

Л. В. АВТОНОМОВА, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
С. В. БОНДАРЬ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
Б. Н. КИРКАЧ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
В. И. КОНОХОВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
А.В. СТЕПУК, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

У статті розглянуті проблеми та методологія МКЕ моделювання потоку в'язкої рідини. Наведено основні рівняння в моделі течії рідини вздовж лопатей турбіни, основні етапи розрахунку за допомогою кінцевих елементів. Постановка завдання ілюструється розрахунковим кроком стаціонарної моделі механічних навантажень на лопаті

Problems and FEM modeling methodology specific for viscous fluid flow are presented in the paper. The general model equations of fluid flow within turbine runner blades lead to step-by-step calculation procedure using FEM. The given problem terms are illustrated with stationary model calculations for blades mechanical stresses

В статье рассмотрены проблемы и методология МКЭ моделирования потока вязкой жидкости. Приведены основные уравнения в модели течения жидкости вдоль лопастей турбины, основные этапы расчета с помощью конечных элементов. Постановка задачи иллюстрируется расчетным шагом стационарной модели механических нагрузок на лопасти

1 Описание проблемы. Сложные гидродинамические эффекты, наблюдающиеся при обтекании, например, в турбинах, особенно при турбулентных нестационарных течениях вязкой жидкости, приводят к нарушениям в работе, механическим разрушениям и износу. Моделирования таких процессов представляет собой значительные трудности, но даже упрощенные расчеты позволяют улучшать рабочие параметры и предсказывать возможные места повреждений.

2 Постановка задачи и численная модель. Система уравнений, описывающая движение жидкости, включает в себя уравнения Навье-Стокса, уравнение моментов и сохранения энергии:

– уравнение моментов

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = \\ & = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \\ & \quad S_{\omega} + S_{DR}; \end{aligned}$$

– уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 ;$$

– сохранения энергии

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho C_p v \frac{\partial T}{\partial y} + \rho C_p w \frac{\partial T}{\partial z} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k \frac{\partial T}{\partial z} \right] + q_v . \end{aligned}$$

Таким образом, уравнения непрерывности, моментов и энергии включают в себя 5 уравнений с 5 неизвестными: u , v , w , p , T . Они описывают течение жидкости и передачу тепла в стационарных условиях в декартовой системе координат.

Анализ методом конечных элементов системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих движения потока несжимаемой невязкого течения жидкости, выполнялся с применением пакета ANSYS. Трехмерная нестационарная модель, включающая уравнения Навье-Стокса, в общем случае описывает как ламинарные, так и турбулентные потоки. В последнем случае размерность и масштаб вихрей меняется в очень широком диапазоне значений, что представляет значительные трудности для вычислений.

Непосредственная прямая триангуляция даже простейших геометрий для получения результатов с приемлемой сходимостью требует разбивки областей на домены, содержащие не менее 10^6 - 10^8 элементов. С практической точки зрения – это нецелесообразно, и в расчетах применяются усредняющие модели турбулентности. При усреднении выделяется среднее значение расчетного параметра (скорости, давления жидкости) и флуктуирующая переменная величина его пульсаций.

Для турбулентного потока вязкой жидкости обыкновенно применяется стандартная k - ϵ модель, либо ее приближение для течений с низкими значениями числа Рейнольдса $Re = UL\rho/\epsilon$. В этом случае турбулентная вязкость жидкости μ_t выражается через k и ϵ следующим образом: $\mu_t = C_\mu \rho f_\mu \epsilon k^2 / \epsilon$, тогда уравнения для параметров k и ϵ примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho V k) = \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \mu_t G - \rho \epsilon + \Phi_k ; \\ \frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho V \epsilon) = \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right) + C_1 \frac{\epsilon}{k} \mu_t G - C_2 f_1 \rho \frac{\epsilon^2}{k} + \Phi_\epsilon , \end{aligned}$$

где

$$G = D_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} ; \quad D_{ij} = S_{ij} - \frac{2}{3} \left(\nabla \cdot V + \frac{\rho k}{\mu_t} \right) \delta_{ij} ; \quad S_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}$$

с экспериментальными значениями параметров σ_k , σ_z , C_μ , C_1 и C_2 . Соотношение k - ϵ в данном случае характеризует соотношение между турбулентной кинетической энергией и диссипацией энергии вследствие турбулентности. Такая модель достаточно хорошо описывает движение вязкой жидкости при низких числах Маха ($M = v/c < 0,3$), то есть в несжимаемой жидкости, и произвольных числах Рейнольдса. Соответственно, уравнение Навье-Стокса примут следующий вид:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \nabla(V \otimes V) = -\frac{\nabla P}{\rho} + \frac{1}{\rho} \nabla((\mu + \mu_t)(\nabla V + (\nabla V)^T)) + S; \nabla V = 0$$

с источниками $S = \left(1 - \frac{\rho_{hyd}}{\rho}\right) \mathbf{g} + \mathbf{B} + \frac{\mathbf{R}}{\rho}$, причем силы Кориолиса и центробежные силы во вращающейся системе координат примут вид

$\mathbf{B} = -2\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{V} - \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r}$, а уравнение энергии –

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla(Vh) = \frac{1}{\rho} \nabla \left(\left(\frac{\lambda}{C_p} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \nabla h \right) + \frac{Q}{\rho}.$$

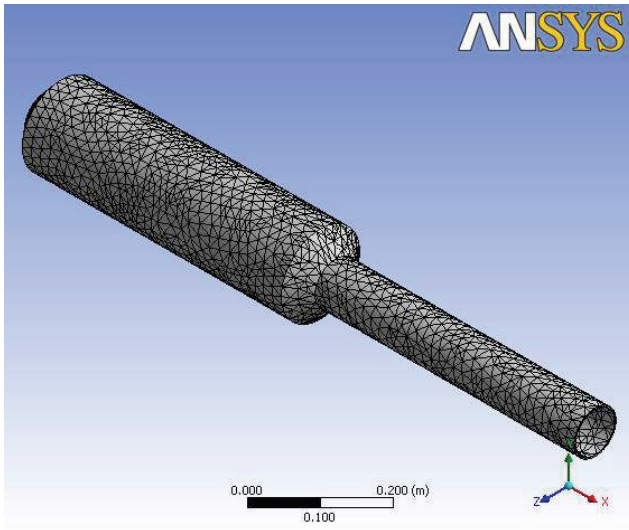


Рисунок 1 – Расчетная схема вала турбины

Еще одна трудность численного моделирования возникает в силу связности и нелинейности моментов, приложенных к лопастям и действующим в различных направлениях, например: составляющая момента вдоль оси x может зависеть от составляющей момента вдоль оси y и т.д.

3 Результаты моделирования. Граничные условия включают в себя условия течения жидкости вдоль стенок и лопастей, периодичность лопастей, симметрии и на входе и выходе потоков жидкости. На рис. 1 представлено «укрупненная разбивка» осесимметричной турбины измерителя потока вязкой жидкости, а на рис. 2 распределение напряжений Мизеса вдоль основания турбины и ее лопастей для стационарного, ламинарного потока жидкости.

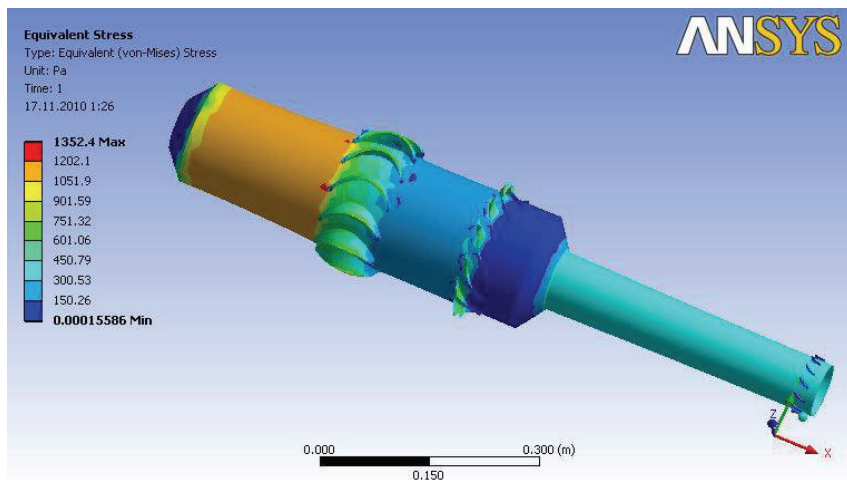


Рисунок 2 – Распределение интенсивности напряжений (по Мизесу)

Выводы. На основе полученных предварительных результатов расчета механических нагрузок в лопастях турбины при течении вязкой жидкости помощью метода конечных элементов установлено, что:

- анализ потока с использованием метода конечных элементов дает возможность получить необходимые начальные данные для последующего моделирования турбулентности и нелинейности течения вязкой жидкости;
- наибольшие нагрузки возникают на краях лопастей, с максимальной скоростью обтекания жидкости; там же должны генерироваться и зоны турбулентности с наибольшей диссипацией энергии;
- в приведенном приближении скорость вращения турбины и нестационарность течения не были приняты во внимание. Дальнейший их учет, по всей видимости потребует увеличения толщины лопастей в критических зонах и увеличения угла их наклона по отношению к оси турбины.

Список литературы: 1. *Зенкевич О.С., Тейлор Р.Л.* Метод конечных элементов. – 4-е издание, 1994. 2. ANSYS Workbench. – FLUENT, ©ANSYS Inc., 2006. 3. MATLAB. Руководство пользователя. – 1998.

Поступила в редколлегию 10.10.2011.