

А.А. ЛАРИН, канд.техн.наук;

Ю.Л.ТАРСИС, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ», Харьков

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ МЕТОДОВ ДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ КОЛЕНЧАТЫХ ВАЛОВ

Посвящается памяти Евгения Андреевича Шороха

Статтю присвячено історії розвитку динамічних розрахунків колінчастих валів. Надано аналіз різноманітних розрахункових схем і методів, у тому числі й сучасних, які базуються на методі скінчених елементів. Розглянуто внесок вчених НТУ «ХПІ» у розвиток цієї проблеми.

The history of development of dynamic calculations of crankshafts is discussed. The analysis of various methods including a method of final elements is given. The contribution of scientists NTU "KPI" to development of this problem is considered.



Шорох Евгений Андреевич

25.08.1933 – 09.12.2007

Кандидат технических наук, доцент, автор метода надпорных моментов в матричной форме, инициатор и руководитель разработки пакета прикладных программ по квазистатическому расчету коленчатых валов и применения метода конечных элементов для построения адекватной математической модели коленчатого вала.

Коленчатые валы являются наиболее нагруженными и, следовательно, наиболее ответственными деталями поршневых двигателей. В паровых машинах и двигателях внутреннего сгорания они составляют 20-30 % общей стоимости. В задачах динамики паровых машин XIX века с их небольшой скоростью вращения основное внимание уделялось только маховому колесу и центробежному регулятору [1, с. 147]. Но к началу XX века с ростом скорости и мощности паровых машин на динамику их валопроводов существенное влияние стали оказывать крутильные колебания. Анализ первых работ, посвященных этой проблеме, дан в статье С. П. Тимошенко «К вопросу о явлении резонанса в валах», опубликованной в 1905 г. [2, с. 13-54]. В развитии теории колебаний задача о крутильных колебаниях валопроводов сыграла огромную роль [3]. Несмотря на то, что эти вопросы были хорошо изучены уже в 30-е гг. XX века, расчеты валопроводов паровых машин проводились, по-прежнему, в статической постановке. Например, для определения минимального диаметра коленчатого вала Английским Ллойдом и Регистром СССР еще в 1940-е гг. ис-

пользовалась эмпирическая формула, в которой не учитывались крутильные колебания валов [4, с. 213, 221].

С заменой паровых машин двигателями внутреннего сгорания проблемы динамической прочности вышли на первое место. Поначалу наиболее опасными были крутильные колебания валопроводов. Для их исследования применялись дискретные механические модели, состоящие из абсолютно жестких маховых масс, соединенных невесомыми упругими участками вала, в которых зачастую необходимо было учитывать и нелинейности. В 20-30-е гг. колебаниям таких систем были посвящены работы М.Толле, А.И.Лурье, В.П.Герских, И.М.Бабакова и др. Обзор литературы по этому вопросу можно найти в статье [3]. Основными методами борьбы с крутильными колебаниями стали отстройка от резонанса, а также применение демпферов и antivибраторов для гашения колебаний. В отличие от крутильных, изгибные и продольные колебания сильнее демпфируются, так как увлекают за собой части корпуса двигателя. По этой причине собственные частоты их выше, чем крутильных колебаний, поскольку опоры вала препятствуют изгибу, и они (по крайней мере, низшие) не попадают в рабочий диапазон двигателя.

Но к 40-м гг. XX века с ростом скорости и мощности двигателей, с облегчением их конструкций, в коленчатых валах стали сильнее проявляться и изгибные, и продольные колебания. Дело в том, что с увеличением частот и амплитуд возбуждения вала, со снижением его материалоемкости, сопровождающимся уменьшением жесткости, в нем стали возникать резонансные колебания, устранить которые не представлялось возможным. Если исследование крутильных колебаний и их влияние на работоспособность трансмиссии было возможно с помощью примитивной модели, то оценка прочности самого коленчатого вала требовала более сложной модели. Поэтому, наряду с изучением крутильных колебаний, разрабатывался и второй подход, при котором коленчатый вал рассматривался как статически неопределимая рама сложной конфигурации, находящаяся под действием сил давления газов и сил инерции неуравновешенных масс элементов вала и присоединенных к нему деталей кривошипно-шатунных механизмов. Оба подхода достаточно долго развиваясь практически независимо друг от друга, позволяли решать, по существу, различные задачи и, наряду с их очевидными достоинствами, обладали весьма существенными недостатками. В связи с этим в конце 40-х гг. наметилась устойчивая тенденция сближения обоих подходов, позволяющая в значительной степени избавиться от присущих им недостатков и в комплексе подойти к решению проблемы динамической прочности коленчатых валов.

Настоящая статья посвящена историческому и логическому анализу методов расчетов динамической прочности коленчатых валов – задаче, в решение которой большой вклад внесли ученые НГУ «ХПИ». Объем статьи не позволяет уделить внимание всем работам, посвященным данному вопросу, поэтому авторы останавливаются на наиболее существенных, по их мнению, исследованиях, посвященных основным этапам и методам решения проблемы. Кроме того, естественно, на содержании работы не могли не отразиться личные при-

страстия и научные интересы авторов. Поэтому не исключено, что в ней не найдут отражения ряд вопросов, относящихся к рассматриваемой проблеме и, соответственно, не будут упомянуты многие достойные внимания работы, количество которых за рассматриваемый период весьма значительно.

Первыми двигателями, в которых усталостные поломки коленчатых валов заставили обратить на себя внимание, причем не только от кручения, но и от изгибных и продольных деформаций, были авиационные, удельная мощность которых гораздо выше, чем транспортных и стационарных. К тому же последствия выхода из строя авиационного двигателя гораздо серьезнее, да и само авиастроение является более развитой и наукоемкой отраслью. Вначале для повышения долговечности коленчатых валов были предприняты меры технологического характера. Улучшение качества обработки, шлифовка валов, накатка галтелей, применение специальных легированных сталей, повышение культуры сборки, а также азотирование и цементация принесли свои плоды. Вторым шагом стало улучшение конструктивных форм, уменьшение концентрации напряжений и т.п. Однако эти меры полностью не сняли проблемы прочности и надежности коленчатых валов, и для их дальнейшего совершенствования потребовалась разработка расчетных методов, позволяющих учесть влияние существенных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов.

На первом этапе применялась разрезная схема коленчатого вала, и рассматривалось одно, наиболее нагруженное, колено, которое полагалось свободно опертым по краям, а влияние соседних колен не учитывалось. При этом считалось, что коленчатый вал оперт посередине подшипников и может свободно поворачиваться на опорах. Такие предположения существенно упрощают задачу. Первые исследования по разрезной схеме были выполнены С.П.Тимошенко, А.Гесснером и К.Бицено [2, с. 590-591]. При этом колено вала заменялось стержневой конструкцией (рис. 1, а).

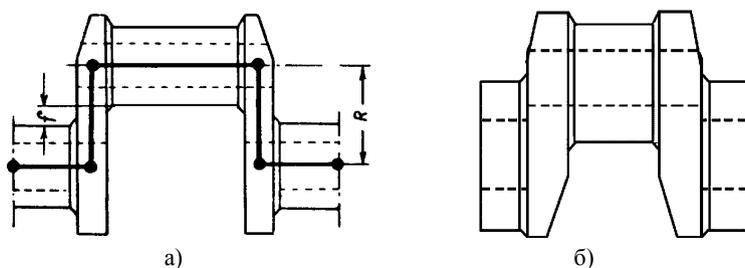


Рисунок 1 – Схема колена вала: а – старого типа, б – современного

Следующим шагом, связанным с возможностью учета влияния податливости и смещения опор, с одной стороны, и частичным защемлением шеек в опорах, с другой, было рассмотрение коленчатого вала как статически неопределимой системы. Первая модель, рассмотренная Р.Девилльером, представляла коленчатый вал в виде неразрезной балки постоянной жесткости [5]. Затем

С.П.Тимошенко [6], а за ним И.И.Трапезин [7] предложили моделировать коленчатый вал пространственной рамной системой, а его упругие характеристики определять методами сопротивления материалов. Ими было дано и название методу квазистатического расчета коленчатого вала – метод надпорных моментов.

В 1943 г. в Центральном институте авиационного моторостроения (ЦИАМ) работы по прочности двигателей возглавил академик АН УССР С.В.Серенсен (1905-1977). Он также был ведущим экспертом по вопросам прочности и по анализу случаев разрушения различного рода конструкций. В мае того же года Институт машиноведения АН СССР и Комитет прочности Всесоюзного научного инженерно-технического общества машиностроителей (ВНИТОМАШ) провели под руководством С.В.Серенсена совещание по динамической прочности деталей машин. Из-за начавшейся через месяц войны материалы совещания были изданы лишь в 1946 г. [4], не потеряв, однако, своей актуальности. Те же организации под руководством С.В.Серенсена в 1947 г. провели совещание, но уже по более узкой проблеме – по динамике и прочности коленчатых валов. Материалы докладов, сделанных на этом совещании, опубликованы в двух сборниках [8, 9]. По результатам семинара по вибрациям, проведенного в Институте машиноведения АН СССР, также изданы два сборника [10, 11], посвященные поперечным колебаниям и критическим скоростям валов. Все сборники выходили под редакцией С.В.Серенсена, а большинство статей в них посвящено проблемам прочности коленчатых валов, в основном авиационных двигателей. В двух, более поздних, изданиях уже проявилось влияние перехода авиации на газотурбинные и турбореактивные двигатели. Работы, опубликованные в указанных сборниках, сыграли огромную роль в распространении методов динамических расчетов машин и механизмов. По глубине рассматриваемых вопросов и объему материала они больше похожи на коллективные монографии.

В ряде работ был использован еще статический подход. Так, в статьях Р.С.Кинасошвили [4, с. 195-209], Р.С.Кинасошвили и В.Я.Кушуля [8, с. 350–372, с. 398-421] дан подробный анализ поломок, происходящих в различных деталях авиационных двигателей, в том числе и в коленчатых валах. В них отмечено, что поломки последних происходили не только от крутильных, но и от изгибных, и от продольных, и это проиллюстрировано многочисленными фотографиями. Однако сами авторы привели результаты квазистатических расчетов по разрезной схеме. В своей работе В.Я.Кушуль рассмотрел вопрос о влиянии выработки подшипников на прочность валов тяжелых тихоходных машин [9, с. 246-262]. В том же сборнике Э.Б.Слуцкая и О.Ю.Крамаренко опытным и расчетным путями исследовали влияние несоосности опор коленчатого вала тракторного двигателя на его прочность [9, с. 263-283]. Ими применена обычная расчетная схема коленчатого вала на жестких опорах с вычисленными коэффициентами влияния. Оказалось, что смещение опор на 0,1-0,2 мм, вызванное неправильным монтажом или износом коренных подшипников или шеек вала, может уменьшить запасы прочности в два-три раза.

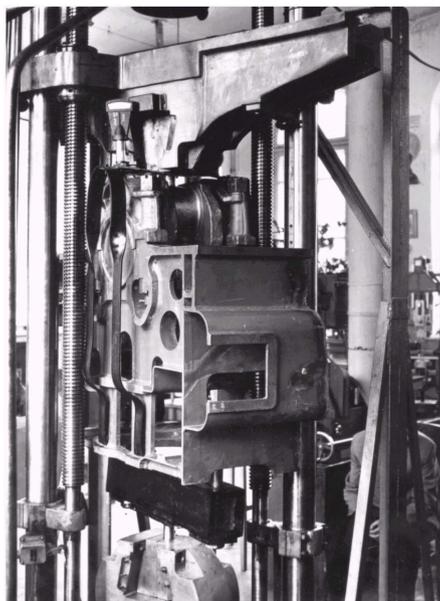


Рисунок 2 – Экспериментальное определение податливости опорного узла отсека тепловозного дизеля 10Д100

Дальнейшее развитие квазистатических расчетов связано с применением ЭВМ, которое дало возможность рассматривать задачу в наиболее общей постановке, где вал – это неразрезная схема на упругих несоосных гидродинамических опорах скольжения. Работы в этом направлении велись представителями различных школ. Сотрудниками ХПИ, доцентами В.Ф.Грозой и Е.А.Шорохом, была предложена наиболее приспособленная для использования ЭВМ матричная форма метода надопорных моментов [12-15]. С этой целью коленчатый вал мысленно разрезается на отдельные колена в средних сечениях коренных шеек. Основная система образуется за счет установки в этих сечениях так называемых шарниров Гука. Условием неразрывности деформаций является непрерывность упругой линии оси вала, проведенной по осям коренных шеек. Основное разрешающее уравнение метода включает матрицы податливости и геометрии вала, податливости и несоосности опор, векторы нагрузки для каждого расчетного положения вала. В результате расчета определяются внутренние силовые факторы: надопорные моменты, изгибающие и крутящие моменты в различных сечениях вала, реакции опор, то есть получается полная картина распределения усилий в коленчатом вале за цикл работы двигателя.

Для раскрытия статической неопределимости наибольшее применение нашел метод сил, основанный на известном из сопротивления материалов уравнении трех моментов, а при учете податливости и несоосности опор – уравнении пяти моментов. Следует иметь в виду, что раскрытие статической неопределимости осуществляется в двух взаимно перпендикулярных плоско-

стях в системе координат, связанной с вращающимся валом, для совокупности равноотстоящих его положений. Естественно, что решение этой задачи невозможно без применения ЭВМ. Определение податливости опорного узла осуществлялось экспериментально. На рис. 2 показана установка для испытаний отсека тепловозного дизеля 10Д100, проводившихся в лаборатории кафедры сопротивления материалов ХПИ с помощью машины ГРМ-1 [14, с. 98–101].

Однако метод имел существенные недостатки, а именно:

- конструкция коленчатого вала в конце 60-х гг. уже не позволяла представить колено стержнями с известными жесткостными параметрами, так как вал отличался значительным перекрытием шатунных и коренных шеек (см. рис. 1, б) и для определения его характеристик требовался либо натурный эксперимент, либо некоторые эмпирические гипотезы;
- отсутствовали расчетные методы определения податливостей опор вала;
- метод не представлял возможности учета нестационарной несоосности опор, связанной с зазорами в коренных подшипниках скольжения.

Указанные недостатки в значительной мере преодолены в последующих работах Е.А.Шороха, Ю.Л.Тарсиса и С.М.Захарова [16-19]. Так, для определения упругих характеристик коленчатого вала было предложено применение метода конечных элементов в трехмерной постановке, не изменяющее, однако, основных положений метода надпорных моментов [16, с. 85-91]. Для этого отдельное колено, ограниченное средними сечениями коренных шеек, моделировалось трехмерными конечными элементами. Коэффициентами влияния являлись углы поворота плоскостей надпорных сечений от действия единичных нагрузок в местах приложения реальных усилий при соответствующих граничных условиях. Последние и являются необходимыми для расчета коэффициентами влияния. Следует отметить, что нахождение углов поворота надпорных сечений более корректная процедура, чем углов поворота упругой линии вала, так как в силу соизмеримости всех размеров элементов колена, а также влияния поперечных сил, различия между ними оказываются весьма существенными. На рис. 3 представлено разбиение колена вала дизеля 10Д100 на конечные элементы [16, с. 85-86].

Для определения упругой податливости опор в кандидатской диссертации Ю.Л.Тарсиса, выполненной под руководством Е.А.Шороха, был применен метод конечных элементов в двухмерной постановке [16, с. 91-96]. Поперечные стойки блока, включающие опорные узлы коренных подшипников, моделировались плоскими конечными элементами. На рис. 4 представлено разбиение отсека дизеля 10Д100. Нагрузка моделировалась с учетом распределения сил, действующих на коренной подшипник, а граничные условия обеспечивали возможность определения упругих смещений опорного узла по отношению к соседним. Результаты расчетов показали хорошее совпадение с экспериментальными, проведенными Е.А.Шорохом [16, с. 96].

И, наконец, для учета гидродинамических зазоров в коренных подшипниках был предложен метод совместного расчета нестационарно нагруженных подшипников и коленчатого вала с использованием автономных моделей [17,20].

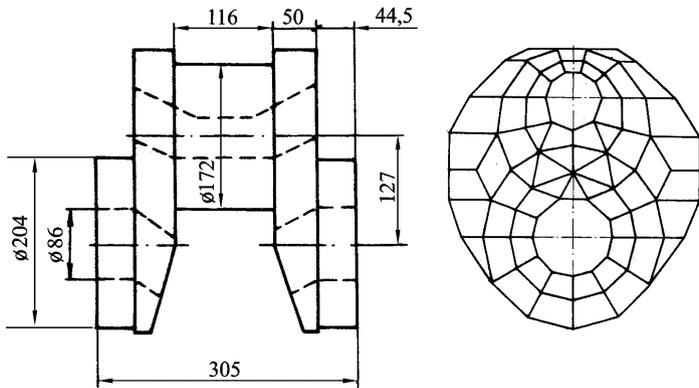


Рисунок 3 – Конечно-элементная модель колена вала

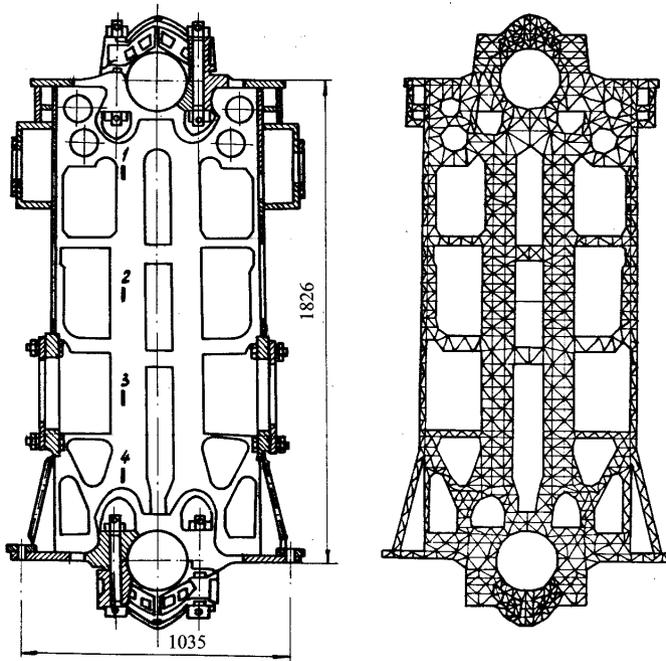


Рисунок 4 Разбивка сечения блока цилиндров тепловозного дизеля 10Д100 на конечные элементы

Параллельно с квазистатическим расчетом развивалась также и методика расчетов колебаний коленчатого вала. В одной из первых работ В.Я.Натанзон рассматривает изгибные колебания коленчатого вала авиационного двигателя, пренебрегая, однако, их связью с крутильными и продольными колебаниями [8, с. 302-349]. Вал рассматривается как многоопорная балка с одним коленом

между опорами и сосредоточенной массой в средней плоскости шатунной шейки. Автор применяет к системе метод начальных параметров (метод остатка). При этом смещение, угол поворота, изгибающий момент и поперечную силу на одном конце записывает через соответствующие величины на другом конце при помощи передаточной матрицы, которую получает из решения задачи о свободных колебаниях колена как стержневой системы (рис. 1, а).

В том же сборнике Ф.М.Диментберг рассматривает применение метода динамических жесткостей (МДЖ) для расчета связанных колебаний [8, с. 248-301]. Этот метод основан на применении величины, характеризующей упруго-инерционное сопротивление колебательной системы или ее части действующему усилию. Динамической жесткостью называют величину, равную отношению амплитуды усилия, возбуждающего гармонические колебания упругой системы, к амплитуде перемещения точки приложения этого усилия. Впервые метод был предложен в 1934 г. применительно к цепным системам В.П.Терских для расчета крутильных колебаний валопроводов [21], а термин динамическая жесткость введен М.Бю в 1940 г. в работе, посвященной связанным колебаниям коленчатых валов авиационных двигателей с гибким винтом [22].

М.Л.Кемпнер для расчета изгибных колебаний коленчатых валов применяет метод динамических податливостей [9, с. 186-245], который развивает применительно к системе с последовательно сопряженными элементами. При этом каждое звено он заменяет рамой как при статическом расчете. Автор отмечает, что деление изгибных колебаний на продольные и поперечные искусственно, поскольку на самом деле эти колебания не существуют друг без друга. Под динамической податливостью упругой системы имеется в виду отношение амплитуды перемещения к амплитуде усилия, которое возбуждает гармонические колебания системы. С помощью этого понятия вопрос об изгибных колебаниях коленчатого вала удалось связать с методами статического расчета.

М.Л.Кемпнер рассматривает два варианта: в 1-м пренебрегает связью между отдельными коленами вала, что осуществляется при помощи шарнира Гюка в надпорном сечении [9, с. 243]; во 2-м – предполагает колена вала жестко заземленными, что характерно для широких подшипников.

На основе перечисленных работ и последующих исследований на кафедре теоретической механики НТУ «ХПИ» под руководством Е.А.Шороха был разработан пакет прикладных программ [19, 23], позволяющий на стадиях проектирования и доводки двигателей проводить широкий спектр расчетных исследований с применением всех существующих расчетных схем для самых различных типов двигателей. Расчет предусматривает, кроме получения упомянутых выше результатов, определение интегральных характеристик прочности – коэффициентов запасов усталостной прочности в наиболее опасных сечениях. Это позволяет учесть, как отдельное, так и совместное влияние наиболее существенных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов на прочностные характеристики вала, блока цилиндров и подшипников.

Для исследования связанных вынужденных колебаний коленчатого вала его заменяют стержневой системой на изотропно-упругих опорах, а расчет проводят с помощью метода динамических жесткостей (МДЖ) [24, 25]. Каждый стержень имеет два узла с шестью степенями свободы в каждом, которые соответствуют изгибу в двух плоскостях, растяжению-сжатию и кручению. Полная модель коленчатого вала может также включать твердые тела, моделирующие присоединенные детали (муфты и маховики), которые обладают только инерционными характеристиками. Матрицы динамической жесткости строят на основе решения дифференциальных уравнений, полученных при рассмотрении изгибных, продольных и крутильных колебаний стержней с бесконечным числом степеней свободы. Заметим, что при частоте, равной нулю, матрицы динамической жесткости переходят в матрицы статической жесткости.

Для каждого участка системы записывают соотношения МДЖ, которые затем с помощью известных рекуррентных зависимостей позволяют получить полную динамическую модель вала. В алгоритме МДЖ учтены ответвления, которыми могут являться, например, противовесы и упругие изотропные опоры. Учитывая также, что коленчатый вал представляет собой пространственную конструкцию, в алгоритме используют матрицы, связывающие локальные и глобальную системы координат. Для расчета вынужденных колебаний применяют разложение сил, действующих на вал, в ряд Фурье и принцип суперпозиции.

Задача идентификации упругих параметров стержней динамической модели (площадей, осевых и полярных моментов инерции сечений, а также длин) решается на основе сопоставления коэффициентов влияния колена вала, полученных с помощью метода конечных элементов, и тех же коэффициентов, полученных для стержневой модели методами сопротивления материалов. Связь искомых параметров стержней с имеющимися коэффициентами влияния определяется прямоугольной матрицей. Для приближенного решения системы линейных алгебраических уравнений с прямоугольной матрицей используется метод наименьших квадратов, с помощью которого минимизируется вектор невязки данной системы.

На основании полученного решения формируется комплект параметров дискретной стержневой модели коленчатого вала. Следует отметить, что найденные в результате идентификации величины совершенно не согласуются с их аналогами, определенными по чертежам, особенно для щек. Это подтверждает тот факт, что колено вала находится в существенно трехмерном напряженно-деформированном состоянии и замена его стержневой моделью невозможна без проведения подобной идентификации. Предложенный метод реализован в виде программного модуля и включен в пакет прикладных программ по расчету связанных вынужденных колебаний коленчатого вала на ПЭВМ. Кроме того, в пакет включена программа определения собственных частот вала.

В качестве примера рассматривается 8-ми цилиндровый V-образный дизель 8ЧН16.5/18.5, устанавливаемый на промышленный трактор. Его вал имеет четыре колена с двумя шатунами на одной шейке. Квазистатические расчеты и

динамические для частоты вращения вала 193,63 рад/с (1850 об/мин) с учетом 20 гармоник возбуждения показали хорошее совпадение по запасам прочности. На рис. 5 приведены графики коэффициентов запаса прочности для всех восьми щек коленчатого вала.

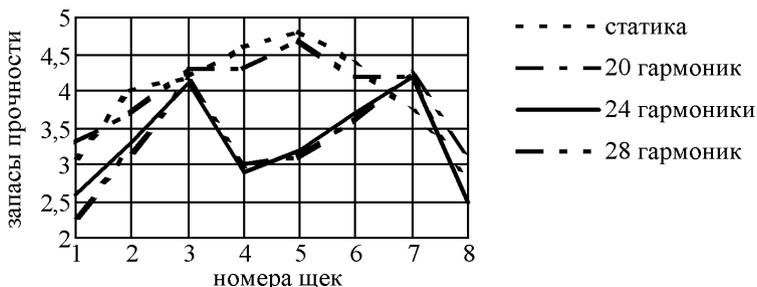


Рисунок 5 – Запасы усталостной прочности в щеках вала

Однако учет большего количества гармоник в возбуждении показал существенное уменьшение запасов прочности в середине вала, а именно в галтелях 4, 5 и 6-й щеки. На рисунке хорошо видно, как уменьшаются коэффициенты запаса прочности при учете 24 и 28 гармоник возбуждения. Этот результат объясняется интенсивными изгибными колебаниями с частотой 21-й гармоники возбуждения. Дело в том, что частота этой гармоники равна 2033 рад/с, а собственная частота колебаний вала – 2045 рад/с. Однако истинные значения амплитуд колебаний должны быть значительно ниже расчетных, так как при расчете не учитывалось демпфирование, которое для высоких частот колебаний оказывает существенное влияние, особенно в районе резонанса. Таким образом, квазистатический расчет дает вполне приемлемые результаты и его применение вместо динамического на протяжении многих лет достаточно обосновано. Применение указанного пакета программ позволило практически с единых позиций использовать квазистатический и динамический подходы к оценке прочности коленчатых валов на основе более адекватных и сопоставимых математических моделей, а, следовательно, существенно повысить как возможности, так и достоверность расчетных исследований.

Список литературы: 1. Радциг А.А. История теплотехники. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1936. – 430 с. 2. Тимошенко С.П. Прочность и колебания элементов конструкций. – М.: Наука, 1975. – 704 с. 3. Ларин А.А. Развитие методов расчета крутильных колебаний в Харьковском политехническом институте с 1939 по 1970 годы // Вестник НТУ «ХПИ». Динамика и прочность машин. – Харьков. – 2007. – Вып. 22. – С. 90-98. 4. Сборник докладов по динамической прочности деталей машин (труды совещания). – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1946. – 256 с. 5. Девильер Р. Легкие двигатели внутреннего сгорания. Т. 1. – Л.: ГИЗ, 1929. – 472 с. 6. Тимошенко С.П., Лессельс Дж. Прикладная теория упругости. – Л.: ГИЗ, 1931. – 392 с. 7. Трапезин И.И. Расчет неразрезного многоколенчатого вала. – ОНТИ, НКТП, 1937. – 138 с. 8. Динамика и прочность коленчатых валов. Сб. статей под ред. С.В.Серенсена. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – 422 с. 9. Динамика и прочность коленчатых валов. Сб. статей под ред. С.В.Серенсена. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1950. – 296 с. 10. Поперечные колебания и критические скорости. Сборник первый. – М.: Изд-во АН СССР, 1951. – 270 с. 11. Поперечные колебания и критические скорости. Сборник второй. – М.: Изд-во АН

СССР, 1953. – 238 с. **12.** Гроза В.Ф., Шорох Е.А. К расчету многоопорных коленчатых валов в матричной форме // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1964. – № 9. – С 91-98. **13.** Шорох Е.А. К статическому расчету коленчатого вала на упругих опорах // Динамика и прочность машин. – 1965. – Вып. 1. – С. 156-159. **14.** Шорох Е.А. Матричная форма статического расчета многоопорных коленчатых валов. Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1966. – 154 с. **15.** Гроза В.Ф., Шорох Е.А. Статический расчет многоопорного коленчатого вала на упругих опорах // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1968. – № 8. – С 46-51. **16.** Тарсис Ю.Л. Расчетный метод определения усилия в коленчатых валах с учетом упругой податливости и несоосности гидродинамических опор скольжения. Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1985. – 214 с. **17.** Захаров С.М., Тарсис Ю.Л., Шорох Е.А. Совместный расчет многоопорного коленчатого вала и подшипников скольжения // Вестник машиностроения. – 1985. – № 1. – С. 5-7. **18.** Тарсис Ю.Л., Андреев Ю.М., Ларин А.А. Эффективная организация расчета деформаций коленчатых валов при сложных программах нагружения // Динамика и прочность машин. – Харьков: ХПИ. – 1987. – Вып. 46. – С. 107-110. **19.** Тарсис Ю.Л. Компьютерное моделирование в динамике и прочности коленчатых валов и коренных подшипников ДВС // Вестник инженерной академии Украины. - Спец. вып. КВ № 2635. – Харьков. – 2000. – С. 403-406. **20.** Захаров С.М., Эрдман В.Ф. Моделирование и анализ работы подшипников коленчатого вала дизеля в системе автоматизированного проектирования // Двигателестроение. – 1979. – № 9. – С. 19-22. **21.** Терских В.П. Метод цепных дробей. – Л.: Судпромгиз, 1955. – 420 с. **22.** M. Biot Coupled Oscillations of Aircraft Engine-propeller Systems // Journ. of Aeron. Sciences. – № 9. – 1940. **23.** Исследование статической и динамической прочности коленчатого вала и блока дизеля промышленного трактора / Отчет о НИР (заключительный) // Харьковский политехнический институт № ГР 0187.0051370. Инв. № 0290.00320021.– Харьков, 1989. – Часть I. – 59 с.; Часть III. – 93 с. **24.** Дондошанский В.К. Расчеты колебаний упругих систем на электронных вычислительных машинах. – М.-Л.: Машиностроение, 1965. – 367 с. **25.** Тарсис Ю.Л. Расчет вынужденных связанных колебаний коленчатого вала ДВС // Динамика и прочность машин. – Харьков. – 1997. – Вып. 55. – С. 126-134.

Поступила в редколлегию 22.02.2008.