

С.В. ФИЛИПКОВСКИЙ, канд.техн.наук, ст.науч.сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;

К.В. АВРАМОВ, докт.техн.наук, вед.науч.сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков

КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ ТОПЛИВОПОДАЮЩЕГО ТРАКТА РАКЕТЫ

Запропоновано метод аналізу частот і форм поздовжніх коливань рідини в магістралі окислювача рідинного ракетного двигуна. Розроблено скінчений елемент, що враховує стискальність рідини й пружність стінок труби. Запропонований скінчений елемент, який апроксимує гідроамортизатор, що знижує власні частоти.

The method of a liquid longitudinal oscillations modal analysis in an oxidizer line of the fluid-propellant rocket engine is offered. The finite element which is taking into account a liquid compressibility and the pipe walls elasticity is developed. The finite element which approximates the hydroshock reducer that decreases the natural frequencies is offered.

Постановка задачи

Расчет топливного тракта ракеты имеет особую важность, так как в случае неправильного проекта магистрали окислителя ее колебания могут попасть в резонанс с колебаниями корпуса и привести к аварии.

Основы проектирования трубопроводов и гидравлических агрегатов летательных аппаратов (ЛА) рассмотрены в книгах [1,2]. В них объяснены специфика применения законов гидравлики к расчету статики и динамики трубопроводов, насосов, регулирующих и управляющих агрегатов. В монографии [3] изложена методика анализа колебаний топливных баков с жидкостью, динамических характеристик упруго подвешенных топливных магистралей с криволинейными участками. В монографии [4] исследованы автоколебания, возникающие в результате взаимодействия продольных упругих колебаний корпуса ракеты с динамическими процессами, протекающими в двигательной установке. Книга [5] посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию низкочастотных колебаний давления и расхода в гидравлических системах, включающих высокооборотные шнекоцентробежные насосы. Для описания изменения амплитуд, а также сдвигов фаз скорости и давления жидкости использованы уравнения четырехполосника [3,4] и импедансного метода [5]. Аналитическое решение уравнений движения этими методами дает высокую точность результатов но требует выполнения громоздких преобразований.

Целью настоящей статьи является разработать методику анализа топливных магистралей произвольной конфигурации и определить резонансные частоты колебаний магистрали окислителя ЖРД.

Математическая модель на основе конечноэлементной дискретизации

При создании расчетной схемы трубопровода принимаем [3–5], что скорость течения мала по сравнению со скоростью звука в трубе, вязкое сопротивление не учитываем, жидкость считаем сжимаемой, а стенки труб упругими.

Для применения к рассматриваемой задаче метода конечных элементов (МКЭ) произведем дискретизацию трубы вдоль осевой линии одномерными конечными элементами с линейным распределением скорости и давления вдоль элемента. Чтобы получить матрицы конечного элемента рассмотрим малый отрезок трубы длиной Δl (рис. 1).

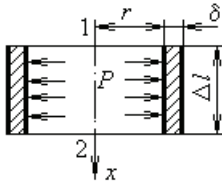


Рисунок 1 – Отрезок трубопровода с жидкостью

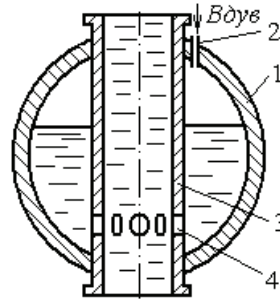


Рисунок 2 – Схема газожидкостного демпфера

Согласно [1], потенциальная энергия деформации ΔW_{Π} упругой трубы со сжимаемой жидкостью равна

$$\Delta W_{\Pi} = p^2 S \left(\frac{r}{\delta E} + \frac{1}{2K} \right) \Delta l = \frac{p^2 S \Delta l}{2\rho c_0^2}, \quad (1)$$

где p – избыточное давление жидкости, $S = \pi r^2$ – площадь сечения трубы, r – радиус трубы, δ – толщина стенки трубы, E – модуль упругости материала трубы, $K = \rho c^2$ – объемный модуль упругости жидкости, Δl – длина отрезка трубы, ρ – плотность жидкости, c – скорость звука в жидкости, $c_0 = 1/\sqrt{\rho/K + (2r\rho)/(\delta E)}$ – скорость распространения возмущения в трубе (формула Жуковского).

Изменение объема жидкости ΔV от действия избыточного давления p определяется так

$$p = K \frac{\Delta V}{V}, \quad (2)$$

где V – объем жидкости до действия давления. Обозначим перемещения верхнего и нижнего сечений рассматриваемого объема жидкости в трубе X_1 и

X_2 , тогда

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{X_1 - X_2}{\Delta l}. \quad (3)$$

Обозначив перемещения сечения жидкости вдоль трубы X , в пределе получим, что формула (3) может быть представлена так:

$$p = K \frac{\partial X}{\partial x}. \quad (4)$$

где x – координата вдоль оси трубы. Подставив (4) в (1) и проинтегрировав по длине элемента, получим

$$W_{\Pi} = \int_0^L \frac{c^2 \rho S}{2} \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right)^2 dx. \quad (5)$$

Кинетическая энергия рассматриваемого отрезка трубы ΔW_K включает только кинетическую энергию жидкости в продольном движении. Она определяется так:

$$\Delta W_K = \rho S \Delta l \frac{u^2}{2}, \quad (6)$$

где u – скорость жидкости в трубе, которая определяется так:

$$u = u_0 + \partial X / \partial t, \quad (7)$$

где u_0 – скорость невозмущенного потока. Кинетическую энергию стенок трубы не учитываем. Согласно [3–5] скорость невозмущенного потока мала по сравнению со скоростью жидкости: $u_0 \ll \partial X / \partial t$ и

$$u \approx \frac{\partial X}{\partial t}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (6) и проинтегрировав по длине элемента, получим

$$W_K = \int_0^L \frac{\rho S}{2} \left(\frac{\partial X}{\partial t} \right)^2 dx. \quad (9)$$

Поскольку принимается линейное распределение переменной величины X вдоль конечного элемента, то ее можно выразить через узловые значения элемента $X_i(t)$ и $X_j(t)$ следующим образом

$$X = X_i(t) \left(1 - \frac{x}{L} \right) + X_j(t) \left(\frac{x}{L} \right) = \left[\left(1 - \frac{x}{L} \right) \quad \left(\frac{x}{L} \right) \right] \begin{Bmatrix} X_i(t) \\ X_j(t) \end{Bmatrix} = [N] \{X\}, \quad (10)$$

где $N_i = 1 - x/L$, $N_j = x/L$ – функции формы конечного элемента. Подставив (10) в (5) и (9) и, пользуясь вариационным принципом Лагранжа, получаем матрицы конечного элемента трубы с жидкостью [7]. Матрица жесткости принимает вид:

$$[k] = \frac{c^2 \rho S}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad (11)$$

а матрицу инерции представим так

$$[m] = \frac{\rho SL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Матрицы для всего трубопровода получаем стандартной процедурой объединения матриц МКЭ [7].

Граничное условие на конце трубопровода, примыкающем к насосу, описывает отсутствие колебаний расхода. Его можно представить так: $X = 0$.

Конечноэлементная аппроксимация газожидкостного демпфера

Для снижения частоты первого тона колебаний применяют устройство, называемое газожидкостным демпфером (рис. 2). Он представляет собой полость 1, верхняя часть которой заполнена инертным газом. При колебаниях давления в трубопроводе 3 жидкость перетекает через отверстия 4 в полость и обратно, при этом газ выполняет роль упругого элемента с малой жесткостью. Количество газа в полости регулируется подачей через клапан 2.

В первом приближении газожидкостный упругий элемент удобно аппроксимировать одномерным конечным элементом как и трубопровод с жидкостью (рис. 3). Предположим, что газ изменяет свои давление и объем по адиабатическому процессу, так как упругий элемент имеет термоизолирующее покрытие, а материал стенки линейно деформируется при изменении давления от нуля до амплитудного значения. Определим упругие свойства стенки аппроксимирующего элемента при следующих допущениях.

1) Объем жидкости, перетекающий из трубопровода в упругий элемент и обратно в процессе его работы, равен изменению объема аппроксимирующего элемента за счет изменения радиуса при изменении давления жидкости.

2) Объем вытесненной жидкости равен изменению объема газа в газожидкостном упругом элементе.

3) Работа сил давления жидкости при растягивании стенки аппроксимирующего элемента равна работе сил упругости этой стенки.

4) Работа сил упругости стенки аппроксимирующего элемента равна работе газа при изменении объема и давления.

Потенциальная энергия деформации стенки аппроксимирующего элемента $\Delta W_{\text{ПА}}$ равна работе силы давления на пути Δr . Если считать, что сила изменяется от нуля до конечной величины по линейному закону, то

$$W_{\text{ПА}} = \frac{2\pi r L p_2 \Delta r}{2} = \pi p_2 r L \Delta r, \quad (13)$$

где $2\pi r L$ – площадь поверхности, к которой прикладывается давление, p_2 – конечная величина давления.

Представим закон Гука для стенок трубы так:

$$\sigma = E_A \frac{\Delta r}{r}, \quad (14)$$

где σ – нормальное напряжение в материале стенки трубы; E_A – модуль

упругости материала стенки трубы. Нормальное напряжение σ связано с давлением p_2 так:

$$\sigma = p_2 \frac{r}{\delta_A}, \quad (15)$$

где δ_A – толщина стенки аппроксимирующего элемента. Подставив (15) и (14) в (13) получим

$$W_{\text{ПА}} = \frac{\pi p_2^2 r^3 L}{\delta_A E_A}. \quad (16)$$

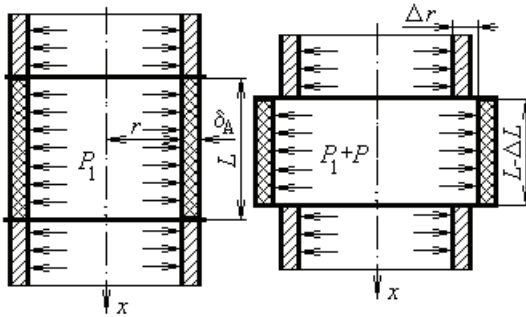


Рисунок 3 – Конечноэлементная модель газожидкостного упругого элемента

Работа A , совершаемая газом при адиабатическом расширении, определяется так [8]

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right], \quad (17)$$

где p_1 и p_2 – давление в начале и в конце процесса, V_1 и V_2 – объем газа в начале и в конце процесса, γ – показатель адиабаты.

Давление в газожидкостном упругом элементе представим так:

$$p_2 = p_1 + p,$$

где p_1 – номинальное давление, поддерживаемое постоянной подачей газа в газожидкостный упругий элемент, p – амплитудное отклонение давления.

Изменение объема газа ΔV в газожидкостном демпфере определяется так

$$\Delta V = V_1 - V_2. \quad (18)$$

Эквивалентное увеличение объема трубы аппроксимирующего элемента от действия внутреннего давления равно

$$\Delta V = 2\pi r \Delta r (L - \Delta L) \approx 2\pi r L \Delta r. \quad (19)$$

Увеличение радиуса Δr вследствие приращения давления p равно

$$\Delta r = \frac{pr^2}{\delta_A E_A}. \quad (20)$$

Изменение объема жидкости в трубе упругого элемента равно

$$\Delta V = S\Delta l = \pi r^2 \Delta L. \quad (21)$$

Подставив (20) в (13) получим

$$W_{\text{ПА}} = \frac{\pi r^3 L p_2^2}{\delta_A E_A}. \quad (22)$$

Учитывая, что давление в трубопроводе меняется от p_1 до p_2 , приравняем энергию деформации (22) работе (17)

$$\frac{\pi r^3 L (p_2^2 - p_1^2)}{\delta_A E_A} = -\frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]. \quad (23)$$

Подставив (21) в (18), с учетом (19), (20) и (23) получим

$$V_1 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] = \pi r^2 \Delta L. \quad (24)$$

Приравняв (11) и (19) с учетом (20) и (23) получим

$$\frac{\pi r^3 (2p_1 + p) p L}{\delta_A E_A} = -\frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_1 + p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right], \quad (25)$$

Поскольку мы предполагаем, что $0 < p < p_1$, выполним линейризацию

$$\left(\frac{p_1 + p}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(1 + \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \approx 1 - \frac{p}{\gamma p_1}.$$

С учетом того, что для инертных газов $\gamma=5/3$, получим выражение:

$$\delta_A E_A = \frac{20\pi r^3 L p_1}{7 \left[1 - \left(\frac{28}{68} \right)^{0,6} \right] V_1} = 21,744 \frac{r^3 L p_1}{V_1}. \quad (28)$$

Начальные значения давления p_1 и объема газа V_1 в газожидкостном упругом элементе известны. Величины L и r выбираем произвольно, например, равными характерным размерам упругого элемента.

Колебаний топливных магистралей

Рассмотрена магистраль окислителя, состоящая из пяти участков труб постоянного поперечного сечения. Первый участок соединен с баком. На конце магистрали установлен газожидкостный упругий элемент, за ним сле-

дует насос. Параметры этой магистрали представлены в табл. 1. Начальные объем и давление газа $V_1 = 0,040 \text{ м}^3$, $p_1 = 7 \cdot 10^5 \text{ Па}$, свойства жидкости: $\rho = 1,285 \text{ кг/м}^3$, $c = 910 \text{ м/с}$.

Таблица 1.

Участок	1	2	3	4	5
l , м	0,280	5,610	2,472	2,613	0,300
D , м	0,588	0,581	0,390	0,400	0,500
δ , м	0,0011	0,0035	0,0035	0,003	0,003
E , Па	$0,69 \cdot 10^{11}$	$0,69 \cdot 10^{11}$	$0,69 \cdot 10^{11}$	$2,1 \cdot 10^{11}$	$2,1 \cdot 10^{11}$

В табл. 2 представлены результаты расчета. Результаты расчета магистрали с демпфером представлены в последних двух столбцах, а результаты расчета без демпфера в первых двух столбцах. Рядом с результатами расчета МКЭ даны результаты расчета импедансным методом [3–5]. Как видно из таблицы, результаты близки.

Таблица 2.

Номер частоты	Аналитический метод	МКЭ	Аналитический метод	МКЭ
ω_1 , Гц	16,081	13,872	2,401	2,878
ω_2 , Гц	35,115	32,238	23,198	24,694
ω_3 , Гц	62,791	59,071	53,324	46,842

Исследованы колебания разветвленной магистрали окислителя (рис. 4), параметры, которой приведены в таблице 3. Первый и второй участки подводят жидкость от бака к разветвлению, затем идут по два участка в двух одинаковых ветвях трубопровода. На концах ветвей перед насосами установлены газожидкостные упругие элементы с параметрами: $V_1 = 0,020 \text{ м}^3$, $p_1 = 7 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

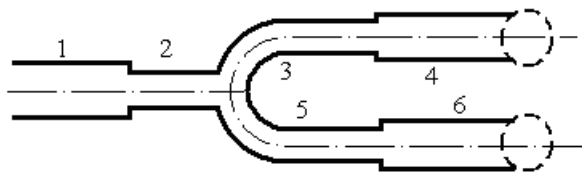


Рисунок 4 – Схема разветвленной магистрали окислителя

Результаты расчета представлены в табл. 4. В первых двух столбцах табл. 4 даны результаты расчета частот колебаний без демпфера. В последних двух столбцах даны частоты трубопровода с демпферами. Для сравнения

приведены результаты расчета по МКЭ и данные полученные методом четырехполюсника [3–5].

Таблица 3.

Участок	1	2	3	4	5	6
l , м	2,302	5,67	1,512	4,818	1,512	4,818
r , м	0,2905	0,2	0,125	0,14	0,125	0,14
δ , м	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,002	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,002
E , Па	$0,69 \cdot 10^{11}$	$0,69 \cdot 10^{11}$	$2,1 \cdot 10^{11}$	$2,1 \cdot 10^{11}$	$2,1 \cdot 10^{11}$	$2,1 \cdot 10^{11}$

Таблица 4.

Номер частоты	Аналитический метод	МКЭ	Аналитический метод	МКЭ
ω_1 , Гц	13,057	11,894	2,259	3,708
ω_2 , Гц	33,590	33,626	21,980	22,619
ω_3 , Гц	54,071	55,405	46,120	46,783

Как следует из результатов расчета, использование двух демпферов, является эффективным средством гашения колебаний.

Заключение

В работе получена математическая модель на основе МКЭ колебаний окислителя в магистралях ЖРД. Разработана линейная модель газожидкостного демпфера колебаний. Разработаны методы анализа колебаний окислителя в магистралях с демпфером и без него.

В работе анализу подвергались магистрали окислителя различной конфигурации. Все проанализированные магистрали имеют первую собственную частоту колебаний около 11÷14 Гц. Это значение частоты близко к частоте первого тона колебаний корпуса ракеты. Во всех исследованных в работе магистралях удалось первую собственную частоту колебаний окислителя вывести из опасного частотного диапазона благодаря использованию одного или двух газожидкостных упругих элементов.

Список литературы: 1. Баишта Т.М. Гидравлические приводы летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1967. – 498 с. 2. Гликман Б.Ф. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1989. – 296 с. 3. Колесников К.С., Самойлов Е.А., Рыбак С.А. Динамика топливных систем ЖРД. – М.: Машиностроение, 1975. – 172 с. 4. Натанзон М.С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты. – М.: Машиностроение, 1977. – 206 с. 5. Пилипенко В.В., Задонцев В.А., Натанзон М.С. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем. – М.: Машиностроение, 1977. – 352 с. 6. Овсянников Б.В., Боровский Б.И. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1986. – 376 с. 7. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с. 8. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. – М.: Наука, 1970. – 512 с.

Поступила в редколлегию 22.06.2009