УДК 539.3

С.Р.ГИРНИС, Павлодарский гос. ун-т МОН Республики Казахстан;
В.Н.УКРАИНЕЦ, докт.техн.наук; г. Павлодар; Республика Казахстан

РЕАКЦИЯ УПРУГОГО ПРОСТРАНСТВА НА БЕГУЩУЮ ВДОЛЬ ДВУХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ НАГРУЗКУ

На модельній задачі про дію рухомого навантаження в підкріпленому обробленням круговому тунелі, розташованого в пружнім просторі, досліджується його динамічна поведінка. Для опису руху кріплення тунелю використовуються класичні рівняння теорії тонких оболонок і динамічні рівняння теорії пружності.

On the base of model problem about action of mobile load in the supported by the double-layer winding circular cross section tunnel, placed in elastic space is researched its dynamic action. For describing motion of the inner ply of the support are used classic formulas of the fine cases theory, and for description of the motion its facing and ambient – dynamic formulas of the elasticity theory.

Задачи о действии подвижной осесимметричной нормальной нагрузки на тонкостенную и толстостенную круговую цилиндрическую оболочку в упругой среде рассматривались соответственно в статьях [1,2]. Данные задачи являются модельными при исследовании динамики тоннелей глубокого заложения, подкрепленных однородной цилиндрической оболочкой (обделкой). Однако использование такой модели подземного сооружения может быть ограничено, например, при проходке тоннеля буровзрывным способом, когда нарушается сплошность массива, появляется технологическая трещиноватость и реальная форма тоннеля отклоняется от проектной. Для ликвидации пустот и плотного контактирования обделки с массивом пространство за обделкой цементируется либо забутовывается (заполняется сыпучим материалом). Создаваемый таким образом слой, отделяющий обделку от породного массива и имеющий отличительные от него, а также от материала обделки физико-механические характеристики, обязательно следует учитывать при построении механико-математической модели подземного сооружения, рассматривая обделку и искусственно созданный слой как двухслойную оболочку. Кроме того, для гашения вибраций в массиве, возникающих от движущихся в тоннеле нагрузок, в конструкцию тоннеля могут быть дополнительно введен ограждающий обделку от массива слой из различных пород. В этом случае обделка и окружающий ее слой также может рассматриваться как двухслойная оболочка. Необходимость применения для исследования динамики тоннелей модели в виде двухслойной круговой оболочки вызвана также использованием в практике строительства слоистых (например, сталебетонных) обделок [3].

1. Рассмотрим цилиндрическую полость радиусом R_1 в бесконечной, линейно-упругой, однородной и изотропной среде. Полость подкреплена двухслойной оболочкой, внутренним слоем которой является тонкостенная оболочка толщиной h_0 и радиусом срединной поверхности R_2, а внешним – толстостенная оболочка. В силу малости толщины внутреннего слоя можно принять, что он контактирует с внешним слоем вдоль своей срединной поверхности. По внутренней поверхности оболочки в направлении ее оси Z с постоянной скоростью c (меньшей, чем скорости распространения волн сдвига во внешнем слое оболочки и окружающей ее среде) поступательно движется нагрузка P.

Для описания движения внутреннего слоя оболочки воспользуемся классическими уравнениями теории тонких оболочек (1), а для описания движения ее внешнего слоя и окружающей среды – динамическими уравнениями теории упругости (2):

$$\begin{gathered}
\frac{\partial^2 u_{0z}}{\partial z^2}+\frac{1-\nu_0}{2R^2}\frac{\partial^2 u_{0z}}{\partial\theta^2}+\frac{1+\nu_0}{2R}\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial z\partial\theta}+\frac{\nu_0}{R}\frac{\partial u_{0r}}{\partial z}=\rho_0\frac{1-\nu_0}{2\mu_0}\frac{\partial^2 u_{0z}}{\partial t^2}+\\
+\frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}\left(P_z-q_z\right);\\
\frac{1+\nu_0}{2R}\frac{\partial^2 u_{0z}}{\partial z\partial\theta}+\frac{(1-\nu_0)}{2}\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial z^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial\theta^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial u_{0r}}{\partial\theta}=\rho_0\frac{1-\nu_0}{2\mu_0}\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial t^2}+\\
+\frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}\left(P_\theta-q_\theta\right);\\
\frac{\nu_0}{R}\frac{\partial u_{0z}}{\partial z}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial u_{0\theta}}{\partial\theta}+\frac{h_0^2}{12}\nabla^2\nabla^2 u_{0r}+\frac{u_{0r}}{R^2}=-\rho_0\frac{1-\nu_0}{2\mu_0}\frac{\partial^2 u_{0r}}{\partial t^2}-\frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}\left(P_r-q_r\right),
\end{gathered}\tag{1}$$

где u_{0z}, $u_{0\theta}$, u_{0r} – перемещения точек срединной поверхности внутреннего слоя в направлении осей цилиндрической системы координат Z, θ, r, P_z, P_θ, P_r – составляющие интенсивности подвижной нагрузки P; $q_z=\sigma_{rz2}|_{r=R2}$; $q_\theta=\sigma_{r\theta2}|_{r=R2}$; $q_r=\sigma_{rr2}|_{r=R2}$ – составляющие реакции внешнего слоя; σ_{rj2} – компоненты тензора напряжений во внешнем слое ($j=z,\theta,r$); ν_0, μ_0, ρ_0 – соответственно коэффициент Пуассона, модуль сдвига и плотность материала внутреннего слоя;

$$(\lambda_k+\mu_k)\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u}_k+\mu_k\nabla^2\mathbf{u}_k=\rho_k\frac{\partial^2\mathbf{u}_k}{\partial t^2},\ k=1,2\,.\tag{2}$$

Здесь и в дальнейшем индекс 1 относится к среде, а 2 – к внешнему слою оболочки; $\lambda_k=2\mu_k\nu_k/(1-2\nu_k)$, μ_k – модули сдвига, ν_k – коэффициенты Пуассона, $\mathbf{u}_k$ – векторы смещений точек пространства и внешнего слоя, ∇^2 – оператор Лапласа.

Так как рассматривается установившийся процесс, то картина деформаций стационарна по отношению к движущейся нагрузке. Поэтому удобно перейти к подвижной системе координат $\eta=z-ct$, θ, r.

Тогда уравнения (1), (2) перепишутся в виде:

$$\begin{gathered}
\left[1-\frac{(1-\nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0}\right]\frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial\eta^2}+\frac{1-\nu_0}{2R^2}\frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial\theta^2}+\frac{1+\nu_0}{2R}\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial\eta\partial\theta}+\\
+\frac{\nu_0}{R}\frac{\partial u_{0r}}{\partial\eta}=\frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}\left(P_\eta-q_\eta\right);
\end{gathered}$$

$$\frac{1+\nu_0}{2R}\frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial\eta\partial\theta}+\frac{(1-\nu_0)}{2}\left(1-\frac{\rho_0 c^2}{\mu_0}\right)\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial\eta^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial\theta^2}+$$
$$+\frac{1}{R^2}\frac{\partial u_{0r}}{\partial\theta}=\frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}(P_\theta-q_\theta); \tag{3}$$
$$\frac{\nu_0}{R}\frac{\partial u_{0\eta}}{\partial\eta}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial u_{0\theta}}{\partial\theta}+\frac{h_0^2}{12}\nabla^2\nabla^2 u_{0r}+\frac{(1-\nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0}\frac{\partial^2 u_{0r}}{\partial\eta^2}+\frac{u_{0r}}{R^2}=-\frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}(P_r-q_r);$$

$$\left(\frac{1}{M_{pk}^2}-\frac{1}{M_{sk}^2}\right)\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{u}_k+\frac{1}{M_{sk}^2}\nabla^2\mathbf{u}_k=\frac{\partial^2\mathbf{u}_k}{\partial\eta^2},\quad k=1,2, \tag{4}$$

где $M_{pk}=c/c_{pk}, M_{sk}=c/c_{sk}$ – числа Маха; $c_{pk}=\sqrt{(\lambda_k+2\mu_k)/\rho_k}$, $c_{sk}=\sqrt{\mu_k/\rho_k}$ – скорости распространения волн расширения – сжатия и сдвига в среде и внешнем слое оболочки.

Выражая вектора смещений через потенциалы Ламе

$$\mathbf{u}_k=\mathrm{grad}\,\varphi_{1k}+\mathrm{rot}(\varphi_{2k}\mathbf{e}_\eta)+\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}(\varphi_{3k}\mathbf{e}_\eta);\quad k=1,2,$$

преобразуем уравнения (4) к виду

$$\nabla^2\varphi_{jk}=M_{jk}^2\frac{\partial^2\varphi_{jk}}{\partial\eta^2};\ j=1,2,3;\ k=1,2. \tag{5}$$

Здесь $M_{1k}=M_{pk}, M_{2k}=M_{3k}=M_{sk}$.

Применив к (5) преобразование Фурье по η, находим

$$\nabla_2^2\varphi_{jk}^*-m_{jk}^2\xi^2\varphi_{jk}^*=0,\quad j=1,2,3,\quad k=1,2, \tag{6}$$

где ∇_2^2 – двумерный оператор Лапласа, $m_{jk}^2=1-M_{jk}^2$, $m_{1k}\equiv m_{Pk}$, $m_{2k}=m_{3k}\equiv m_{Sk}$, $\varphi_{jk}^*(r,\theta,\xi)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\varphi_{jk}(r,\theta,\eta)e^{-i\xi\eta}d\eta$.

Выразив компоненты напряженно-деформированного состояния внешнего слоя оболочки и окружающей ее среды через потенциалы Ламе и применив преобразование Фурье по η, можно получить выражения для трансформант напряжений σ^*_{ijk} и перемещений u^*_{ik} ($k=1,2$) в цилиндрической ($i=z,\theta,\eta$; $j=z,\theta,\eta$) системе координат как функции от φ^*_{jk}.

Так как скорость движения нагрузки меньше, чем скорости распространения волн сдвига во внешнем слое оболочки и среде, то $M_{sk}<1$ ($m_{sk}>0$) и решения (6) можно представить в виде:

– для среды

$$\varphi_{j1}^*=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{nj}K_n(k_{j1}r)e^{in\theta}, \tag{7,а}$$

– для внешнего слоя оболочки

$$\varphi_{j2}^*=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(a_{nj+3}K_n(k_{j2}r)+a_{nj+6}I_n(k_{j2}r)\right)e^{in\theta}. \tag{7,б}$$

Здесь $j = 1,2,3$; $k_{j1} = |m_{j1}\,\xi|$; $k_{j2} = |m_{j2}\,\xi|$; $I_n(kr)$; $K_n(kr)$ – функции Бесселя первого и второго рода от мнимого аргумента, $a_{n1},\ldots,a_{n9}$ – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

Применив к (3) преобразование Фурье по η и разлагая функции перемещений точек срединной поверхности оболочки и нагрузок в ряды Фурье по θ, для n-го члена разложения получим

$$\begin{gathered}
\varepsilon_1^2 u_{0n\eta} + \nu_{02} n \xi_0 u_{0n\theta} - 2i\nu_0 \xi_0 u_{0nr} = G_0\left(P_{n\eta} - q_{n\eta}\right);\\
\nu_{02} n \xi_0 u_{0n\eta} + \varepsilon_2^2 u_{0n\theta} - 2in u_{0nr} = G_0\left(P_{n\theta} - q_{n\theta}\right);\\
2i\nu_0 \xi_0 u_{0n\eta} + 2in u_{0n\theta} + \varepsilon_3^2 u_{0nr} = G_0\left(P_{nr} - q_{nr}\right),
\end{gathered} \tag{8}$$

где

$$\varepsilon_1^2 = \alpha_0^2 - \varepsilon_0^2;\ \varepsilon_2^2 = \beta_0^2 - \varepsilon_0^2;\ \varepsilon_3^2 = \gamma_0^2 - \varepsilon_0^2;\ \xi_0 = \xi R_2;$$

$$\alpha_0^2 = 2\xi_0^2 + \nu_{01} n^2;\ \beta_0^2 = \nu_{01}\xi_0^2 + 2n^2;\ \gamma_0^2 = \chi^2\left(\xi_0^2 + n^2\right)^2 + 2;\ \varepsilon_0^2 = \nu_{01}\xi_0^2 M_{s0}^2;$$

$$\nu_{01} = 1 - \nu_0;\ \nu_{02} = 1 + \nu_0;\ M_{s0} = c/c_{s0};\ c_{s0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}};\ \chi^2 = \frac{h_0^2}{6R_2^2};\ G_0 = -\frac{\nu_{01} R_2^2}{\mu_0 h_0};$$

$q_{nm} = (\sigma_{nm}^*)_n$ при $r = R_2$; u_{0nm}; P_{nm} – соответственно коэффициенты разложения $u_{0m}^*(\theta,\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} u_{0m}(\theta,\eta) e^{-i\xi\eta} d\eta$ и $P_m^*(\theta,\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} P_m(\theta,\eta) e^{-i\xi\eta} d\eta$ в ряды Фурье по угловой координате θ ($m = \eta,\theta,r$).

Разрешая (8) относительно $u_{0n\eta}$, $u_{0n\theta}$, u_{0nr} находим

$$\begin{gathered}
u_{0n\eta} = \frac{G_0}{\delta_n}\sum_{j=1}^{3}\delta_{\eta j}\left(P_{nj} - q_{nj}\right);\\
u_{0n\theta} = \frac{G_0}{\delta_n}\sum_{j=1}^{3}\delta_{\theta j}\left(P_{nj} - q_{nj}\right);\\
u_{0nr} = \frac{G_0}{\delta_n}\sum_{j=1}^{3}\delta_{rj}\left(P_{nj} - q_{nj}\right).
\end{gathered} \tag{9}$$

Здесь

$$\begin{gathered}
\delta_n = \delta_{|n|} = \left(\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3\right)^2 - \left(\varepsilon_1\xi_1\right)^2 - \left(\varepsilon_2\xi_2\right)^2 - \left(\varepsilon_3\xi_3\right)^2 + 2\xi_1\xi_2\xi_3;\\
\delta_{\eta1} = \left(\varepsilon_2\varepsilon_3\right)^2 - \xi_1^2;\quad \delta_{\eta2} = \xi_1\xi_2 - \xi_3\varepsilon_3^2;\quad \delta_{\eta3} = i\left(\varepsilon_2^2\xi_2 - \xi_1\xi_3\right);\\
\delta_{\theta1} = \delta_{\eta2};\quad \delta_{\theta2} = \left(\varepsilon_1\varepsilon_3\right)^2 - \xi_2^2;\quad \delta_{\theta3} = i\left(\varepsilon_1^2\xi_1 - \xi_2\xi_3\right);\\
\delta_{r1} = -\delta_{\eta3};\quad \delta_{r2} = -\delta_{\theta3};\quad \delta_{r3} = \left(\varepsilon_1\varepsilon_2\right)^2 - \xi_3^2;\\
\xi_1 = 2n;\quad \xi_2 = 2\nu_0\xi_0;\quad \xi_3 = \nu_{02}\xi_0 n,
\end{gathered}$$

для P_{nj} и q_{nj} индекс $j = 1$ соответствует индексу η, $j = 2 - \theta$, $j = 3 - r$.

Для определения коэффициентов $a_{n1},\ldots,a_{n9}$ воспользуемся, в зависимости от условия сопряжения слоев оболочки и ее контакта со средой, следующими граничными условиями с учетом (7,а), (7,б) и (9):

а) при жестком сопряжении слоев оболочки:

– в случае скользящего контакта оболочки со средой

при $r = R_1$ $\quad u^*_{r1} = u^*_{r2}$; $\sigma^*_{rr1} = \sigma^*_{rr2}$; $\sigma^*_{r\eta1} = 0$; $\sigma^*_{r\theta1} = 0$; $\sigma^*_{r\eta2} = 0$; $\sigma^*_{r\theta2} = 0$,

при $r = R_2$ $\quad u^*_{j2} = u^*_{0j}$; $\quad j = r, \theta, \eta$,

– в случае жесткого контакта оболочки со средой

при $r = R_1$ $\quad u^*_{j1} = u^*_{j2}$; $\sigma^*_{rj1} = \sigma^*_{rj2}$,

при $r = R_2$ $\quad u^*_{j2} = u^*_{0j}$; $j = r, \theta, \eta$;

б) при скользящем сопряжении слоев оболочки:

– в случае скользящего контакта оболочки со средой

при $r = R_1$ $\quad u^*_{r1} = u^*_{r2}$; $\sigma^*_{rr1} = \sigma^*_{rr2}$; $\sigma^*_{r\eta1} = 0$; $\sigma^*_{r\theta1} = 0$; $\sigma^*_{r\eta2} = 0$; $\sigma^*_{r\theta2} = 0$,

при $r = R_2$ $\quad u^*_{r2} = u^*_{0r}$; $\sigma^*_{r\eta2} = 0$; $\sigma^*_{r\theta2} = 0$,

– в случае жесткого контакта оболочки со средой

при $r = R_1$ $\quad u^*_{j1} = u^*_{j2}$; $\sigma^*_{rj1} = \sigma^*_{rj2}$,

при $r = R_2$ $\quad u^*_{r2} = u^*_{0r}$; $\sigma^*_{r\eta2} = 0$; $\sigma^*_{r\theta2} = 0$; $j = r, \theta, \eta$.

Приравнивания коэффициенты рядов Фурье-Бесселя при $e^{in\theta}$, получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов. После определения коэффициентов $a_{n1},\ldots,a_{n9}$, применяя обратное преобразование Фурье, можно вычислить компоненты напряженно-деформированного состояния среды и оболочки. При этом для вычисления интегралов Фурье можно использовать любой численный метод, если определитель $\Delta(\xi,c)$ полученной для конкретных граничных условий системы уравнений не обращается в ноль. В общем случае для любых ξ аналитическое исследование $\Delta(\xi,c)$ затруднительно. Численные исследования $\Delta(\xi,c)$ в задачах о движущейся вдоль оси подкрепленной полости осесимметричной нормальной нагрузке в упругом пространстве [1,2,4] показали, что может существовать дозвуковая критическая скорость $c = c_*$, при которой в двух точках $\pm\xi^*$ ($\xi^* > 0$)

$$\Delta(\xi^*, c) = 0; \quad \Delta'_\xi(\xi^*, c) = 0.$$

При $c > c_*$ существуют четыре особые точки $\pm\xi^{(1)}$, $\pm\xi^{(2)}$, в которых

$$\Delta(\pm\xi^{(i)}, c) = 0; \quad \Delta'_\xi(\pm\xi^{(i)}, c) \neq 0; \quad (i = 1, 2).$$

В этих случаях, как доказано в [4], нарушены условия единственности решения, что можно трактовать как неустойчивость. При переходе через c_* появляется класс решений, содержащий незатухающие гармонические поверхностные волны. Амплитуда этих волн зависит от действующей нагрузки, постоянна вдоль оси Z и экспоненциально затухает при $r \to \infty$.

При $0 < c < c_*$; $\Delta(\xi,c) \neq 0$ для любых $\xi \in (-\infty, \infty)$. В этом случае допустимо прямое и обратное преобразование Фурье и полученные соотношения решают поставленную задачу.

2. Исследуем динамическое поведение стальной ($\nu_0 = 0{,}3$; $\mu_0 = 8{,}08 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho_0 = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3) тонкой оболочки ($R_2 = R = 1$ м) с отношением $h_0/R = 0{,}02$ в породном массиве с характеристиками $\nu_1 = \nu = 0{,}25$; $\mu_1 = \mu = 4{,}0 \cdot 10^9$ Па; $\rho_1 = \rho = 2{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3; $c_{s1} = c_s = 1240{,}35$ м/с [3], при создании вокруг нее ограждающего слоя толщиной $h_c = R_1 - R_2$. В качестве ограждающего слоя используем известняки ($\nu_2 = 0{,}25$, $\mu_2 = 2{,}8 \cdot 10^9$ Па; $\rho_2 = 2{,}65 \cdot 10^3$ кг/м^3; $c_{s2} = 1027{,}9$ м/с [3]). Этот слой является менее жестким, чем окружающий его массив. Контакт между тонкой оболочкой, ограждающим слоем и средой полагаем жестким.

Значения критических скоростей $c_{(|n|)*}$ нагрузки для оболочки без ограждающего слоя и при наличии такого слоя разной толщины помещены в табл. 1 и 2.

Таблица 1 – Критические скорости нагрузки при отсутствии ограждающего слоя

h_0/R	$c_{(0)*}$, м/с	$c_{(1)*}$, м/с	$c_{(2)*}$, м/с	$c_{(3)*}$, м/с	$c_{(4)*}$, м/с	$c_{(5)*}$, м/с
0,02	1109	1110	1113	1127	1157	1177

Таблица 2 – Критические скорости нагрузки при ограждении оболочки слоем известняков

h_c/R	$c_{(0)*}$, м/с	$c_{(1)*}$, м/с	$c_{(2)*}$, м/с	$c_{(3)*}$, м/с	$c_{(4)*}$, м/с	$c_{(5)*}$, м/с
0,1	1001	1002	1005	–	–	–
0,2	964	965	968	983	1012	–
0,3	955	956	959	974	1000	–
0,4	953	954	957	972	997	–
0,5	952	953	956	971	996	–
0,6	952	953	956	971	996	–
0,7	952	953	956	971	996	–
0,8	952	953	956	971	996	–
0,9	952	953	956	971	996	–
1,0	952	953	956	971	996	–

Из таблиц следует, что создание вокруг оболочки слоя, жесткость которого меньше жесткости окружающей среды, приводит к снижению критических скоростей нагрузки. При $h_c/R = 0{,}1$ критические скорости $c_{(n)*}$ понижаются на 10 %. С увеличением толщины слоя h_c происходит дальнейшее уменьшение $c_{(n)*}$, которое прекращается при $h_c/R = 0{,}5$. Как показали расчеты, значения критических скоростей нагрузки при $h_c/R \geq 0{,}5$ в данном случае совпадают со значениями критических скоростей нагрузки в оболочке, проложенной в массиве известняков.

Для повышения критических скоростей нагрузки следует использовать более жесткий ограждающий слой, например, применив в качестве такого слоя бетон ($\nu_2 = 0{,}2$; $\mu_2 = 1{,}21 \cdot 10^{10}$ Па; $\rho_2 = 2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_{s2} = 2200$ м/с). Как показали проведенные численные исследования, соответствующие этому случаю дисперсионные уравнения корней не имеют.

Таблица 3 – Компоненты НДС контура контактной поверхности $r = R = 1$м

$\frac{h_c}{R}$	Комп. НДС	θ, град									
		0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
Оболочка без ограждающего слоя											
0	u°_r	-0,02	-0,01	-0,01	0,0	0,04	0,11	0,15	0,15	0,16	0,16
	σ°_{rr}	0,05	-0,02	-0,01	0,11	-0,13	-0,69	-0,93	-0,81	-0,80	-0,88
	$\sigma^\circ_{\theta\theta}$	0,03	0,02	0,04	0,09	0,07	-0,01	-0,03	0,03	0,04	0,03
	$\sigma^\circ_{\eta\eta}$	0,02	-0,01	-0,01	0,02	-0,08	-0,29	-0,39	-0,36	-0,36	-0,38
Оболочка с ограждающим слоем из известняков											
0,1	u°_r	-0,02	-0,01	-0,01	0,0	0,04	0,12	0,16	0,17	0,17	0,18
	σ°_{rr}	0,06	-0,02	-0,01	0,11	-0,13	-0,69	-0,93	-0,81	-0,80	-0,87
	$\sigma^\circ_{\theta\theta}$	0,03	0,01	0,03	0,08	0,05	-0,06	-0,09	-0,04	-0,02	-0,04
	$\sigma^\circ_{\eta\eta}$	0,02	-0,01	-0,01	0,02	-0,07	-0,26	-0,35	-0,32	-0,32	-0,35
0,5	u°_r	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	0,05	0,13	0,19	0,19	0,20	0,20
	σ°_{rr}	0,05	-0,02	-0,01	0,12	-0,12	-0,67	-0,91	-0,78	-0,77	-0,84
	$\sigma^\circ_{\theta\theta}$	0,03	0,01	0,03	0,08	0,06	-0,03	-0,05	0,01	0,02	0,01
	$\sigma^\circ_{\eta\eta}$	0,01	-0,01	-0,01	0,02	-0,06	-0,26	-0,35	-0,32	-0,32	-0,34
Оболочка с ограждающим слоем из бетона											
0,1	u°_r	-0,02	-0,01	-0,01	0,0	0,03	0,08	0,12	0,13	0,13	0,13
	σ°_{rr}	0,03	-0,03	0,0	0,13	-0,13	-0,72	-0,98	-0,85	-0,82	-0,88
	$\sigma^\circ_{\theta\theta}$	0,11	0,10	0,07	0,09	0,20	0,36	0,47	0,49	0,46	0,44
	$\sigma^\circ_{\eta\eta}$	0,02	-0,01	-0,03	-0,03	-0,17	-0,42	-0,56	-0,56	-0,58	-0,61
0,5	u°_r	-0,01	-0,01	-0,01	0,0	0,02	0,05	0,07	0,08	0,08	0,09
	σ°_{rr}	0,05	-0,02	-0,01	0,11	-0,15	-0,74	-1,00	-0,88	-0,87	-0,94
	$\sigma^\circ_{\theta\theta}$	0,05	0,05	0,06	0,11	0,13	0,12	0,13	0,18	0,20	0,19
	$\sigma^\circ_{\eta\eta}$	0,02	-0,01	-0,02	-0,01	-0,14	-0,37	-0,50	-0,49	-0,50	-0,53

Результаты расчетов напряженно-деформированного состояния контактирующей с рассматриваемой стальной оболочкой поверхности массива или ограждающего слоя в плоскости $\eta = 0$ представлены в табл. 3. Контакт между оболочкой, ограждающим слоем и средой полагался жестким. По нижней половине оболочки ($90° \le \theta \le 270°$) с постоянной скоростью $c = 100$м/с движется нагрузка давления P_r, приложенная равномерно в интервале $|\eta| \le 0{,}2R$. Интенсивность нагрузки – $P°$. Обозначения в таблице: $u^\circ_r = u_r\, \mu/P°$ (м); $\sigma^\circ_{rr} = \sigma_{rr}/P°$; $\sigma^\circ_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta}/P°$; $\sigma^\circ_{\eta\eta} = \sigma_{\eta\eta}/P°$.

Из анализа результатов следует, что при ограждении оболочки менее жестким по отношению к массиву слоем известняков наибольшее радиальное перемещение u_r поверхности полости возрастает, а значения экстремальных нормальных напряжений $|\sigma_{rr}|$, $|\sigma_{\eta\eta}|$ и $\sigma_{\theta\theta}$ снижаются. При использовании более жесткого, чем массив ограждающего слоя – бетона, происходит обратный эффект.

С удалением от оболочки перемещения и напряжения преимущественно затухают, и при $r/R \geq 3$ становятся практически несущественными. Это хорошо видно из табл. 4, где показаны изменения перемещений и напряжений при удалении в радиальном направлении от нижней точки контура поперечного сечения $\eta = 0$ оболочки. При переходе через границу между ограждающим слоем и окружающим массивом значения напряжений $\sigma_{\eta\eta}$ и $\sigma_{\theta\theta}$ скачкообразно меняются.

Таблица 4 – Изменения перемещений и напряжений при удалении от оболочки

Компоненты НДС	r/R								
	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	2,0	2,5	3,0
Оболочка без ограждающего слоя									
u°_r	0,16	0,13	0,11	0,09	0,07	0,06	0,03	0,02	0,01
σ°_{rr}	-0,88	-0,72	-0,54	-0,39	-0,29	-0,22	-0,08	-0,04	-0,02
$\sigma^{\circ}_{\theta\theta}$	0,03	0,06	0,06	0,05	0,04	0,03	0,01	0,01	0,0
$\sigma^{\circ}_{\eta\eta}$	-0,38	-0,11	0,0	0,03	0,03	0,03	0,01	0,01	0,0
Оболочка с ограждающим слоем из известняков (h_c/R = 0,5)									
u°_r	0,20	0,16	0,13	0,10	0,08	0,06	0,03	0,02	0,01
σ°_{rr}	-0,84	-0,70	-0,52	-0,39	-0,30	-0,23	-0,08	-0,04	-0,02
$\sigma^{\circ}_{\theta\theta}$	0,01	0,04	0,04	0,03	0,01	0,0 0,03	0,01	0,01	0,0
$\sigma^{\circ}_{\eta\eta}$	-0,34	-0,09	0,0	0,02	0,01	-0,01 0,02	0,01	0,01	0,0
Оболочка с ограждающим слоем из бетона (h_c/R = 0,5)									
u°_r	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05	0,03	0,02	0,01
σ°_{rr}	-0,94	-0,77	-0,56	-0,38	-0,26	-0,18	-0,07	-0,03	-0,02
$\sigma^{\circ}_{\theta\theta}$	0,19	0,21	0,21	0,20	0,19	0,20 0,03	0,01	0,01	0,0
$\sigma^{\circ}_{\eta\eta}$	-0,53	-0,17	-0,01	0,07	0,13	0,21 0,04	0,01	0,01	0,0

Обобщая приведенные в работе результаты исследований, можно отметить, что:

– изменяя параметры ограждающего от массива тоннельную обделку слоя можно повышать или понижать значение критической скорости движения нагрузки, а также изменять напряженно-деформированное состояние массива;
– толщина динамически активного слоя вокруг обделки составляет около двух ее радиусов.

Список литературы: **1.** *Пожуев В.И.* Действие подвижной нагрузки на цилиндрическую оболочку в упругой среде // Строительная механика и расчет сооружений. – 1978. – № 1. – С. 44-48. **2.** *Львовский В.М., Онищенко В.И., Пожуев В.И.* Установившиеся колебания цилиндрической оболочки в упругой среде под действием подвижной нагрузки // Сб.: Вопросы прочности пластичности. – Днепропетровск, 1974. – С. 98-110. **3.** *Булычев Н.С.* Механика подземных сооружений в примерах и задачах. – М., 1989. – 270 с. **4.** *Алексеева Л.А., Украинец В.Н.* Критическая скорость движущейся нагрузки в тоннеле, подкрепленном двухслойной оболочкой // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1987. – № 4. – С. 156-161.

Поступила в редколлегию 04.06.2008.