

А. Н. ШУПИКОВ, д-р техн. наук, профессор, зав. отд. прочности и оптимизации конструкций, ИПМаш НАН Украины, Харьков;

Л. А. ЛИТВИНОВ, д-р техн. наук, профессор, зав. отд. монокристаллов корунда, Институт монокристаллов НАН Украины, Харьков;

С. В. УГРИМОВ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;

С. Ю. СОТРИХИН, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;

В. Г. ЯРЕЩЕНКО, канд. техн. наук, науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;

Е. П. АНДРЕЕВ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., Институт монокристаллов НАН Украины, Харьков

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В САПФИРОВЫХ СТЕРЖНЯХ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Проведено теоретичне та експериментальне дослідження процесу розповсюдження хвиль деформацій у стержнях із сафіру з різною орієнтацією кристалографічних осей. Отримано теоретичні значення швидкостей хвиль деформацій. Встановлено хороше співпадання результатів теоретичного аналізу з даними експериментальних досліджень.

Ключові слова: теорія пружності, розповсюдження хвиль, удар, анізотропія, сафір.

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование процесса распространения волн деформаций в стержнях из сапфира с различной ориентацией кристаллографических осей. Получены теоретические значения скоростей распространения волн деформаций. Установлено хорошее совпадение результатов теоретического расчета с данными экспериментальных исследований.

Ключевые слова: теория упругости, распространение волн, удар, анизотропия, сафир.

The theoretical and experimental studies of wave propagation in the sapphire rods with different orientation of the crystallographic axes are performed. The theoretical values of the velocities of wave propagation of deformations are obtained. The good agreement of the theoretical results with the experimental data is established.

Keywords: elasticity theory, wave propagation, impact loading, anisotropy, sapphire.

Введение. Лейкосафир (сафир) обладает комплексом уникальных физико-механических и химических свойств. Он является исключительно жаропрочным, химически стойким и биологически неактивным материалом, который имеет высокую механическую прочность и твердость. Твердость сафира по шкале Мооса составляет 9 единиц и только немногим уступает твердости алмаза. При этом сафир является оптически прозрачным материалом, способным работать в условиях воздействия высоких температур и радиации.

Наличие таких свойств способствовало широкому применению сапфира в разных областях науки и техники. Одним из перспективных направлений использования сапфира является применение его в качестве элемента прозрачной брони.

Механические свойства изделий из сапфира обусловлены анизотропией кристалла [1-3]. От кристаллографической ориентации зависит также и скорость распространения волн деформаций при ударном нагружении. При определенном выборе ориентации, учитывающем условия нагружения изделий, можно повысить их прочностные характеристики.

Состояние научной проблемы. Несмотря на широкое применение сапфира в технике [1], его механические свойства, особенно для случая ударных нагружений, все еще недостаточно изучены [1, 2, 4-7]. В силу сложности математического моделирования поведения сапфира при ударном нагружении, основная часть работ в этой области носит экспериментальный характер. Так, в работе [2] представлены результаты экспериментальных исследований поведения сапфира при сжатии в различных кристаллографических направлениях.

Цель работы. Целью работы было на относительно простых объектах (сапфировых стержнях диаметром 19 мм и длиной 550-560 мм) теоретически и экспериментально изучить процессы деформирования и распространения волн при низкоскоростном продольном ударе.

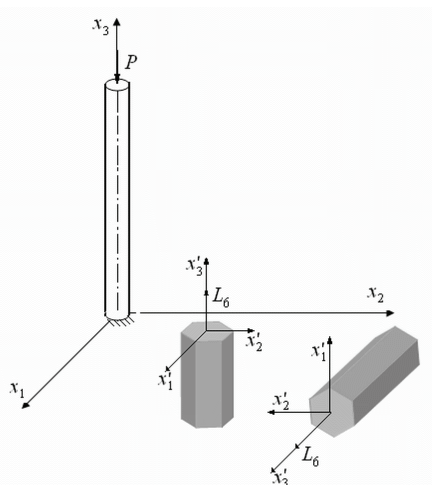


Рисунок 1 – Сапфировый стержень и расположение кристаллографических плоскостей

Постановка теоретической задачи. Теоретическое исследование процессов деформирования конструкций из сапфира базируется на уравнениях теории упругости анизотропных тел.

Рассмотрим цилиндрический стержень из однородного материала с произвольной формой анизотропии. Один конец стержня жестко закреплен в опоре, а на второй действуют усилия, равнодействующая P которых параллельна оси стержня. Введем начало системы координат в центре тяжести сечения закрепленного конца стержня, ось Ox_3 направим вдоль стержня, а направление осей Ox_1, Ox_2 выбираем произвольно (рис. 1).

Если ввести предположение, что усилия на концах стержня распределены равномерно, то граничное условие на незакрепленном конце стержня имеет вид

$$p_{33} = \frac{P}{S}, \quad (1)$$

где S – площадь сечения стержня.

Если длина стержня значительно больше характерного размера поперечного сечения, а боковые поверхности свободны от нагрузок, то можно считать, что напряжения вдоль стержня удовлетворяют условиям [3]

$$p_{11} = p_{22} = p_{12} = p_{13} = p_{23} = 0. \quad (2)$$

Связь между напряжениями p_{ik} и деформациями ε_{lm} для тела общего вида анизотропии [3, 8] имеет вид

$$p_{ik} = C_{iklm} \varepsilon_{lm}, \quad (3)$$

где C_{iklm} – тензор модулей упругости 4 ранга.

При повороте осей тензор преобразуется по формулам [8]

$$C_{i'k'l'm'} = \alpha_{i'p} \alpha_{k'q} \alpha_{l'r} \alpha_{m's} C_{pqrs},$$

где $\alpha_{i'p} = \cos(x'_i \cdot x_p)$ – направляющие косинусы.

Выражение (3) можно представить в более компактном виде [3, 8]:

$$\begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{22} \\ p_{33} \\ p_{23} \\ p_{13} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где A_{ij} – сокращенное обозначение тензора упругости, введенное Фохтом [8].

Для рассматриваемого случая продольного нагружения стержня, учитывая формулы (2) в выражении (4), получим, что деформации стержня должны удовлетворять условиям

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{41} & A_{42} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} A_{13} \\ A_{23} \\ A_{43} \\ A_{53} \\ A_{63} \end{pmatrix} \varepsilon_{33}, \quad (5)$$

$$p_{33} = A_{31}\varepsilon_{11} + A_{32}\varepsilon_{22} + A_{33}\varepsilon_{33} + A_{34}\varepsilon_{23} + A_{35}\varepsilon_{13} + A_{36}\varepsilon_{12}. \quad (6)$$

Решение системы (5) может быть представлено в виде

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_4 \\ \xi_5 \\ \xi_6 \end{pmatrix} \cdot \varepsilon_{33}, \quad (7)$$

где ξ_i – константы.

Напряжения p_{33} (6), учитывая (7), можно представить в виде

$$p_{33} = \varepsilon_{33}(A_{31}\xi_1 + A_{32}\xi_2 + A_{33} + A_{34}\xi_4 + A_{35}\xi_5 + A_{36}\xi_6) = \phi\varepsilon_{33}, \quad (8)$$

где $\phi = A_{31}\xi_1 + A_{32}\xi_2 + A_{33} + A_{34}\xi_4 + A_{35}\xi_5 + A_{36}\xi_6$.

Для гексагональной сингонии, характерной для сапфира, число независимых упругих постоянных в выражении (4) равно 5 [3, 9]. Для случая, когда ось L_6 параллельна оси Ox_3 , зависимость между напряжениями и деформациями (4) приобретает вид

$$\begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{22} \\ p_{33} \\ p_{23} \\ p_{13} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{11} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{13} & A_{13} & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A_{11} - A_{12}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Значения упругих констант сапфира: $A_{11} = 496$ ГПа, $A_{12} = 164$ ГПа, $A_{13} = 115$ ГПа, $A_{33} = 498$ ГПа, $A_{44} = 148$ ГПа [1].

Рассмотрим сапфировые стержни с двумя ориентациями кристаллографических плоскостей (рис. 2) [1, 10]. При С-ориентации ось L_6 параллельна оси Ox_3 , при А-ориентации – ось L_6 параллельна оси Ox_1 , а нормаль к плоскости А параллельна оси Ox_3 (рис. 1). Для этих случаев можно получить простые аналитические выражения для параметра ϕ , входящего в формулу (8):

$$\text{при С-ориентации} - \phi = A_{33} - \frac{2A_{13}^2}{A_{11} + A_{12}}, \quad (10)$$

$$\text{при А-ориентации} - \phi = A_{11} - \frac{2A_{12}^2}{A_{11} + A_{13}}. \quad (11)$$

Значение параметра ϕ для более сложных случаев ориентации кристаллографических осей проще всего получить численно, используя формулы преобразования тензора упругости при повороте осей.

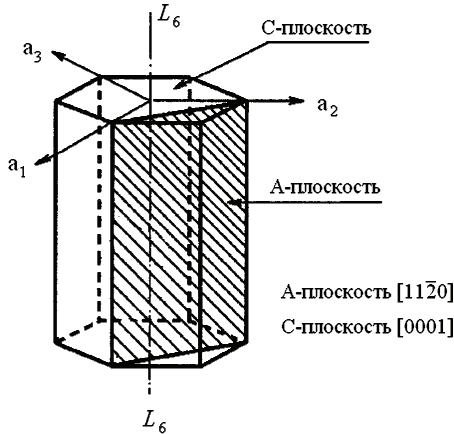


Рисунок 2 – Кристаллографические плоскости сапфира

Уравнения движения. Уравнение движения стержня и граничные условия получены с помощью вариационного принципа Остроградского-Гамильтона [11, 12]. Уравнение движения имеет вид

$$\phi \frac{\partial^2 w}{\partial x_3^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P(t), \quad (12)$$

где $w = w(x_3, t)$ – искомая функция перемещений стержня.

На концах стержня должны быть заданы значения перемещений w или продольных деформаций $\partial w / \partial z$.

Кроме того, уравнения движения необходимо дополнить начальными условиями

$$t = 0, \quad w = w_0, \quad \dot{w} = \dot{w}_0.$$

Теоретическое значение скорости волны деформаций. Из уравнения (12) следует, что скорость волны деформаций равна

$$V = \sqrt{\phi / \rho}. \quad (13)$$

Подставив выражения (10), (11) в зависимость (13), получим значения скоростей волн деформаций для рассматриваемых случаев:

$$\text{С-ориентация} \quad - \quad V = \sqrt{\frac{\phi}{\rho}} = \sqrt{\frac{A_{33} - \frac{2A_{13}^2}{A_{11} + A_{12}}}{\rho}} \approx 10724 \text{ м/с}; \quad (14)$$

$$\text{А-ориентация} \quad - \quad V = \sqrt{\frac{\phi}{\rho}} = \sqrt{\frac{A_{11} - \frac{2A_{12}^2}{A_{11} + A_{13}}}{\rho}} \approx 10124 \text{ м/с}. \quad (15)$$

Эксперимент. Целью экспериментальных исследований было зафиксировать скорость волны деформаций в сапфировом стержне. Экспериментальные исследования процесса распространения волн в сапфире при ударе проведены на базе метода динамического широкополосного тензометрирования [12]. На стержень вблизи концов стержня наклеивались тензодатчики для фиксации деформаций в продольном направлении (рис. 3). При ударе по концу стержня возникает волна деформаций, которая распространяется вдоль стержня и вызывает его деформацию, которая и фиксируется тензодатчиками. Отличие времени начала деформаций на различных датчиках и известное расстояние между ними позволяет установить скорость волны.

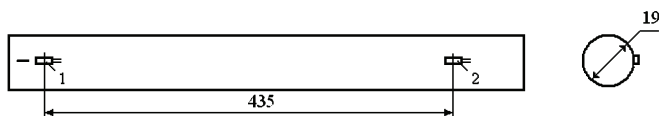


Рисунок 3 – Стержень с тензодатчиками

Измерение деформаций проводится по мостовой схеме. Четверть моста находится в измерительной части, четверть – в калибровочной, а оставшаяся половина – в тензоусилителе. Тензоусилитель работает по принципу амплитудной модуляции с несущей частотой 1000 кГц. Для минимизации тока в измерительной диагонали мост подстраивается по активной и реактивной составляющим сопротивлений. Непосредственно перед испытанием, после балансировки канала усиления, проводится его градуировка, то есть устанавливается зависимость $\varepsilon = \varepsilon(U)$, где U – электрическое напряжение сигнала, регистрируемого аналого-цифровым преобразователем (АЦП).

Сигналы с тензодатчиков, наклеенных на образец, поступают на тензометрический усилитель, а затем на АЦП, где проводится оцифровка регистрируемого сигнала с заданной частотой, после чего сигнал записывается на компьютер. В качестве АЦП использовались четырехканальные преобразователи Е-2010.

Стержень устанавливался вертикально на стенде. Один конец стержня жестко закреплялся в специальной сборной пятке из органического стекла. Нагружение осуществлялось путем сбрасывания на образец с высоты 1,5 м стального цилиндрического ударника с закругленным сферическим концом. Параметры ударника: масса – 76,78 г, длина – 47 мм, диаметр 16 мм.

Сапфировые стержни. В экспериментальных исследованиях использовались сапфировые стержни А- и С-ориентации оптического качества диаметром 19 мм. Стержень А-ориентации имел длину 560 мм, а С-ориентации – 550 мм. Стержни были выращены методом Степанова из чистой (99,995 % основного вещества) шихты фирмы RSA (Франция) на ростовых установках «Кристалл-606» в среде особо чистого аргона [13]. После выращивания

стержни отжигались в вакууме в изотермических условиях при 1950 °С для разрушения рассеивающих центров в объеме кристалла.

Результаты и анализ экспериментальных исследований. Результаты экспериментальных исследований скорости волны деформаций в стержне А-ориентации приведены в табл. 1. В таблице указано время t_1 , t_2 , которое соответствует времени прихода волны деформаций на тензодатчики № 1 и № 2 (время указано от начала записи данных эксперимента и не связано с началом удара). Расстояние $l = 0,435$ м волна деформаций проходит за время $\Delta t = t_2 - t_1$. Поэтому скорость волны деформаций может быть определено по

$$\text{формуле } V^e = \frac{l}{\Delta t}.$$

Таблица 1 – Скорость волны деформаций в стержне А-ориентации

№ эксперимента	t_1 , мкс	t_2 , мкс	Δt , мкс	V^e , м/с
1	33,9	75,6	42,7	10187
2	18,8	59,8	41,0	10609
3	34,0	76,4	42,4	10259
4	41,6	85,6	44,0	9886
5	21,2	62,0	40,8	10661
6	73,6	113,6	40,0	10875
7	977,6	1019,9	41,6	10457

Средняя скорость волны деформаций в экспериментах составила

$$V_{cp}^e = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 V_i^e \approx 10419 \text{ м/с.}$$

Теоретическое значение скорости (15) для исследуемого случая равно $V \approx 10124$ м/с. Отличие между экспериментальными и теоретическими значениями составляет около 3 %

$$\varepsilon = \frac{V_{cp}^e - V}{V} \cdot 100 = \frac{10419 - 10124}{10124} \cdot 100 \approx 3 \text{ \%}.$$

Аналогичные экспериментальные данные для стержня С-ориентации приведены в табл. 2.

Средняя скорость волны деформаций составила $V_{cp}^e \approx 10751,6$ м/с. Теоретическое значение скорости волны деформаций для исследуемой ориентации составляет (14) $V \approx 10724$ м/с. Таким образом, для С-ориентации экспериментальные и теоретические данные отличаются на 0,3%

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В работе теоретически и экспериментально исследован процесс распространения волн в стержнях из сапфира с различной ориентацией кристаллографических осей.

Таблица 2 – Скорость волны деформаций в стержне С-ориентации

№ эксперимента	t_1 , мкс	t_2 , мкс	Δt , мкс	V^e , м/с
1	65,6	106,8	41,2	10558
2	65,2	104,4	39,2	11096
3	38,8	79,6	40,8	10661
4	65,6	107,2	41,6	10456
5	66,0	105,6	39,6	10984
6	61,6	102,0	40,4	10767
7	57,2	96,8	39,6	10984
8	69,2	108,8	39,6	10984
9	50,8	92,4	41,6	10456
10	82,0	122,8	40,8	10661
11	48,0	88,8	40,8	10661

Для задачи о продольном ударе по стержню аналитически определены скорости распространения волн в сапфире при различной ориентации кристаллографических осей в стержне. Теоретические результаты сопоставлены с данными экспериментальных исследований процесса распространения волн, проведенными с помощью метода динамического широкополосного тензометрирования. Получено хорошее совпадение результатов теоретических расчетов с данными эксперимента для рассмотренных случаев А- и С-ориентации кристаллографических осей сапфира в стержне.

Дальнейшее исследование должно быть направлено на изучение процесса распространения волн для других случаев ориентации кристаллографических осей сапфира в стержнях, а также на изучение процесса распространения волн в сапфировых пластинах.

Работа выполнена в рамках гранта УНТЦ № 5287 «Исследования волновых процессов в сапфире при ударном нагружении».

Список литературы: 1. *Dobrovinskaya E. Sapphire in science and engineering / E. Dobrovinskaya, L. Lytvunov, V. Pischik.* – Kharkiv: STC «Institute for Single Crystals», 2007. – 480 p. 2. *Каннель Г. И.* Поведение сапфира при упругом сжатии в различных кристаллографических направлениях / *Г. И. Каннель, А. С. Савиных, С. В. Разоренов, В. Е. Форттов* // Успехи механики сплошных сред. – 2009. – С. 257-271. 3. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела / *С. Г. Лехницкий.* – М.-Л.: Гостехиздат, 1950. – 300 с. 4. *Nowak R.* Peculiar surface deformation of sapphire: Numerical simulation of nanoindentation / *R. Nowak, T. Manninen, K. Heiskanen [at all]* // Appl. Phys. Lett. – 2003. – V. 83, № 25. – P. 5214-5216. 5. *Voloshyn O. V.* Potentialities for sapphire strength enhancement / *O. V. Voloshyn, L. A. Lytvunov, E. V. Shyunin* // Funct. Mater. – 2007. – Т. 14, № 4. – С. 569-572. 6. *Синани А. Б.* Сопротивление упругих тел высокоскоростному внедрению на начальной стадии соударения / *А. Б. Синани, А. А. Кожушко, Е. Л. Зильбербранд* // Письма в ЖТФ. – 2008. – Т. 34, вып. 3. – С. 27-31. 7. *Wang Y.* Shock deformation of sapphire single crystals / *Y. Wang, D. E. Mikkola* // Materials Science and Engineering. – V. 148, № 1 – P. 25-32. 8. *Акивис М. А.* Тензорное исчисление / *М. А. Акивис, В. В. Гольдберг.* – М. : Физматгиз, 2003. – 304 с. 9. *Федоров Ф. И.* Теория упругих волн в кристаллах / *Ф. И. Федоров.* – М. : Наука, 1965. – 386 с. 10. *Попов Г. М.* Кристаллография / *Г. М. Попов, И. И. Шафрановский.* – М. : Высш. шк., 1964. – 370 с. 11. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности / *К. Васидзу.* – М. : Мир, 1987. – 542

с. 12. *Шутиков А. Н.* Нестационарные колебания многослойных пластин и оболочек и их оптимизация / *А. Н. Шутиков, Я. П. Бузько, Н. В. Сметанкина, С. В. Угримов.* – Х.: ИД «ИНЖЭК», 2004. – 252 с. 13. *Konevskiy P.* Specific growing features of variable section sapphire articles by Stepanov technique / *P. Konevskiy, E. Andreev, L. Lytvunov* // *Functional materials.* – 2008. – V. 15, № 2. – С. 283-286.

Поступила в редколлегию 18.10.2012.