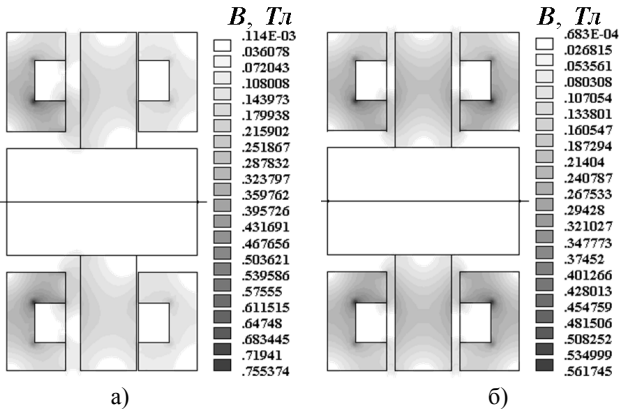


Рисунок 3 – Распределение модуля вектора магнитной индукции:  
а) при смещенном роторе, б) при центральном положении ротора

Круглыми маркерами на рис. 4 нанесены экспериментальные данные, которые были получены с помощью измерения динамометром сил уравновешивающих ротор в некотором положении. Методика проведения эксперимента аналогична описанной в [7]. Сплошные немаркированные линии на рис. 4 – аппроксимация расчетных данных выполненная методом наименьших квадратов. На рис. 4, а представлена аппроксимация кубическим полиномом, а на рис. 4, б – полиномом пятой степени. Анализ результатов показал, что наилучшее совпадение кривой проведенной по точкам соответствующим расчету

сил при положении соответствующему некоторому уровню с аппроксимирующей кривой дает полином пятой степени.

Следует особо отметить, что выбор аппроксимирующего полинома для силовой характеристики существенно влияет на зависимость квазиупругих коэффициентов (коэффициентов жесткости) от осевого смещения (рис. 5), которые вычисляются как первые производные от них по смещению [7].

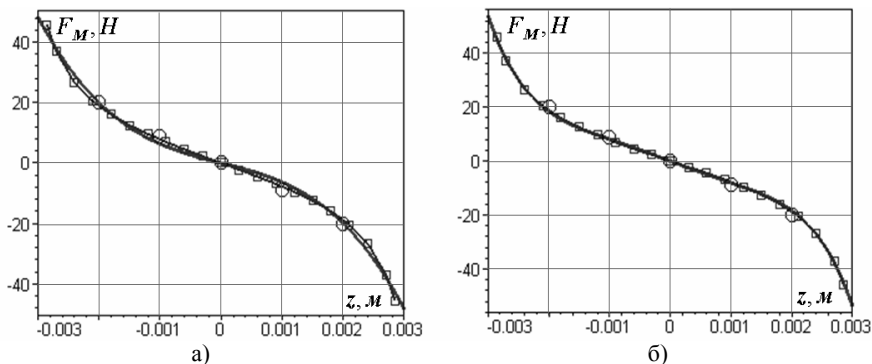


Рисунок 4 – Зависимость магнитной силы от аксиального смещения ротора (○ – экспериментальные и □ – расчетные данные): а) аппроксимация кубическим полиномом, б) аппроксимация полиномом пятой степени

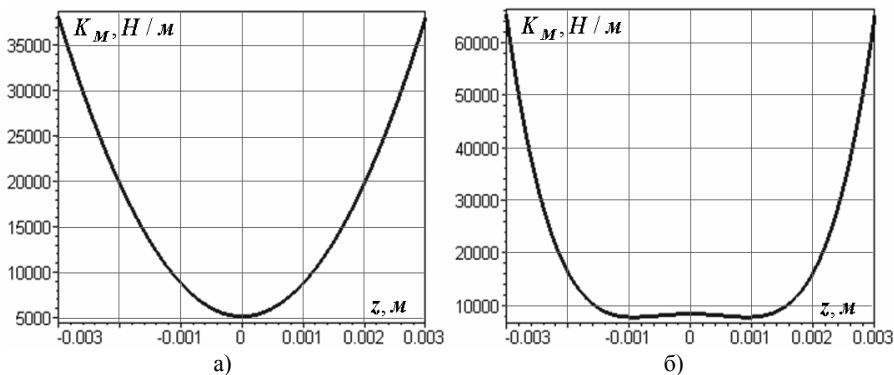


Рисунок 5 – Зависимость квазиупругих коэффициентов (коэффициентов жесткости) от аксиального смещения ротора: а) при аппроксимации силы кубическим полиномом, б) при аппроксимации силы полиномом пятой степени

Коэффициент жесткости, вычисленный на основании кубической аппроксимации сил (рис. 4, а) представляет собой параболу (рис. 5, а) и является существенно нелинейной функцией в пределах всего зазора. В тоже время, аппроксимация сил полиномом пятой степени (рис. 4, б) дает зависимость коэффициента жесткости от осевого смещения в виде полинома четвертой степени (рис. 5, б), график которого возле нуля имеет участки убывания и возрастания

тания, выпуклости и вогнутости, так, что в диапазоне  $\pm\delta_a/2$  коэффициент жесткости может быть принят постоянным.

**7. Зависимость жесткостных параметров от управляющего напряжения.** На рис. 6, 7 приведены графики зависимостей пондеромоторных сил и коэффициентов жесткости при различных значениях управляющего напряжения.

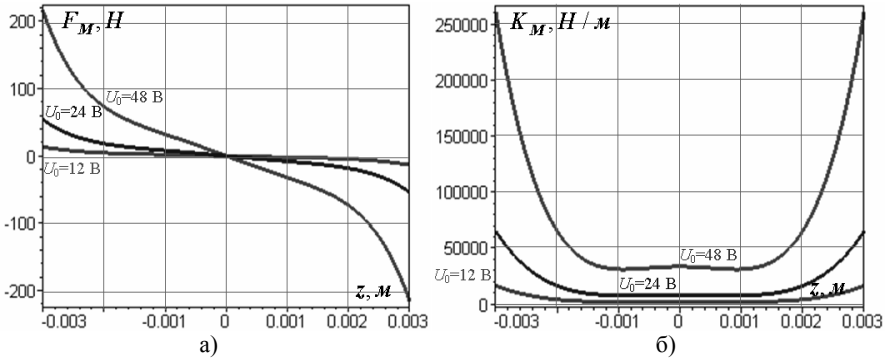


Рисунок 6 – Зависимость магнитной силы (а) и коэффициента жесткости (б) от аксиального смещения ротора в пределах полного зазора для различных значений управляющего напряжения

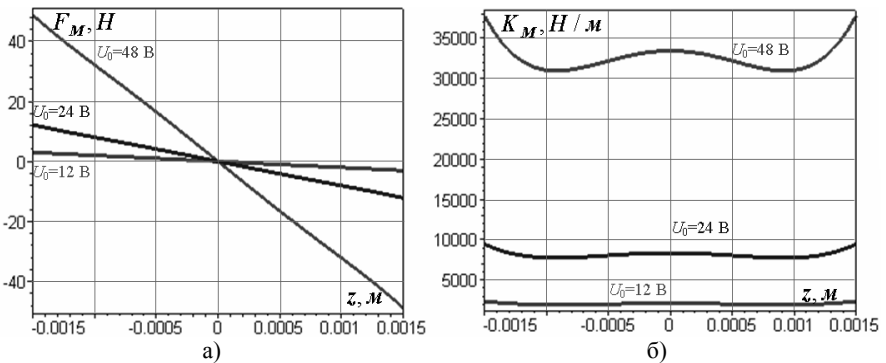


Рисунок 7 – Зависимость магнитной силы (а) и коэффициента жесткости (б) от аксиального смещения ротора в пределах половины полного зазора для различных значений управляющего напряжения

Как видно из графиков при уменьшении или увеличении управляющего напряжения в 2 раза значение магнитной силы и коэффициента жесткости уменьшается или увеличивается в  $\sim 4$  раза соответственно (рис. 6, а; 6, б), что является следствием квадратичной зависимости силы от тока [4].

В пределах половины зазора зависимость магнитной силы от смещения близка к линейной (рис. 7, а). Разница между минимальным и максимальным



значениями коэффициента жесткости в том же диапазоне смещений не превосходит 22 % (рис. 7, б), тогда как на полном зазоре значения расходятся более чем в 8 раз. В пределах же трети зазора разница меньше 10 %.

**Заключение.** В работе показано, что жесткость АМП при выбранном законе управления в диапазоне отклонений от центрального положения равного примерно половине зазора является величиной близкой к константе. Это свидетельствует о том, что анализ собственных и вынужденных колебаний ротора в первом приближении может проводиться в линейной постановке.

Кроме того, результаты расчетных исследований подтверждают возможность изменения коэффициентов жесткости активных магнитных подшипников в относительно большом диапазоне значений. Применение возможности изменения механической жесткости опор путем изменения немеханической величины (напряжения) в зависимости от угловой скорости позволит при выходе на номинальные обороты вращения проходить критические скорости, соответствующие колебаниям ротора как твердого тела, без значительного повышения амплитуд колебаний. Так, при достижении угловой скоростью значения близкого к критическому кратковременным увеличением или уменьшением жесткости АМП может быть выполнена отстройка от указанных резонансных режимов. После прохождения этих режимов напряжение возвращается на номинальный уровень и далее жесткость опор определяется первоначальными характеристиками.

**Список литературы:** 1. *G.Schweitzer, H.Bleuler, A.Traxler* Active magnetic bearings. – Zurich: ETH, 1994. – 244 p. 2. *Steven M, Nataraj C.* Suppression of Base Excitation of Rotors on Magnetic Bearings // International Journal of Rotating Machinery. – Vol. 2007. – Article ID 91276. – 10 p. 3. *Maslen E.H.* Magnetic bearings. – University of Virginia Department of Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering Charlottesville, Virginia, 2000. – 229 p. 4. *Журавлев Ю.Н.* Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. –СПб.: Политехника, 2003. – 206 с. 5. Патент № 2277190. Российская Федерация. МПК F16C 32/04. Способ дискретного управления электромагнитным подвесом вращающихся роторов / ОАО «Сумское НПО им.М.В. Фрунзе», НТУ «ХПИ»; *Роговой Е.Д., Бухолдин Ю.С., Левашов В.А., Мартыненко Г.Ю., Смирнов М.М.* - № 2003121317/11. – Заявл. 10.07.2003 г. Опубл. 27.05.2006 г. // Изобретения. Официальный бюллетень, 2006. – № 15. 6. *Ульянов Ю.М., Мартыненко Г.Ю., Смирнов М.М.* Система управління осьовим рухом ротора на комбінованому магнітному підвісі з пасивними радіальними і активним осьовим підшипниками // Зб. наук. праць Української державної академії залізничного транспорту. – Харків: УкрДАЗТ, 2008. 7. *Мартыненко Г.Ю.* Определение жесткостных характеристик радиальных магнитных подшипников на двух кольцевых постоянных магнитах // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП». – 2007. – № 38. – Тем. вип. Динаміка і міцність машин. - С. 83–95.

*Поступила в редколлегию 14.05.2008.*