

**Э.С.ОСТЕРНИК**, канд.техн.наук, завод «Электротяжмаш», Харьков

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ СХЕМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ НАПРЯЖЕНИЙ В МОЩНЫХ ЭЛЕКТРОМАШИНАХ**

Виконано натурні дослідження напруг у сердечнику статора турбогенератора. Їх мета - контроль та рівномірний розподіл зусиль поміж призм сердечника. Розроблено модельочу схему для ряду тензоприладів. Зажадано оцінку похибки їх лінеаризованих шкал.

The scope of works undertaken includes natural studies of stress in the stator core of turbogenerators. These studies were aimed to monitor and evenly distribute forces between the prisms of the core. Along with that, we have developed an analog circuit for a number of strain-gauge instruments. This necessarily required estimation of error of linearized scales of these instruments.

На значительном числе турбогенераторов производства различных фирм в процессе длительной эксплуатации наблюдаются обрывы резьбовых хвостовиков на стяжных призмах (шпильках) сердечников статоров. Такие аварии требуют останова турбоблоков на капремонт турбогенераторов по специальной технологии и в ряде случаев приводят к выходу генераторов из строя [1].

Во избежание таких явлений на турбогенераторах завода "Электротяжмаш" выполняется статическая тензометрия стяжных призм в процессе шихтовки и финишной прессовки сердечника статора. Это позволило отрегулировать затяжку призм так, чтобы обеспечить равномерное распределение между призмами усилий отдачи пакетов из листов активной стали сердечника. Такая отдача возникает после снятия давления пресса.

На тех же призмах установлены специальные тензорезисторы (ТР) с соответствующей экранированной проводкой, герметично выведенной из генератора через специальную муфту. По этим преобразователям проведена динамическая тензометрия в порядке приемочных испытаний.

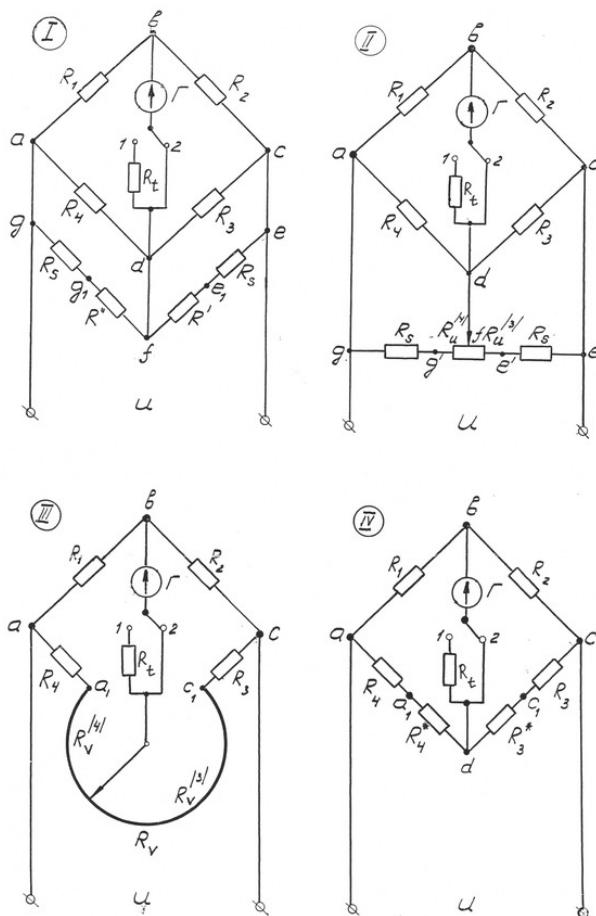
Целью работы является контроль плотности прессовки сердечника при его изготовлении. Для этого требовалось определить фактические усилия отдачи сердечника статора после финишной прессовки. При этом исследовать равномерность распределения этих усилий по окружности сердечника и определить коэффициент отдачи сердечника. Поскольку ставится задача снижения разброса между усилиями отдачи в многочисленных призмах, особенно важны оценка и минимизация погрешности тензоаппаратуры.

Измерение усилий отдачи выполнено путем тензометрии стяжных призм с помощью наклеенных на их шейки тензомостов, исключающих деформацию изгиба. Тензомосты были подключены по парной схеме к измерителю статических деформаций. В приборе используется уравновешенная

мостовая схема на реохорде с измерением нулевым методом. Непосредственная тарировка тензомостов на стяжных призмах практически невозможна. Были протарированы отдельные ТР на тарировочной балке. Определение коэффициентов усиления тензомоста потребовало разработки отдельной теории.

Далее проводится анализ широко распространенных тензомостов на постоянном токе с нулевым способом уравновешивания (реохорд, потенциометр, магазины сопротивления). Данна общая методика анализа с помощью моделирующей (эквивалентной) схемы. Получены рабочие формулы для расчета статических напряжений и деформаций по данным тензометрии, а также оценка погрешности этих формул.

Анализируются известные виды тензомостов (I, II, III)- см.рисунок.



На рисунке введены следующие обозначения:

I – тензомост на магазинах сопротивления;

II – тензомост на потенциометре;

III – тензомост на реохорде;

IV – эквивалентный тензомост;

Г – гальванометр постоянного тока;

$R_1, R_2, R_3, R_4$  – тензорезисторы (рабочие или компенсационные) или магазины сопротивления;

$R_s$  – добавочные резисторы, предохраняющие мост от закорачивания плеч;

$R_t$  – резистор, предохраняющий гальванометр от перегрузки при грубой балансировке (положение I ключа);

$R^I$  и  $R^{II}$  – магазины сопротивления, служащие для балансировки;

$R_u$  – сопротивление потенциометра (делится на  $R_n^{(3)}$  и  $R_n^{(4)}$ );

$R_v$  – сопротивление реохорда (делится на  $R_v^{(3)}$  и  $R_v^{(4)}$ );

$R_3^*$  и  $R_4^*$  – эквиваленты.

Расчет схемы I проведен в работе [2]. Введем схему IV, эквивалентную всем этим видам I- III. Эквиваленты  $R_3^*$  и  $R_4^*$  выбраны из условия:

$$R_3^* + R_3 = R_{cd}; \quad R_4^* + R_4 = R_{ad}.$$

$R_{cd}$  и  $R_{ad}$  – сопротивления плеч мостов I- III, замещаемых по схеме IV, между электротехническими точками  $c(e)$  и  $d(f)$ ;  $a(g)$  и  $d(f)$  соответственно.

Отсюда следуют формулы перехода от схем I- III к эквивалентной схеме IV, сведенные в табл. 1.

Таблица 1 – Расчет эквивалентов  $R_3^*$  и  $R_4^*$

| № схемы | $R_3^*$                                | $R_4^*$                                | Особые условия   |
|---------|--|--|--|
| I       | $-\frac{R_3^2}{R_3 + R_o + R'}$        | $-\frac{R_4^2}{R_4 + R_o + R''}$       | Магазин $R'$ балансирует мост в исх. состоянии, а $R''$ – в состоянии детали, подлежащем изменениям. |
| II      | $-\frac{R_3^2}{R_3 + R_o + R_n^{(3)}}$ | $-\frac{R_4^2}{R_4 + R_o + R_n^{(4)}}$ | $R_n^{(3)} + R_n^{(4)} = R_n$  |
| III     | $R_p^{(3)}$                            | $R_p^{(4)}$                            | $R_p^{(3)} + R_p^{(4)} = R_p$  |

Выполним анализ эквивалентной схемы IV. Примем при выборе номинальных сопротивлений, входящих в мост:  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ ;

$$R_3^* \ll R; \quad R_4^* \ll R. \quad (1)$$

Примем также, что тензорезисторы в каждом плече соединены последовательно, номинальное сопротивление и тензочувствительность каждого ТР одинаковы и равны соответственно  $r$  и  $k$ . Исследуются малые деформации.

Уравнение равновесия моста IV:

$$R_1(R_3 + R_3^*) = R_2(R_4 + R_4^*).$$

Отсюда, после логарифмирования и дифференцирования, получим:

$$\frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dR_3}{R_3 + R_3^*} - \frac{dR_4}{R_4 + R_4^*} = \frac{dR_4^*}{R_4 + R_4^*} - \frac{dR_3^*}{R_3 + R_3^*}$$

или:

$$\sum_{j=1}^4 (-1)^j \delta_j \frac{dR_j}{R_j} = \delta_3 \frac{dR_3^*}{R_3} - \delta_4 \frac{dR_4^*}{R_4}. \quad (2)$$

Здесь:

$$\delta_1 = \delta_2 = 1; \quad \delta_3 = \frac{R_3}{R_3 + R_3^*}; \quad \delta_4 = \frac{R_4}{R_4 + R_4^*}. \quad (3)$$

Проведем анализ в первом приближении. Для этого, исходя из (1,3), примем

$$\delta_3 = \delta_4 = 1. \quad (4)$$

Кроме того, ввиду малости деформаций, примем дополнительно к (1), что и в процессе деформации в знаменателях дробей из (2) можно положить:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R.$$

Аналогично  $r_{ij} = r$ . Тогда из (2) получим:

$$\sum_{j=1}^4 (-1)^j dR_j = dR_3^* - dR_4^*. \quad (5)$$

По определению тензочувствительность

$$k = \frac{dr_{ij}}{r_{ij}} / \frac{dl_{ij}}{l_{ij}}. \quad (6)$$

Здесь  $i, j$  – индексы  $i$ -ого тензорезистора в  $j$ -ом плече моста;

$$R = pr, \quad dR_j = \sum_{i=1}^p dr_{ij}. \quad (7)$$

Далее, истинная относительная деформация вдоль базы  $i$ -ого тензорезистора в  $j$ -ом плече согласно [3] определяется формулой:

$$\varepsilon_{ij} = \int_{l^{(0)}}^l \frac{dl_{ij}}{l_{ij}}. \quad (8)$$

Здесь индекс "0" относится к исходному состоянию тензометрируемой детали. Подставляя (6, 7) в (5), получим:

$$kr \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^p (-1)^j \frac{dl_{ij}}{l_{ij}} = dR_3^* - dR_4^*,$$

или, интегрируя по диапазону измеряемой деформации,

$$kr \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^p (-1)^j \varepsilon_{ij} = \Delta R_3^* - \Delta R_4^*. \quad (9)$$

Здесь  $\Delta R_3^* = R_3^* - R_3^{(0)*}$  и т.д. В работе [2] показаны различные типы тензомостов А, В...К применительно к схеме 1, служащие для измерения деформаций различных деталей и напряжений в прямых стержнях постоянного сечения. При этом напряжение, подлежащее измерению, отделено от других напряжений.

Из (9) получим рабочие формулы применительно к тензомостам из таблицы [2]. Для расчета деформаций (мост типа А) получим:

$$\varepsilon^{(1)} = \frac{1}{kr} (\Delta R_4^* - \Delta R_3^*). \quad (10)$$

Индекс (1) означает, что анализ проводится в первом приближении. Для расчета напряжений вводится коэффициент передачи деформации по формуле

$$\alpha_{ij} = \frac{E \varepsilon_{ij}}{\sigma}, \quad (11)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости;  $\sigma$  – напряжение, подлежащее измерению. Подставляя (11) в (9) и вводя коэффициент усиления тензомоста по формуле:

$$\gamma = - \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^p (-1)^j \alpha_{ij}, \quad (12)$$

получим:

$$\sigma^{(1)} = \frac{E}{kr\gamma} (\Delta R_4^* - \Delta R_3^*). \quad (13)$$

Для перехода в таблице из работы [2] к моделирующей схеме IV следует принять  $\beta = \gamma$ , кроме типов В и D, где  $\gamma_B = 2$ ;  $\gamma_D = 2(1 + \nu)$ .

Коэффициенты  $\alpha_{ij}$  и  $\gamma$  определяются на основании известного из теории упругости обобщенного закона Гука:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)];$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)];$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)].$$

Здесь  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Методику расчета коэффициента  $\gamma$  покажем на примере моста типа Е. В прямом стержне постоянного сечения требуется определить напряжение рас-tяжения или сжатия  $\sigma$  с исключением  $\sigma_b$  (изгиба).

Из теории расчета стержней получим:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= \frac{\sigma}{E} - \frac{|\sigma_b|_{\max}}{E}; & \varepsilon_{13} &= \frac{\sigma}{E} + \frac{|\sigma_b|_{\max}}{E}; \\ \varepsilon_{12} &= -\nu \frac{\sigma}{E} + \nu \frac{|\sigma_b|_{\max}}{E}; & \varepsilon_{14} &= -\nu \frac{\sigma}{E} - \nu \frac{|\sigma_b|_{\max}}{E}.\end{aligned}$$

Отсюда, согласно (11) и (12),

$$\begin{aligned}\gamma = & (-1)^1 \left[ 1 - \frac{|\sigma_b|_{\max}}{\sigma} \right] + (-1)^2 \left[ -\nu + \nu \frac{|\sigma_b|_{\max}}{\sigma} \right] + \\ & + (-1)^3 \left[ 1 + \frac{|\sigma_b|_{\max}}{\sigma} \right] + (-1)^4 \left[ \nu - \nu \frac{|\sigma_b|_{\max}}{\sigma} \right] = 2(1 + \nu).\end{aligned}$$

Наконец, если тензоромост подвергался предварительной градуировке на самом тензометрируемом стержне, напряжения вычисляются по формуле:

$$\sigma^{(1)} = \frac{E}{rk_g} (\Delta R_4^* - \Delta R_3^*),$$

где  $k_g$  – коэффициент чувствительности моста, полученный в результате предварительной градуировки.

Для различных видов тензоромостов I-III из формул (10), (13) и табл. 1 получим:

– для деформаций:

$$\varepsilon^{(1)} = a_s L_s; \quad (14)$$

– для напряжений:

$$\sigma^{(1)} = A_s L_s; \quad (15)$$

– для напряжений в градуируемых стержнях:

$$\sigma^{(1)} = B_s L_s. \quad (16)$$

Здесь  $S$  – номер вида тензоромста. Значения величин, входящих в (14 – 16), даны в табл. 2.

Далее займемся оценкой погрешности формул первого приближения (14-16). Для этого проведем анализ эквивалентной схемы IV во втором приближении, отказавшись от упрощения (4). Вместо этого примем:

$$\delta_3 = \delta_3^{(0)} = \text{const}; \quad \delta_4 = \delta_4^{(0)} = \text{const}.$$

Тогда из (2) и (6 – 8) получим после интегрирования:

$$kr \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^p (-1)^j \delta_j \varepsilon_{ij} = \delta_3 \Delta R_3^* - \delta_4 \Delta R_4^*.$$

Отсюда следуют формулы второго приближения:

$$\varepsilon^{(2)} = \frac{1}{kr} (\delta_4 \Delta R_4^* - \delta_3 \Delta R_3^*); \quad (17)$$

$$\sigma^{(2)} = \frac{E}{kr\lambda} (\delta_4 \Delta R_4^* - \delta_3 \Delta R_3^*). \quad (18)$$

Здесь

$$\lambda = - \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^p (-1)^j \delta_j \alpha_{ij}.$$

Теперь главную часть относительной погрешности формул первого приближения определим путем сравнения с формулами второго приближения:

$$\Delta_\varepsilon = \frac{\varepsilon^{(1)} - \varepsilon^{(2)}}{\varepsilon^{(1)}}; \quad \Delta_\sigma = \frac{\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}}{\sigma^{(1)}}. \quad (19)$$

Подставляя формулы (10, 13, 17, 18) в (19), получим

$$\Delta_\varepsilon = \frac{\xi_4 \Delta R_4^* - \xi_3 \Delta R_3^*}{\Delta R_4^* - \Delta R_3^*}; \quad \Delta_\sigma = \frac{\rho_4 \Delta R_4^* - \rho_3 \Delta R_3^*}{\Delta R_4^* - \Delta R_3^*}. \quad (20)$$

Здесь:

$$\xi_3 = 1 - \delta_3; \quad \xi_4 = 1 - \delta_4;$$

$$\rho_3 = 1 - \frac{\gamma}{\lambda} \delta_3; \quad \rho_4 = 1 - \frac{\gamma}{\lambda} \delta_4.$$

Для отдельных видов тензомостов 1-III формулы (20) упростятся. Соответствующие значения  $\Delta_\varepsilon$  и  $\Delta_\sigma$  приведены в табл. 2. При этом вводились обозначения:

$$R^{(4,0)} = R + R_\partial + R_u^{(4,0)}; \\ \bar{R}^{(4,0)} = R + R_\partial + R_u - R_u^{(4,0)}.$$

Формулы для  $\Delta_\varepsilon$  и  $\Delta_\sigma$  по табл. 2 следует учитывать при синтезе тензомостов, выбирая их параметры по допустимой погрешности измерения. Тогда расчет отсчетных шкал тензомостов можно проводить по формулам первого приближения – ср.[4,5].

Таблица 2 – Константы к формулам (14-16, 19,20)

| S   | $a_s$          | $A_s$                       | $B_s$             | $L_s$  | $\Delta_\varepsilon$  | $\Delta_\sigma$   |
|-----|----------------|-----------------------------|-------------------|--|---|---|
| I   | $\frac{r}{k}$  | $a_1 = \frac{Ep^2}{\gamma}$ | $\frac{Er}{k_g}$  | $\frac{\Delta R''}{(R+R\partial+R'')(R+R\partial+R'^{(0)})}$   | $\xi_4$   | $\rho_4$  |
| II  | $a_1$          | $A_1$                       | $B_1$             | $\Delta R_{\eta_1}^4 \left[ \frac{1}{R^{(4)} R^{(4,0)}} + \frac{1}{\bar{R}^{(4,0)} R^{(4,0)}} \right]$ | $\frac{\xi_4 [\bar{R}^{(4,0)}]^2 - \xi_3 [R^{(4,0)}]^2}{[\bar{R}^{(4,0)}]^2 - [R^{(4,0)}]^2}$ | $\frac{\rho_4 [\bar{R}^{(4,0)}]^2 - \rho_3 [R^{(4,0)}]^2}{[\bar{R}^{(4,0)}]^2 - [R^{(4,0)}]^2}$ |
| III | $\frac{2}{kr}$ | $a_3 = \frac{E}{\gamma}$    | $\frac{2E}{rk_g}$ | $\Delta R_v^{(4)}$   | $\frac{\xi_3 + \xi_4}{2}$   | $\frac{\rho_3 + \rho_4}{2}$   |

Применение описанной методики позволило снизить погрешность тензомерений до 0,7 %. Разброс измеренных статических усилий отдачи ак-

тивной стали в призмах до регулирования их затяжки достигал 37 %, после выравнивания не превысил 8,4 %. При этом запас по текучести составил  $n_y = 2,86$ .

**Выводы.** С помощью промышленных испытаний методами тензометрии повышена механическая надежность мощных турбогенераторов за счет равномерного распределения усилий отдачи между стяжными призмами сердечника статора.

Разработана моделирующая (эквивалентная) схема для ряда широко применяемых тензоприборов, выполнена оценка погрешности их линеаризованных шкал.

Перспективы дальнейшего развития данного направления распространяются на тензодиагностику в процессе эксплуатации турбогенераторов и, соответственно, на тензоаппаратуру с неравноплечими и неуравновешенными мостами, а также со схемами на переменном токе. Такая тензометрия с применением ранее разработанных схем компьютеризации представляет собой дополнительное средство контроля торцевых зон статора, особенно в маневренных режимах.

**Список литературы:** 1. Остерник Э.С. Моделирование деформационных полей в электромашиностроении с помощью функций  $N$  – переменных // Вестник НТУ «ХПИ», Сб. научных трудов. Тем. выпуск «Динамика и прочность машин». – 2003. – № 8, т. 3. – С. 29-42. 2. Остерник Э.С. Тензомост на магазинах сопротивления // Измерительная техника. – 1982. – № 10. – С.27-29. 3. Шапошников Н.А. Механические испытания металлов. – М., Машгиз, 1954. – 443 с. 4. Хорна О. Тензометрические мосты. – М.-Л., 1962. – 336 с. 5. Экспериментальная механика. Книга 1 / Под ред. А.Кобаяси. – М., 1990. – 616 с.

*Поступила в редакцию 11.10.2009*