

Г.Ю. МАРТЫНЕНКО, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
С.С. МЯКИННИКОВ, студент, НТУ «ХПИ»

ИНТЕГРИРОВАННОЕ ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ДИНАМИКИ РОТОРОВ НА РАЗЛИЧНЫХ ОПОРАХ

Запропоновано інтегрований програмний засіб для опису динаміки роторів. Він дозволяє по введенню користувачем параметрам системи «ротор-опори» створювати в автоматичному режимі розрахункову скінчено-елементну модель валу, вибирати місцеположення присднаних мас і опор із завданням їх типу і параметрів. В ньому реалізовано такі розрахункові засоби, як аналіз власних частот і форм з урахуванням гіроскопічного моменту, пошук критичних швидкостей обертання, а також визначення гармонійного відгуку на дію відцентрових сил викликаних наявністю дисбалансу мас. Достовірність розрахункового засобу підтверджена порівнянням з розрахунковими і експериментальними даними.

Ключові слова: динаміка ротора, критичні швидкості, програмний засіб.

Предложено интегрированное программное средство для описания динамики роторов. Оно позволяет по введенным пользователем параметрам системы «ротор-опоры» создавать в автоматическом режиме расчетную конечно-элементную модель вала, выбирать местоположение присоединенных масс и опор с заданием их типа и параметров. В качестве расчетных средств реализованы анализ собственных частот и форм с учетом гироскопического момента, поиск критических скоростей вращения, а также определение гармонического отклика на действие центробежных сил вызванных наличием дисбаланса масс. Достоверность расчетного средства подтверждена сравнением с расчетными и экспериментальными данными.

Ключевые слова: динамика ротора, критические скорости, программное средство.

The integrated software for modeling the dynamics of rotors is introduced. The program allows you on set parameters of the «rotor-bearing» system to create in automatic mode finite element model of the shaft, to choose the location of the added masses and supports with the assignment of their type and parameters. Such types of calculations as the analysis of natural frequencies and forms subject to the rotational velocity and gyroscopic moment, the search for critical speed of rotation, and the definition of the harmonic response to the action of the centrifugal force caused by the presence of mass imbalance are implemented. The reliability of the software tools is confirmed by experimental data and results of other computational research.

Keywords: rotordynamics, critical speeds, software tool.

Введение. Роторные машины, как и другие сложные технические устройства, подвержены воздействию вибраций, которые могут приводить в процессе эксплуатации к пагубным последствиям, а иногда и к разрушению отдельных элементов, например, опорных узлов [1-2]. Основным источником вибрации в таких машинах является вращающийся элемент – ротор, на который при наличии эксцентричной посадки навесных элементов (рабочих колес, полумуфт и

т.д.) либо их остаточной несбалансированности действуют центробежные силы, направленные от центра вращения каждого сечения вала в сторону текущего положения центра масс навесного элемента. Это главный и неизбежный вид вибраций любой роторной машины. Неуравновешенный ротор всегда совершает колебания с основной частотой, то есть с частотой вращения ротора ω . При этом возникающие центробежные силы могут вызывать не только вертикальные и горизонтальные вибрации, но и, при определенных условиях, осевые. Анализ динамического поведения ротора под воздействием указанных сил должна подвергаться любая роторная машина как на этапах проектирования и доводки, так и при возникновении эксплуатационных аварий.

Постановка задачи. Целью данной работы является реализация методики конечно-элементного расчета основных динамических параметров и характеристик различных (в том числе многопролетных) роторов, установленных в опорах различного типа, с учетом навесных элементов.

Для автоматизации процесса построения геометрической и конечно-элементной моделей роторов в виде валов кусочно-постоянного круглого сечения с навесными элементами, смоделированными сосредоточенными массами и обладающими инерцией поворота, а также нахождения их собственных частот и форм, построения частотных диаграмм для поиска критических скоростей и амплитудно-частотных характеристик с визуализацией траекторий движения ротора для определения опасности резонансных режимов, в работе ставится задача по созданию специализированного интегрированно-го программного средства.

Особенности моделирования роторов различного назначения. Объектом исследований в работе выбран ротор любой возможной конфигурации с валом, состоящим из участков кусочно-постоянного круглого (кольцевого) сечения. К такому представлению может быть приведен вал практически любой роторной машины (турбины, компрессора, детандера, генератора и т.д.) [3]. Навесные элементы могут быть любой конфигурации, но для них должно быть известно местоположение центра масс на валу, масса, экваториальный и полярный моменты инерции. Применяемые в настоящее время подшипники (качения, скольжения, магнитные) могут моделироваться как жестко заземленные, шарнирные или упруго-демпферные опоры в зависимости от степени близости к этим вариантам характеристик применяемого типа подшипников.

Кроме того, для проведения расчетных исследований динамики должны быть известны такие параметры ротора, как свойства материала вала, остаточные дисбалансы навесных элементов, разгонная характеристика и диапазон рабочих скоростей вращения ротора.

Теоретические положения численного анализа роторной динамики. При анализе процессов, происходящих в роторной машине, следует разде-

лять понятия критической скорости и резонанса. Первое связано с потерей устойчивости вращающегося ротора под действием возбуждения из-за собственной неуравновешенности [4-7]. Но в многовальных турбомашинах колебания одного ротора могут быть вызваны неуравновешенностью другого [5, с. 167-170]. Такие колебания, в отличие от критических, называют резонансными [5]. Кроме того, резонансные вибрации определяются динамическим состоянием машины в целом и могут возбуждаться, например, кинематически или периодическими силами постоянного направления различной природы [4]. При этом ротор может совершать движение типа прямой или обратной, синхронной или несинхронной прецессии.

В работе используются численный метод расчета динамических характеристик – метод конечных элементов (МКЭ) [8]. Определение критических частот ротора, как и все другие анализы, выполняется с использованием уравнений роторной динамики, которые в матричной форме имеют вид [8]:

$$[M][\ddot{U}] + ([C] + [G])[\dot{U}] + ([K] + [B])[U] = [F], \quad (1)$$

где M , C и K – соответственно матрицы масс, демпфирования и жесткости, U – вектор-столбец узловых перемещений, F – вектор-столбец динамической нагрузки, приведенной к узлам конечно-элементной сетки, а G и B – гироскопическая матрица и матрица демпфирования, связанного с вращательным движением, которые позволяют учесть зависимость динамических характеристик (например, собственных частот) от угловой скорости вращения ротора. Последняя матрица изменяет общую матрицу конструкционной жесткости, что может привести к неустойчивости движения ротора.

Далее при $[F] = 0$ этим уравнениям придается форма, соответствующая задаче о собственных значениях, и для дискретных значений угловой скорости вращения в заданном диапазоне находятся собственные частоты, соответствующие изгибным (поперечным) формам колебаний. Это позволяет построить частотную диаграмму (диаграмму Кэмпбелла) и по ней определить критические скорости вращения с учетом гироскопического момента.

На ротор при вращении действуют центробежные силы, проекции которых на оси системы координат (y и z), перпендикулярные оси вала, изменяются по гармоническому закону в противофазе [8]:

$$\begin{aligned} F_y &= \omega^2 (F \cos \alpha \cos \omega t + F \sin \alpha \sin \omega t); \\ F_z &= \omega^2 (F \cos \alpha \sin \omega t + F \sin \alpha \cos \omega t); \end{aligned} \quad F = me, \quad (2)$$

где m – неуравновешенная масса, e – эксцентриситет, α – фаза неуравновешенности, ω – угловая скорость вращения.

В комплексном виде равенства (2) могут быть записаны как:

$$\begin{aligned} F_y &= \omega^2 (F_a - iF_b)e^{i\omega t}; \\ F_z &= \omega^2 (-F_b - iF_a)e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (3)$$

При выполнении гармонического анализа с учетом таких сил решается уравнение вида (1) с правой частью (3) и строится амплитудно-частотная ха-

рактеристика (АЧХ), например, для центров масс навесных элементов или опорных участков. Это позволяет найти резонансные режимы с определенным амплитуд колебаний, построить траектории движения ротора, соответствующие этим угловым скоростям и в конечном итоге оценить их опасность.

Интегрированное программное средство и методика вычислений.

Для расчета динамических характеристик роторной системы (многоопорного ротора), то есть проведения расчетов собственных частот и форм невращающегося ротора, получения зависимостей собственных частот от угловой скорости вращения в заданном диапазоне и построения частотной диаграммы Кэмбелла, выполнения гармонического анализа и построения амплитудно-частотных характеристик с визуализацией траекторий движения ротора была создана программа «Sol». Она интегрирована с многоцелевым пакетом проектирования и конечно-элементного анализа. Геометрические параметры ротора в виде длин и диаметров отдельных участков вала задаются пользователем в главном окне программы «Данные», вид которого показан на рис. 1.

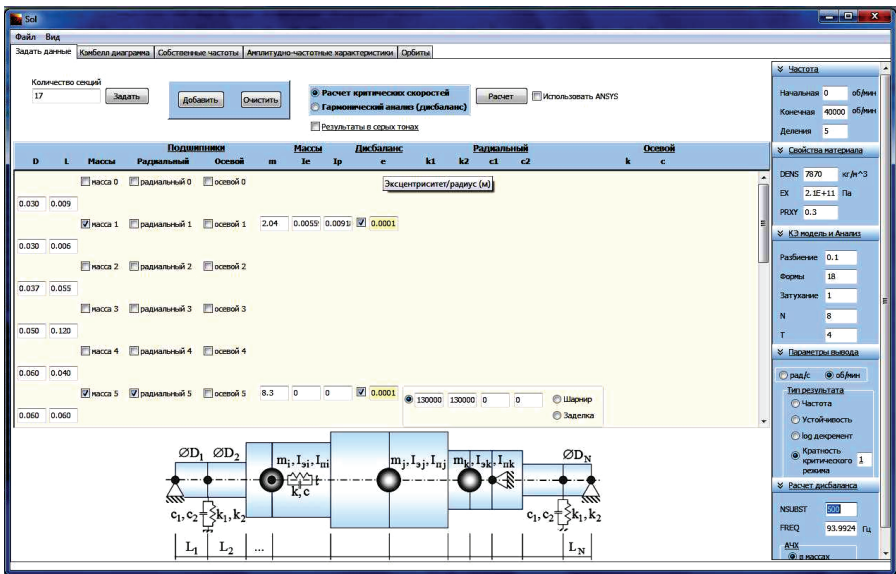


Рисунок 1 – Окно для задания параметров системы «ротор-опоры» программы «Sol»

Кроме того, в этом же окне имеется возможность указания мест расположения сосредоточенных масс с определением их параметров (масса, экваториальный и полярный моменты инерции, дисбаланс), радиальных и осевых опор с выбором вида опирания и заданием их характеристик (коэффициентов

жесткости и сопротивления), свойств материала вала, а также типа расчета (критические скорости, гармонический анализ) и его параметров (количество собственных частот и форм, диапазон угловых скоростей для построения диаграммы Кэмбелла, диапазон частот для построения АЧХ и количество расчетных точек в этих диапазонах). Все представленные на форме параметры снабжены всплывающими подсказками, содержащими информацию о физическом смысле и единицах измерения (см. рис. 1).

Передача этих и других исходных данных из управляющей программы в пакет осуществляется посредством макроса, содержащего команды построения геометрической и конечно-элементной моделей, задания свойств материалов, граничных условий и нагрузок, запуска на счет, визуализации и сохранения результатов.

В качестве расчетной конечно-элементной модели в программе используется балочно-массовая модель. Так вал моделируется балочными конечными элементами (КЭ) кусочно-постоянного круглого или кольцевого сечения, навесные элементы – КЭ сосредоточенных масс с учетом или без учета инерции поворота, радиальные упруго-демпферные подшипники – КЭ специального типа с заданием коэффициентов жесткости и сопротивления в двух взаимно перпендикулярных направлениях, а осевые упруго-демпферные подшипники – КЭ типа линейных пружин с постоянными значениями коэффициентов жесткости и сопротивления.

Примененные расчетные алгоритмы роторной динамики соответствуют теоретическим положениям, описанным выше (см. п. 3).

Вывод результатов включает в себя графическое представление диаграммы Кэмбелла с указанием значений критических скоростей соответствующих прямой, обратной и «неопределенной» прецессиям (вкладка «Кэмбелл-диаграмма»), визуализацию собственных форм колебаний невращающегося ротора с указанием значений собственных частот, соответствующих им (вкладка «Собственные частоты»), графический вывод АЧХ в виде резонансной кривой (вкладка «Амплитудно-частотная характеристика») и отображение траектории прецессионного движения ротора для заданной угловой скорости (вкладка «Орбиты»).

Расчетные исследования и верификация программы. Целью выполненных с использованием созданной программы численных исследований, результаты которых представлены ниже, являлось подтверждение адекватности расчетного средства и демонстрация его возможностей.

В качестве объектов исследований выбраны системы, для которых основные динамические характеристики были получены ранее либо расчетным путем с использованием других математических моделей и методов, либо экспериментальным путем. Это ротор детандер-компрессорного агрегата, входящего в состав технологического стенда, разработанного на ПАО «Сумское НПО им. М.В. Фрунзе» и служащего для сжижения природного газа [9],

и ротор лабораторной установки, реализующей полный магнитный подвес комбинированного типа [10].

Анализ динамики роторов ДКА. Геометрические модели исходной и модифицированной конструкций ротора ДКА представлены на рис. 2. В обоих случаях в состав конструкции ротора входит два рабочих колеса (детандерное и компрессорное), цапфы радиальных и диск осевого подшипников скольжения. Длины роторов равны 1 м и 0,94 м, а массы 54 и 63 кг – соответственно, жесткость опор – $1,3 \times 10^7$ Н/м. Изменение конструкции ротора выполнено с целью перехода от подшипников скольжения (см. рис. 2, *а*) к магнитным подшипникам [9], являющимся, по сути, тоже упругими опорами.

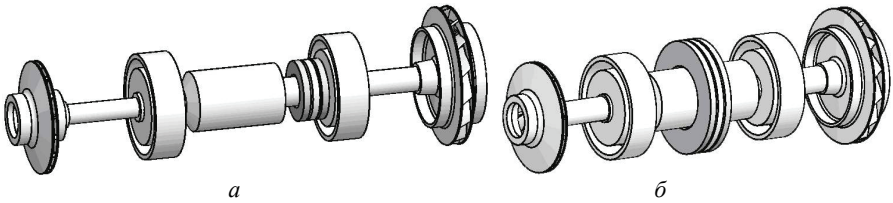


Рисунок 2 – Геометрические трехмерные модели:
а – исходная; *б* – модифицированная конструкция ротора ДКА

Схема полного магнитного подвеса ротора ДКА с двумя радиальными магнитными подшипниками на постоянных магнитах (МПММ) и одним осевым активным магнитным подшипником (АМП) двустороннего действия, расположенным посередине (см. рис. 2, *б*), рассмотрена в работе [10].

С помощью программы была построена расчетная модель и проведены численные исследования, погрешность результатов которых, обусловленная сеточной дискретизацией, не превышала 1 %. Это было подтверждено их сравнением с результатами, полученными при меньшем размере КЭ.

На рис. 3 представлена диаграмма Кэмбелла для ротора ДКА модифицированной конструкции (см. рис. 2, *б*), причем рис. 3, *а* демонстрирует зависимость собственных частот, находящихся в нижней части спектра, от угловой скорости вращения, а рис. 3, *б* – в верхней. Наклонная линия, выходящая из начала координат, соответствует первой (основной) гармонике, а точки пересечения ее с графиками частот дают критические скорости. Численные значения этих скоростей представлены на форме в таблицах с указанием, какому типу прецессии они соответствуют.

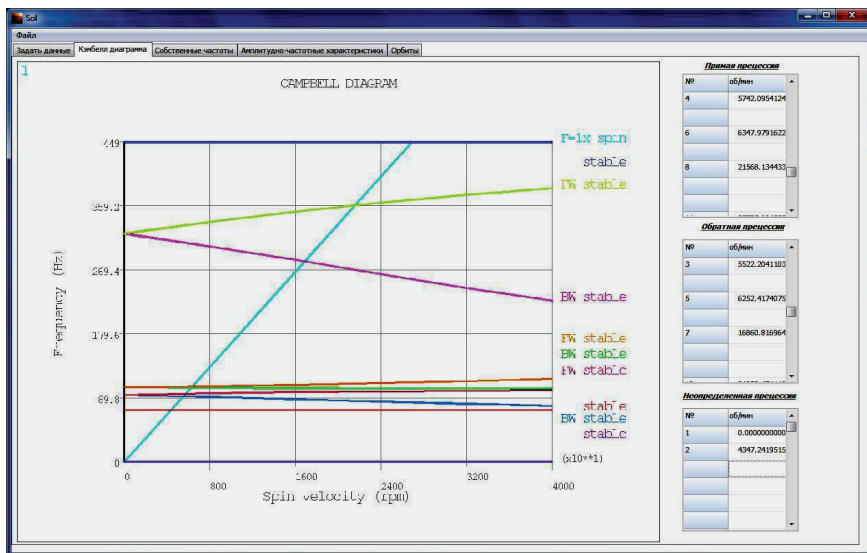
Собственные формы поперечных и изгибных колебаний невращающегося ротора представлены на рис. 4-7. Кроме балочных элементов, моделирующих вал, на рисунках отображены и элементы (К0), моделирующие радиальные и осевую упругие опоры. В таблицах даны значения собственных частот, попадающих в заданный диапазон.

На рис. 8 представлены АЧХ ротора ДКА модифицированной конструк-

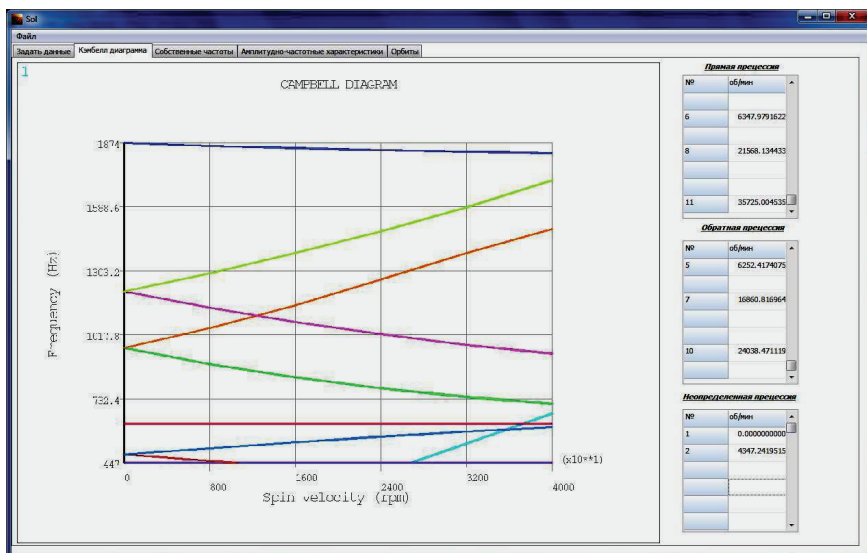
ции, то есть зависимость амплитуд колебаний (в метрах) центров тяжести сосредоточенных масс навесных элементов (см. рис. 8, *a*) и центров опорных участков радиальных и осевого подшипников (см. рис. 8, *b*) от частоты возбуждения (в Герцах). Из анализа АЧХ можно сделать вывод, что первый резонансный режим возникает на частоте ~ 95 Гц. Это соответствует первой критической скорости 5742 об/мин, на которой ротор совершает движение типа прямой синхронной конической прецессии. Траектории движения на данной скорости отдельных узловых точек ротора изображены на рис. 9.

Для выполнения сравнительного анализа и подтверждения достоверности расчетной модели и примененных средств, а также всего программного продукта использовались результаты расчетов для двух рассмотренных конструктивных вариантов с теми же параметрами, но выполненные с использованием также балочно-массовых расчетных моделей, представленных на рис. 10. Здесь в расчетах, выполненных методом конечных разностей (МКР), учитывалась прямая прецессия вала [9]. Результаты в виде первых пяти значений критических скоростей сведены в табл. 1. Их анализ показал, что относительная разница практически для всех критических скоростей ротора ДКА обеих конструкций не превышает 4 %, а это может являться подтверждением адекватности предложенного программного средства, так как объяснением немного большего несовпадения некоторых значений может служить неучет в «эталонных» расчетах осевых упругих опор.

Анализ динамики ротора лабораторной установки с магнитными подшипниками. Комбинированный магнитный подвес ротора лабораторной (экспериментальной) установки включает два радиальных магнитных подшипника на двух постоянных кольцевых магнитах (МППКМ) и один осевой активный магнитный подшипник двухстороннего действия с двумя обмотками [10]. Установка предназначена для подтверждения возможности реализации такого вида полного магнитного подвеса в высокоскоростных роторных машинах (например, ДКА), а также для проведения экспериментальных исследований с целью апробации алгоритмов и законов управления для достижения динамической устойчивости в заданном диапазоне возможных возмущающих воздействий, определения вибрационных характеристик, поиска различных резонансных режимов, в том числе связанных с нелинейностями силовых и жесткостных характеристик магнитных подшипников, идентификации аналитических математических моделей [10]. Ее внешний вид показан на рис. 11. Здесь же представлены два варианта ротора исходной (вверху) и модифицированной (внизу) конструкций. Длина роторов равна 367 и 328 мм, а масса 2,5 и 2,7 кг соответственно. Конструктивные изменения ротора были выполнены с целью совмещения точки измерения осевого положения ротора и точки управления осевым АМП, а также горизонтального выравнивания оси ротора в положении статического равновесия. В обоих вариантах ротора кольца МППКМ имеют осевую намагниченность и обеспечивают самоцен-



a



б

Рисунок 3 – Диаграмма Кэмпбелла (частотная диаграмма) ротора ДКА модифицированной конструкции: *a* – нижняя часть спектра, *б* – верхняя часть спектра

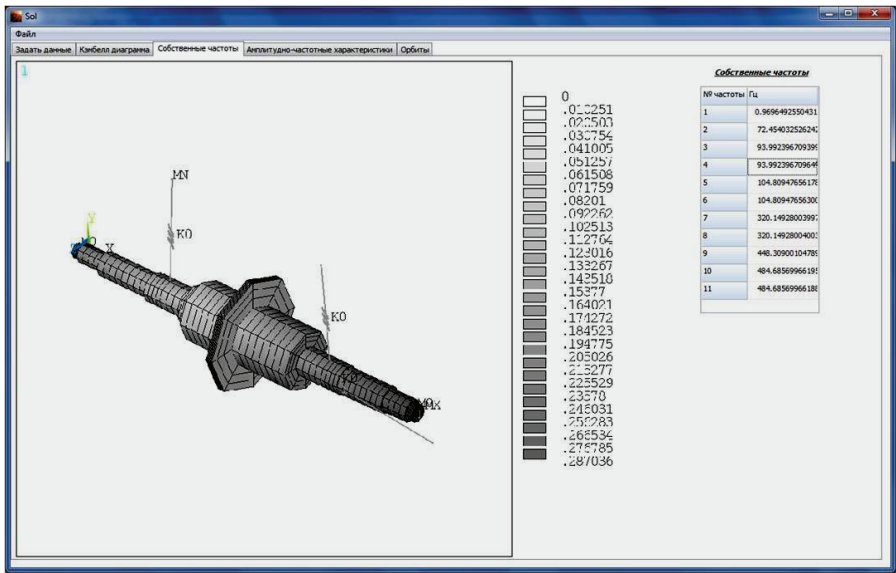


Рисунок 4 – Поперечная угловая форма собственных колебаний ротора ДКА модифицированной конструкции с указанием места в спектре и собственной частоты

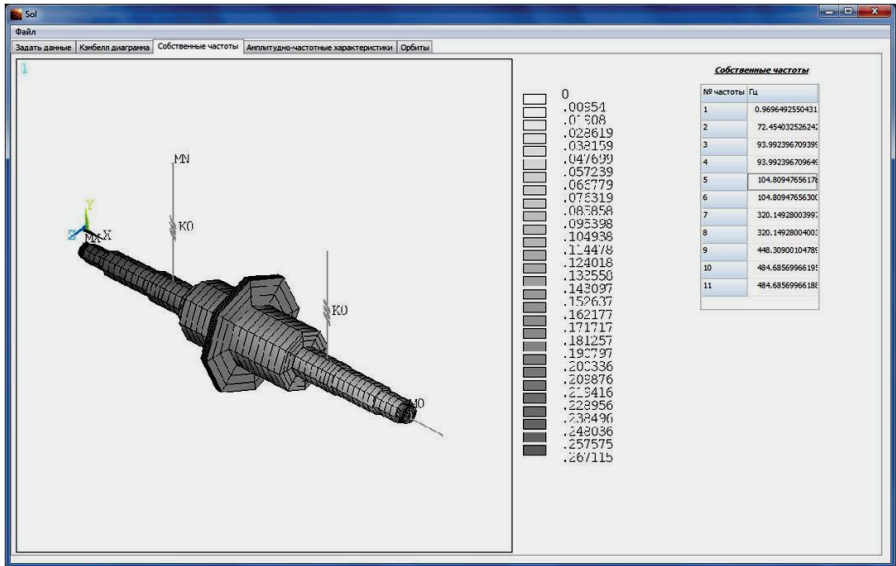


Рисунок 5 – Поперечная поступательная форма собственных колебаний ротора ДКА модифицированной конструкции с указанием места в спектре и собственной частоты

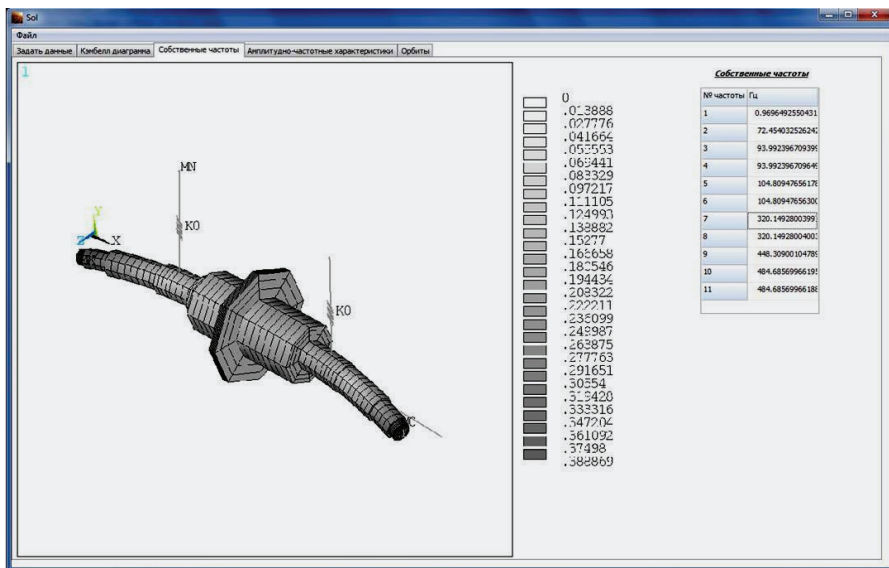


Рисунок 6 – Первая изгибная форма собственных колебаний ротора ДКА модифицированной конструкции с указанием места в спектре и собственной частоты

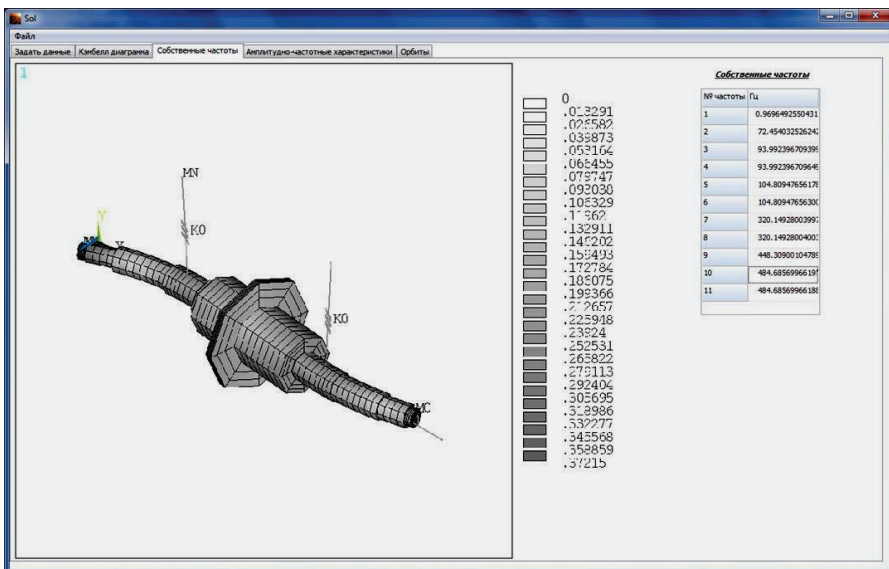
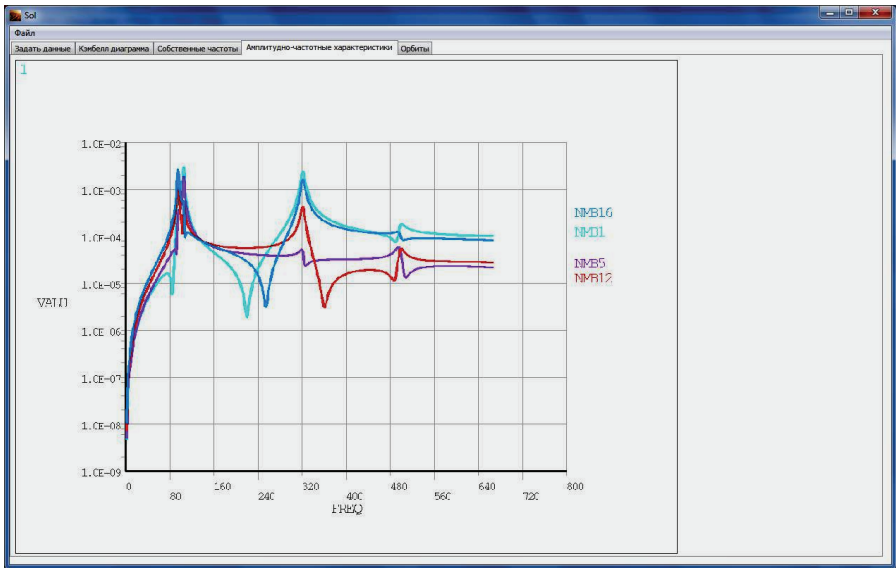
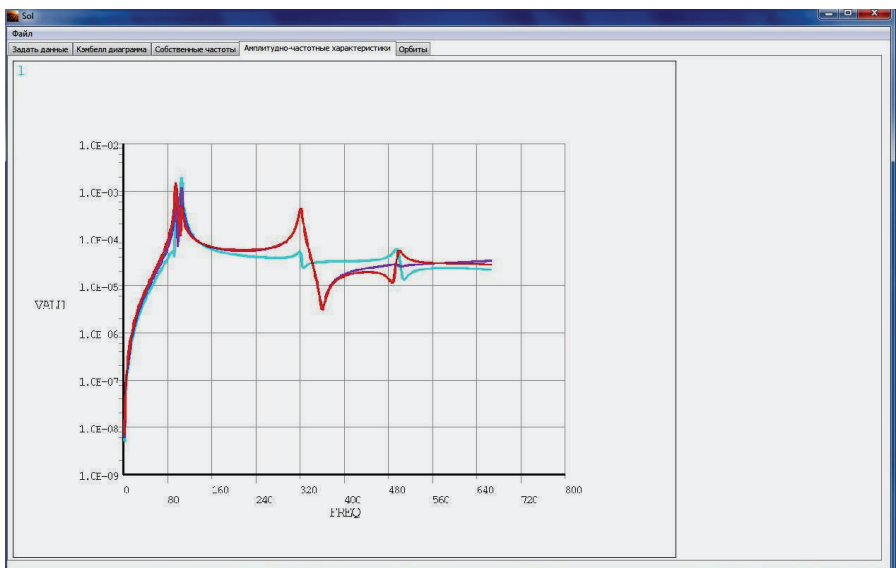


Рисунок 7 – Вторая изгибная форма собственных колебаний ротора ДКА модифицированной конструкции с указанием места в спектре и собственной частоты



a



б

Рисунок 8 – Амплитудно-частотная характеристика ротора ДКА:
a – амплитуды колебаний сосредоточенных масс навесных элементов;
б – амплитуды колебаний центров опорных участков

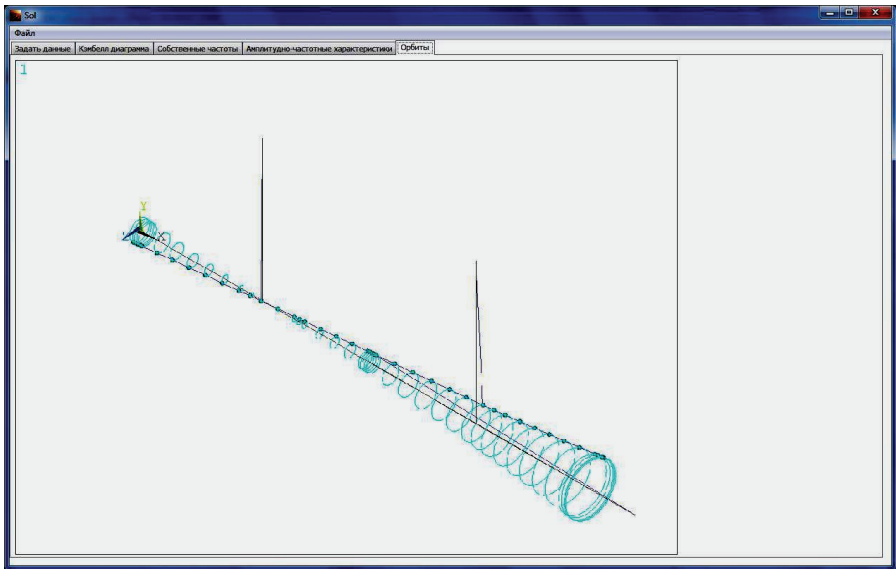


Рисунок 9 – Траектория движения ротора ДКА на первой критической скорости вращения 5742 об/мин (прямая коническая прецессия)

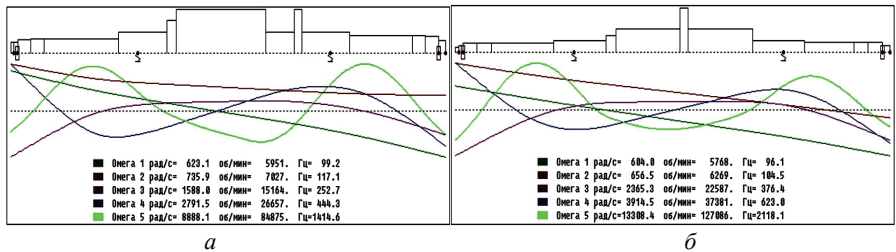


Рисунок 10 – Результаты расчетов критических скоростей методом конечных разностей: а – исходная; б – модифицированная конструкция ротора ДКА

Таблица 1 – Критические скорости вращения ротора ДКА в упругих опорах [об/мин]

№	Вид движения – прямая синхронная прецессия	Исходная конструкция		Модифицированная конструкция	
		МКР	МКЭ	МКР	МКЭ
1	коническая	5951	5768	5768	5742
2	цилиндрическая	7027	6566	6269	6347
3	изогнутой оси	15164	15580	22587	21568
4	изогнутой оси	26657	28757	37381	35725
5	изогнутой оси	84875	83116	127086	105937

трирование в радиальном направлении за счет сил отталкивания. Устойчивость в осевом направлении обеспечивается системой управления (СУ) с обратной связью, реализующей некоторый алгоритм управления, то есть алгоритм изменения управляющих напряжений, подаваемых на обмотки АМП в зависимости от положения ротора, определяемого с помощью датчиков.

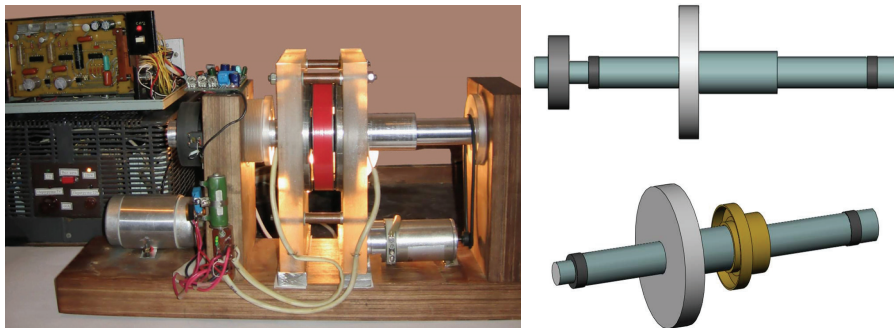


Рисунок 11 – Лабораторная установка ротора в комбинированном магнитном подвесе и геометрические модели исходной и модифицированной конструкций ротора

При проведении расчетных исследований все магнитные подшипники рассматривались как упругие опоры с постоянной жесткостью, значение которой соответствовало положению статического равновесия ротора [10]. Так жесткость радиальных опор равна 7800 Н/м и 5930 Н/м в вертикальном и горизонтальном направлении, а осевой – 8600 Н/м.

Диаграммы Кэмбелла для рассматриваемых роторов, полученные с помощью аналитических моделей в диапазоне угловых скоростей от 0 до 3000 об/мин [11], представлены на рис. 12. Значения критических скоростей вращения, найденные по ним и подтвержденные экспериментальными данными (погрешность меньше 0,5 %) [12], вместе со значениями, полученными с помощью созданного программного средства, сведены в табл. 2 для сравнительного анализа.

В этом случае вид зависимостей собственных частот от угловой скорости вращения (см. рис. 12) отличается от предыдущего случая (см. рис. 3), так как значения жесткости радиальных опор отличается в горизонтальном и вертикальном направлениях. Это является причиной появления двух собственных частот как поступательных, так и угловых поперечных колебаний невращающегося ротора p_{1x} и p_{1y} , p_{2x} и p_{2y} (см. рис. 12). А при разгоне ротора это приводит к реализации как прямой, так и обратной прецессий, и поэтому в табл. 2 сравниваются критические скорости для обоих этих движений.

Анализ результатов показал, что при их сравнении с данными, полученными экспериментальным путем (см. табл. 2), погрешность составляет ~1 %. Это значение в отличие от сравнения с результатами численных исследований, проведенных на других моделях и другими методами, в 4 раза меньше

(табл. 1) и может являться подтверждением достоверности всего программного средства, а также примененных в нем способов моделирования, алгоритмов взаимодействия отдельных модулей и способов интеграции с многоцелевым пакетом проектирования и конечно-элементного анализа.

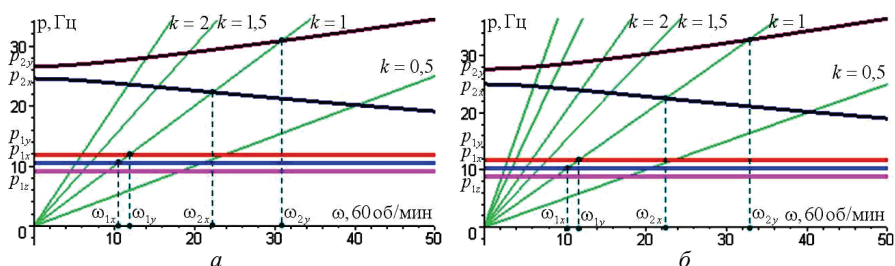


Рисунок 12 – Диаграммы Кэмпбелла, полученные с помощью аналитической модели: а – исходная; б – модифицированная конструкция ротора лабораторной установки

Таблица 2 – Критические скорости вращения ротора модели в магнитных подшипниках [об/мин]

№	Вид движения – синхронная прецессия	Исходная конструкция		Модифицированная конструкция	
		АМ	МКЭ	АМ	МКЭ
1	цилиндрическая обратная	633	636	627	624
2	цилиндрическая прямая	714	719	706	703
3	коническая обратная	1338	1358	1355	1364
4	коническая прямая	1854	1901	1968	2002

Заключение. В работе выполнено конечно-элементное моделирование роторов различных типов и назначения с учетом неуравновешенных масс, моделирующих навесные элементы, упругого или жесткого опирания в радиальном и осевом направлениях. Автоматизация моделирования и расчетов динамических характеристик роторных систем реализована в программном средстве, интегрированном с пакетом инженерного анализа. Серия расчетных исследований, проведенных с его помощью, позволила доказать его работоспособность, адекватность примененных способов моделирования и методик численного поиска собственных частот, критических скоростей и АЧХ.

Разработанное программное средство может использоваться для численного определения динамических характеристик роторов практически любой конструкции с любым количеством масс, упругих и жестких опор. Еще одним применением программного средства является возможность его использования в качестве расчетного модуля в пакете оптимизации геометрии вала, выполняемой с целью обеспечения отстройки критических режимов от диапазона рабочих скоростей вращения ротора.

Список литературы: 1. Вибрации роторных систем / Рагульский К.М., Ионушас Р.А., Бакишс А.К. и др. – Вильнюс: Моклас, 1976. – 232 с. 2. Гольдин А.С. Вибрация роторных машин / А.С. Гольдин. – М.: Машиностроение, 1999. – 344 с. 3. Кельзон А.С. Расчет и конструирование роторных машин / А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.В. Январев. – Л.: Машиностроение, 1977. – 288 с. 4. Липсман С.И. Предупреждение и устранение вибрации роторных машин / С.И. Липсман, А.Т. Музыка, В.С. Липсман. – К.: Техніка, 1968. – 196 с. 5. Иноземцев А.А. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок / А.А. Иноземцев, М.А. Нихамкин, В.Л. Сандратский. – М.: Машиностроение, 2008. – Т. 4: Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. – 204 с. 6. Хронин Д.В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов / Д.В. Хронин. – М.: Машиностроение, 1970. – 412 с. 7. Тондл А. Динамика роторов турбогенераторов / А. Тондл. – Л.: Энергия, 1971. – 387 с. 8. Nelson H.D. The dynamics of rotor bearing systems using finite elements / H.D. Nelson, J.M. McVaugh // Journal of Engineering for Industry. – 1976. – Vol. 98. – P. 593-600. 9. Особенности модифицирования ротора детандер-компрессорного агрегата для применения опор на постоянных магнитах / Бухолдин Ю.С., Левашов В.А., Гадяка В.Г., Мартыненко Г.Ю. // Компрессорная техника и пневматика. – М.: ИИЦ КХТ, 2012. – С. 22-28. 10. Мартиненко Г. Критичні швидкості обертання ротора експериментальної моделі в пасивних радіальних і активному осьовому підшипниках / Г. Мартиненко // Машинознавство. – Львів: Кінпатрі Лтд., 2009. – № 3 (141). – С. 28-33. 11. Мартиненко Г. Ідентифікація математичної моделі жорсткого ротора в пасивно-активному магнітному підвісі на підставі експериментальних даних / Г. Мартиненко // Машинознавство. – Львів: Кінпатрі Лтд., 2009. – № 11 (149). – С. 9-14. 12. Мартыненко Г.Ю. Нелинейная динамика жестких роторов турбомашин в магнитных подшипниках с учетом взаимосвязи механических и электромагнитных процессов / Г.Ю. Мартыненко // Прочность материалов и элементов конструкций: Тр. Междунар. науч.-техн. конф. (Киев, 28-30 сентября 2010 г.) / Отв. ред. В.Т. Троценко. – К.: Ин-т проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины, 2011. – С. 50-58.

Поступила в редколлегию 14.10.2012.