УДК 534.014.4

А.С.СТЕПЧЕНКО, доцент, канд.техн.наук, НТУ «ХПИ»

ПОСТРОЕНИЕ СУПЕРЭЛЕМЕНТА РОТОРА С УЧЕТОМ ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ МЕТОДОМ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

У даній статті пропонується метод побудови суперелемента ротора з урахуванням пружності мастильної плівки в підшипниках ковзання. Передбачається що ротор однопрогоновий, на кінцях ротора підшипники ковзання і проміжних опор немає. Для побудови матриці динамічної жорсткості суперелемента використається метод початкових параметрів. При цьому враховується ексцентриситет у дисках і формується вектор вимушеного навантаження у супервузлах.

In given article the method of construction of a superelement of a rotor with a glance of oil film elasticity in bearings of sliding is offered. The rotor one-flying Is supposed that, on the ends of a rotor bearings of sliding and intermediate support are not present. For construction of a matrix of dynamic rigidity of a superelement the method of initial parameters is used. Thus it is considered eccentricity in disks and the vector of forcing loading in supernodes is formed.

1 Введение

Обеспечение надежной работы турбоагрегата на современных атомных и тепловых электростанциях во многом определяется вибрационными характеристиками как отдельных его элементов, так и системы турбоагрегат-фундамент в целом. Однако детальное моделирование всех элементов такой сложной системы как турбоагрегат-фундамент при расчете ее динамических характеристик не рационально. Более эффективно путь – это создание детальных моделей отдельных частей системы, с приближенным моделированием остальных. Разработаны, и показали свою эффективность модели системы турбоагрегат-фундамент с детальным моделированием роторной части турбоагрегата [1] и статорной части турбоагрегата [2,3]. Однако в обоих подходах учет отброшенных статорной и роторной частей, соответственно, носит слишком приближенный характер. Поэтому актуальной задачей является построение компактных упрощенных моделей роторной и статорной частей системы турбоагрегат-фундамент.

В данной работе предлагается метод построения суперэлементной модели ротора с учетом подшипников скольжения. При этом используется технология метода начальных параметров, который хорошо зарекомендовал себя при расчете как собственных, так и вынужденных колебаний роторов [4, 5]. Особенностью предлагаемого метода является линеаризованная модель подшипника скольжения, которая позволяет учесть податливость масляной пленки. Предложенный метод позволяет не только получить матрицу жесткости суперэлемента ротора, но вынуждающую нагрузку от эксцентриситета дисков, приведенную к узлам сочленения со статорной частью конструкции турбины.

2 Постановка задачи

Необходимо на основе метода начальных параметров (МНП) построить модель ротора с учетом упругости масляной пленки в подшипниках скольжения. Базовая модель - это один пролет ротора с подшипниками скольжения на обоих концах без промежуточных опор. Ротор может иметь участки кольцевого поперечного сечения с постоянным диаметром по длине участка, а также участки соответствующие дискам. При этом необходимо учесть внешнюю нагрузку порождаемую эксцентриситетом дисков. Матричное соотношение МНП для пролета ротора, который рассматривается как суперэлемент (СЭ), алгебраическими преобразованиями необходимо привести к виду матричных соотношений метода конечных элементов.

3 Моделирование ротора с учетом подшипника скольжения МНП

Для моделирования ротора турбоагрегата методом начальных параметров предлагается разбить его на следующие участки:

- безмассовый упругий стержень кольцевого поперечного сечения;
- массовый элемент, обладающий инерцией поворота;
- элемент – подшипник скольжения, учитывающий упругость масляной пленки.

При построении матриц перехода через участки ротора будем считать, что упругие характеристики в направлении ***X*** и ***Y*** общей системы координат различаются из-за действия связывающих сил определяемых масляной пленкой подшипника скольжения (ось ***Z*** направлена вдоль оси ротора). Поэтому рассматриваются изгибные колебания ротора в 2-х плоскостях, и каждый вектор параметров имеет две компоненты.

Вектор столбец для прогонки МНП имеет вид:

$$\left\{\overleftrightarrow{X}\right\}^T = \left\{\overrightarrow{F}, \overrightarrow{M}, \vec{\varphi}, \vec{\delta}, \vec{n}\right\}, \tag{1}$$

где $\overrightarrow{F}$ – вектор перерезывающей силы; $\overrightarrow{M}$ – вектор изгибающего момента; $\vec{\varphi}$ – вектор угла поворота; $\vec{\delta}$ – вектор перемещений; $\vec{n}$ – единичный вектор соответствующий внешней нагрузке от неуравновешенности ротора.

Связь между параметрами (i+1)–й участка ротора с i–й участком в общем случае имеет вид:

$$\left\{\overleftrightarrow{X}\right\}_{i+1} = \left[G_i\right] \cdot \left\{\overleftrightarrow{X}\right\}_i = \begin{bmatrix} A_i & S_i \\ 0 & E \end{bmatrix} \cdot \left\{\overleftrightarrow{X}\right\}_i, \tag{2}$$

где $[G_i]$ – матрица прогонки через i–й участок ротора; $[A_i]$ – блок матрицы прогонки соответствующий матрице перехода через i–й участок ротора; $[S_i]$ – блок матрицы прогонки соответствующий матрице векторов внешней нагрузки от неуравновешенности на i–том участке ротора; $[E]$ – единичная матрица размерностью вектора $\vec{n}$.

Блоки матрицы прогонки через участок безмассового упругого стержня в векторном виде запишутся следующим образом [6]:

$$
\left[A_i\right]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -L_i & 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{L_i^2}{2EI_i} & \dfrac{L_i}{EI_i} & 1 & 0 \\ \dfrac{L_i^3}{6EI_i} & \dfrac{-L_i^2}{2EI_i} & L_i & 1 \end{bmatrix}, \ \left[S_i\right]=0\,, \tag{3}
$$

где L_i, I_i – длина и момент инерции i–го участка ротора; E – модуль упругости.

Блоки матрицы прогонки через участок элемента массы в векторном виде запишутся следующим образом [6]:

$$
\left[A_i\right]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \mathrm{m}_i\omega^2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \left[S_i\right]=\begin{bmatrix} \mathrm{m}_i\omega^2 r_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{4}
$$

где m_i – масса i–го участка ротора; ω – частота вынужденных колебаний; r_i – векторный оператор, который определяется следующим выражением:

$$
r_i=\left(e_x^i+e_y^i\vec{k}\right)\times\vec{i}\,, \tag{5}
$$

где e_x^i, e_y^i – эксцентриситеты i–го диска в направлении соответствующих осей.

Для моделирования сил, действующих в подшипнике скольжения, предлагается использовать теоретическую модель Э.Поздняка [7,8]. Согласно этой теории при вращении вала в подшипнике скольжения на него действует гидродинамическая упруго-инерционная сила смазывающего масла, проекции F_x, F_y которой определяются следующими выражениями:

$$
\begin{cases} F_x=-C_{xx}u-C_{xy}v-\chi_{xx}\dot{u}-\chi_{xy}\dot{v}-j_{xx}\ddot{u}-j_{xy}\ddot{v}; \\ F_y=-C_{yx}u-C_{yy}v-\chi_{yx}\dot{u}-\chi_{yy}\dot{v}-j_{yx}\ddot{u}-j_{yy}\ddot{v}; \end{cases} \tag{6}
$$

где C, χ, j – коэффициенты упругости, демпфирования и инерции масляного слоя, соответственно; u, v – компоненты вектора перемещений $\vec{\delta}$, в направлении $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ соответственно.

В первом приближении, учитывая малость скорости и ускорения масляного слоя по сравнению с перемещениями, слагаемые, учитывающие вязкое трение и инерционность масла, можно отбросить. Считая подшипник коротким и угловую жесткость масла малой, предлагается следующая механическая модель подшипника:

- корпус подшипника моделируется как абсолютно жесткое тело;
- в точке стыковки ротора и корпуса турбины перемещения совпадают и определяется упруго-инерционными силами смазывающего масла в

подшипнике (6), а углы поворота не зависят друг от друга.

С учетом принятой модели подшипника и выражениями сил реакции масляного клина (6), связь между компонентами вектора сил $\vec{F}$ и перемещений $\vec{\delta}$ в узлах *i* и *(i+1)* имеет вид:

$$\begin{cases} F_x^i = F_x^{i+1} = C_{xx}\left(u_{i+1} - u_i\right) + C_{xy}\left(v_{i+1} - v_i\right); \\ F_y^i = F_y^{i+1} = C_{yx}\left(u_{i+1} - u_i\right) + C_{yy}\left(v_{i+1} - v_i\right); \end{cases} \tag{7}$$

а вектора моментов и углов поворота определяются равенствами:

$$\left\{\overrightarrow{M}_i\right\} = \left\{\overrightarrow{M}_{i+1}\right\} = 0; \quad \left\{\vec{\varphi}_i\right\} = \left\{\vec{\varphi}_{i+1}\right\}. \tag{8}$$

Коэффициенты упругой жесткости масляной пленки *C* определяются из нелинейной системы уравнений, решение которой Э.Позняком [7] сведено к 12 интегралам, первые четыре определяют упругость масляного слоя :

$$C_{xx} = \frac{\mu\omega l}{\psi^3} I_1; \quad C_{xy} = \frac{\mu\omega l}{\psi^3} I_2; \quad C_{yx} = \frac{\mu\omega l}{\psi^3} I_3; \quad C_{yy} = \frac{\mu\omega l}{\psi^3} I_4; \tag{9}$$

где μ – динамическая вязкость масла; ψ – относительный зазор (отношение характерного зазора к радиусу подшипника); l – длина подшипника; $I_1 \div I_4$ – интегралы Поздняка.

Если записать связь между силами и перемещениями, действующими в подшипнике (7), в виде суммы симметричной и антисимметричной матрицы:

$$\begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_1' \\ C_1' & C_{yy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_2' \\ -C_2' & 0 \end{bmatrix}, \tag{10}$$

где $C_1' = \left(C_{xy} + C_{yx}\right)/2; \quad C_2' = \left(C_{xy} - C_{yx}\right)/2$.

Первое слагаемое равенства (10) определяет упругую силу масляной пленки, а второе поворот ее как единого целого. В высокооборотных роторах неконсервативная сила, определяемая тензором поворота, действует как демпфирующая, и ее влияние рассматривается при учете демпфирования [9]. Разрешая уравнение (7) относительно компонент вектора перемещений и отбрасывая силы определяемые тензором поворота, получим:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_i + \begin{bmatrix} \dfrac{C_{yy}}{C_3'} & -\dfrac{C_1'}{C_3'} \\ -\dfrac{C_1'}{C_3'} & \dfrac{C_{xx}}{C_3'} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_i + \left[C_{\Pi}^{\mathrm{i}}\right] \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}_i; \tag{11}$$

где $C_3' = C_{xx}C_{yy} - C_1'^2$.

Из условий (7,8) и выражения (11) получим блоки матрицы прогонки через подшипник в следующем виде:

$$\left[A_i\right]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ C_{П}^{i} & 0 & & 1 \end{bmatrix},\quad \left[S_i\right]=0\,. \tag{12}$$

4 Получение матрицы динамической жесткости суперэлемента ротора

Связь между начальными и конечными параметрами пролета ротора может быть представлена в блочном виде:

$$\begin{Bmatrix} q_N \\ P_N \\ n \end{Bmatrix}=\left[G_n\right]\cdot\left[G_{n-1}\right]\cdots\left[G_i\right]\cdots\left[G_2\right]\cdot\left[G_1\right]\begin{Bmatrix} q_0 \\ P_0 \\ n \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & S_1 \\ A_{21} & A_{22} & S_2 \\ 0 & 0 & E \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} q_0 \\ P_0 \\ n \end{Bmatrix}, \tag{13}$$

где q_N, q_0 – вектора соответствующие геометрическим параметрам в конце и в начале ротора соответственно; P_N, P_0 – вектора соответствующие силовым параметрам в конце и в начале ротора соответственно; A_{ki} – блоки матрицы перехода через ротор, соответствующие геометрическим ($k,j = 1$) и силовым ($k,j = 2$) параметрам; S_k – блоки матрицы векторов внешней нагрузки от неуравновешенности, соответствующие геометрическим ($k = 1$) и силовым ($k = 2$) параметрам.

В методе конечных элементов связь устанавливается между силовыми и геометрическими параметрами суперэлемента. Запишем выражение (13) в виде системы блочных уравнений относительно силовых параметров P_N, P_0 и геометрических q_N, q_0:

$$\begin{cases} q_n = A_{11}q_0 + A_{12}P_0 + S_1 n \\ P_n = A_{21}q_0 + A_{22}P_0 + S_2 n \end{cases}. \tag{14}$$

Разрешив уравнения (14) относительно силовых параметров, получим уравнение вынужденных колебаний суперэлемента ротора:

$$\left[Z_{PT}(\omega)\right]\begin{Bmatrix} q_0 \\ q_N \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} P_0 \\ P_N \end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix} F_0 \\ F_N \end{Bmatrix}, \tag{15}$$

где: $[Z_{PT}(\omega)]$ – матрица динамической жесткости суперэлемента ротора, которая определяется через матрицы перехода через ротор равенством:

$$\left[Z_{PT}(\omega)\right]=\begin{bmatrix} -A_{12}^{-1}A_{11} & A_{12}^{-1} \\ A_{21}-A_{22}A_{12}^{-1}A_{11} & A_{22}A_{12}^{-1} \end{bmatrix}, \tag{16}$$

а элементы векторов внешней нагрузки F_N, F_0, вызываемой эксцентриситетом дисков ротора, определяются из следующей системы равенств:

$$\begin{cases} \overline{S}^{1} = -A_{12}^{-1}S_1, \quad \overline{S}^{2} = S_2 - A_{22}A_{12}^{-1}S_1, \\ \mathbf{f}_{i0} = \sum\limits_{j=1}^{4}\overline{\mathbf{s}}^{1}_{ij}, \quad \mathbf{f}_{iN} = \sum\limits_{j=1}^{4}\overline{\mathbf{s}}^{2}_{ij}, \quad i = 1 \div 4. \end{cases} \tag{16}$$

Выводы

1 Предложена линеаризованная модель учета жесткости масляной пленки в подшипнике.
2 Использование МНП позволяет одновременно определять матрицу динамической жесткости суперэлемента ротора и вектор внешней нагрузки, вызванный небалансом ротора, в узлах стыковки подшипника и корпуса турбины.
3 При данном подходе используется малый объем памяти и нет требуется обращение матриц высокого порядка.
4 Разработанный метод позволяет эффективно учитывать ротор на подшипниках скольжения при моделировании системы турбоагрегат-фундамент.

Список литературы: 1. *Шульженко Н.Г., Воробьев Ю.С.* Численный анализ колебаний системы турбоагрегат-фундамент. – К.: Наукова думка, 1991. – 232 с. **2.** *Степченко А.С.* Численные исследования динамических характеристик системы турбоагрегат-фундамент // Дисс. на соиск. ученой степени канд. техн. наук .Харьк. Гос. полит. ун-тет. 1994. – 194 с. **3.** *Жовдак В.А., Кабанов А.Ф., Красников С.В., Степченко А.С.* Исследование динамики статорных частей турбин К-300-240 и К-325-23.5 ХТГЗ // Проблемы машиностроения. – Т. 4. № 3-4. – Харьков. – 2001. – С. 4-12. **4.** *Богомолов С.И., Журавлева А.М.* Взаимосвязанные колебания в турбомашинах и газотурбинных двигателях. – Харьков: Вища школа, 1973. – 179 с. **5.** *Богомолов С.И., Журавлева А.М.* Колебания сложных механических систем. – Харьков: Вища школа, 1978. – 138 с. **6.** *Дмитренко В.А.* Колебания разветвленных роторов // Динамика и прочность машин. – Вып.23. – Харьков: Вища школа. – 1976. – С. 87-93. **7.** *Поздняк Э.Л.* Исследование устойчивости движения роторов на подшипниках скольжения // Изв. АН СССР, отд. Механика и машиностроение. –М., 1963. – № 2. – С. 102-119. **8.** *Поздняк Э.Л.* Влияние масляного слоя в подшипниках скольжения на устойчивость и критические скорости высокоскоростных роторов // Колебания валов на масляной пленке. – М.: Наука, 1968. – С. 10-37. **9.** *Лаппа М.И.* Исследование влияния упругих и демпффирующих свойств масляной пленки на критические скорости роторов судовых турбин // Колебания валов на масляной пленке. – М.: Наука, 1968. – С. 68-76.

Поступила в редколлегию 14.07.2009