

**C. H. ИСАКОВ**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Пропонується метод побудови амплітудно-частотної характеристики УЗ технологічного інструменту з використанням апроксимації нелінійної динамічної характеристики в зоні контакту. Розглянуто два випадки подачі УЗТИ – кінематична та силова. Проведено аналіз поведінки АЧХ при зміненні параметрів технологічного процесу.

**Ключові слова:** ультразвукові інструменти, нелінійні процеси, математичне моделювання, зона контакту.

Предложен метод построения амплитудно-частотной характеристики УЗ технологического инструмента с использованием аппроксимации нелинейной динамической характеристики в зоне контакта. Рассмотрены два случая подачи УЗТИ – кинематическая и силовая. Проведен анализ поведения АЧХ при изменении параметров технологического процесса.

**Ключевые слова:** ультразвуковой инструмент, нелинейные процессы, математическое моделирование, зона контакта.

The method of US technological instrument amplitude-frequency characteristic construction with the use of nonlinear dynamic description approximation in the contact zone is proposed. Two cases of USTI supplying - kinematics and power are considered. The analysis of AFC at the change of technological process parameters is conducted.

**Keywords:** ultrasonic instruments, nonlinear processes, mathematical design, contact zone .

**Описание проблемы.** Отдельные составные части и элементы ультразвуковых (УЗ) технологических инструментов (УЗТИ), имеют между собой силовые, кинематические и инерционные связи, а также используют различные системы управления, в том числе, и с обратной связью. Во многих случаях явления, происходящие в таких системах, в принципе не могут быть исследованы с помощью линейных моделей. Возникновение нелинейности обусловлено различными факторами:

- нелинейностью упругих (жесткостных) характеристик отдельных элементов и материалов;
- нелинейностью внешних сил, нагружающих рабочие органы
- нелинейностью системы управления.

Большинство технологических процессов, выполняемых с использованием УЗТИ, отличаются тем, что на рабочий орган кроме формообразующего движения подачи относительно обрабатываемого изделия или среды сообщаются высокочастотные колебания определенного направления, частоты и интенсивности. Ультразвуковые установки и аппараты относятся к общему

классу высокочастотных вибрационных систем, однако они выделяются в отдельную группу по следующим основным причинам. Первая определяется принципиальными особенностями поведения материалов и сред в ультразвуковом поле. Вторая причина обусловлена спецификой конструктивных особенностей основных элементов таких систем, которые представляют собой сложные составные колебательные системы прямолинейной, криволинейной и объемной формы, составленные, как правило, из неоднородных участков активных и пассивных материалов и работающие в режиме высокоскоростного резонансного нагружения в условиях плотного и кратного спектра частот.

**Основные соотношения.** Наиболее распространенным подходом к анализу динамических нелинейных процессов УЗТИ является исследование так называемой силовой динамической характеристики  $f = f(u, \dot{u})$  колебательного процесса [1], которую после проведения гармонической линеаризации записывают в виде:

$$f_l(u_l, \dot{u}_l) \approx P_l(v, a_l) + [k(v, a_l) + j\omega b(v, a_l)]u^0. \quad (1)$$

где  $v$  – скорость подачи;  $u^0(t)$  – колебательная составляющая перемещения,  $\hat{a}_l$  – комплексная амплитуда колебаний. При этом перемещение рабочего органа в зоне контакта представляется как:

$$u(t) \approx vt + u^0(t) = vt + \hat{a} \exp(j\omega t), \quad (2)$$

Представляя уравнение колебаний УЗТИ под нагрузкой в виде:

$$u(t) = u^*(t) - L(p)f(u, \dot{u}), \quad (p = \partial / \partial t) \quad (3)$$

где  $\hat{a}^*(\omega)$  – комплексная амплитуда колебаний без нагрузки, а  $L(p)$  – оператор динамической податливости системы в зоне обработки, при  $p = j\omega$ , уравнение для комплексной амплитуды колебаний в зоне обработки записывается в виде:

$$\hat{a} = \frac{\hat{F}(\omega)}{W(j\omega) + k(v, a) + j\omega b(v, a)}, \quad (4)$$

где  $W(j\omega) = L^{-1}(j\omega)$  – динамическая жесткость системы;  $\hat{F}(\omega) = a^*(\omega)W(j\omega)$  – эквивалентная возбуждающая сила, создаваемая преобразователем УЗТИ.

Коэффициенты  $k$  и  $b$  описываются формулами:

$$k(v, a) = \frac{D\omega}{\pi v} K\left(\frac{v}{a\omega}\right); \quad b(v, a) = \frac{D}{\pi v} B\left(\frac{v}{a\omega}\right), \quad (5)$$

где  $D$  – сила, прикладываемая к инструменту при обработке в отсутствии ультразвуковых колебаний.

Графики функций  $K(v/a\omega)$  и  $B(v/a\omega)$  показаны на рис. 1, а представленные на рис. 2 графики позволяют установить связь между постоянной составляющей силы воздействия в зоне обработки  $P$  и скорости в обработки в зависимости от параметров УЗТИ.

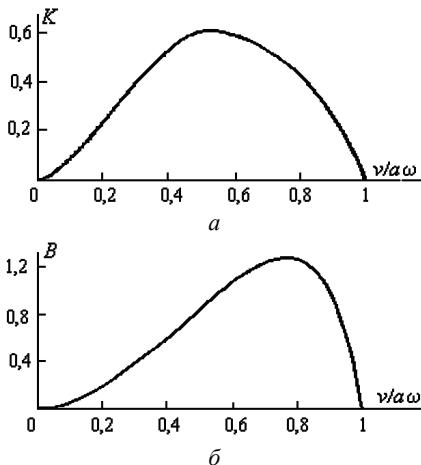


Рисунок 1 – Графики функций:  
а –  $K(v/a\omega)$ ; б –  $B(v/a\omega)$

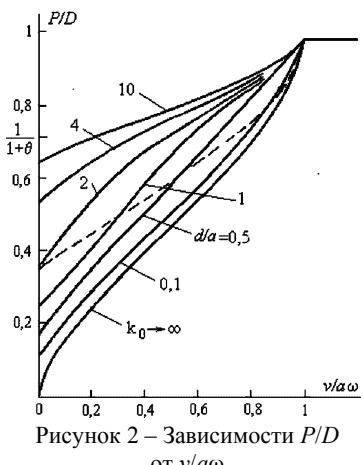


Рисунок 2 – Зависимости  $P/D$   
от  $v/a\omega$

Уравнение для нахождения амплитуды колебаний представляется в виде:

$$a\omega = \left| \frac{\omega \cdot F(\omega)}{U(\omega) + k(v, a\omega) + j[V(\omega) + \omega b(v, a\omega)]} \right|, \quad (6)$$

где  $U(\omega) = \text{Re } W(j\omega)$ ,  $V(\omega) = \text{Im } W(j\omega)$ , а для его решения используется графический прием, позволяющий построить амплитудно-частотную зависимость УЗТИ.

Конструктивные особенности колебательной системы УЗТИ с нелинейной нагрузкой определяют разнообразие возможных конфигураций резонансных кривых, конкретный вид которых зависит от соотношения между упругими и диссипативными параметрами колебательной системы и технологической нагрузки, используемыми и обрабатываемыми материалами, типом подачи инструмента – кинематической или силовой и прочим.

**Математическое моделирование динамического состояния УЗТИ.** УЗТИ работают в режиме высокоскоростного резонансного нагружения, при этом генерируемые за счет пьезоэффекта в преобразователе пьезосилы определяют особенности вектора «внешней» нагрузки.

Используя подходы, описанные в [2, 3], с учетом представления нелинейной динамической характеристики в зоне контакта в виде (1), уравнение резонансной кривой может быть представлено в виде:

$$a = \frac{P^*}{\sqrt{\left[ (c - m\omega^2) + k(v, a\omega) \right]^2 + \left[ \frac{\Delta W(a)}{\pi a^2} + \omega b(v, a\omega) \right]^2}}, \quad (7)$$

где

$$\vec{v}(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N \vec{y}_i(\vec{x}) \eta_i(t); \quad (8)$$

$\vec{y}_i(\vec{x})$  – собственные формы колебаний,

$$P^* = \int_V (\vec{f}, \vec{y}) dV, \quad (9)$$

$$c = \int_V (C\vec{y}, \vec{y}) dV; \quad m = \int_V (M\vec{y}, \vec{y}) dV; \quad \omega_0^2 = \frac{c}{m}, \quad (10)$$

$\Delta W = \int_V \Psi \sigma_i^2 dV$  – энергия, рассеиваемая в системе за цикл колебаний в соответствии с представлением Давиденкова, где  $\Psi$  – коэффициент, определяемый экспериментально,  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений.

Для преобразователя, состоящего из пьезокерамических шайб, поляризованных по толщине, «внешнюю» нагрузку можно записать в виде:

$$f = \sigma_p F_{pc}, \quad (11)$$

где  $F_{pc}$  – площадь пьезошайбы, а напряжения, возникающие вследствие пьезоэффекта, определяются как

$$\sigma_p = e_p E_{pc}, \quad (12)$$

где  $e_p$  – пьезомодуль пьезокерамики,  $E_{pc}$  – напряженность электрического поля.

Коэффициенты  $k(v/a)$  и  $b(v/a)$ , характеризующие эквивалентные упругую и диссипативную составляющие нелинейной нагрузки, определяются по формулам (5) в соответствии с графиками рис. 1.

Аппроксимируя графики зависимостей  $K$  и  $B$  в виде разложения в ряд:

$$K = \sum_{i=1}^M k_i \left( \frac{v}{a\omega} \right)^i; \quad B = \sum_{i=1}^M b_i \left( \frac{v}{a\omega} \right)^i \quad (13)$$

и учитывая зависимости:

$$m = a^2 \bar{m}; \quad c = a^2 \bar{c}; \quad \Delta W = a^2 \Delta \bar{W}; \quad P^* = a^2 \bar{P}, \quad (14)$$

где  $\bar{m}$ ,  $\bar{c}$ ,  $\Delta \bar{W}$  и  $\bar{P}$  – значения рассчитанные при  $a = 1$ , уравнение резонансной кривой (7) для случая кинематической подачи может быть представлено в виде:

$$a = \frac{a^2 \bar{P}}{\sqrt{\left[ a^2 \bar{m} \left( \omega_0^2 - \omega^2 \right) + \frac{D\omega}{\pi v} \sum_{i=1}^M k_i \left( \frac{v}{a\omega} \right)^i \right]^2 + \left[ \frac{\Delta \bar{W}}{\pi} + \frac{\omega D}{\pi v} \sum_{i=1}^M b_i \left( \frac{v}{a\omega} \right)^i \right]^2}}. \quad (15)$$

Зависимости (13) с достаточной степенью точности аппроксимируются полиномом четвертого порядка, при этом коэффициенты разложения

$$k_1 = -0,1; \quad k_2 = 8,0167; \quad k_3 = -13,75 \quad \text{и} \quad k_4 = 5,8333. \\ b_1 = 0,1042; \quad b_2 = 2,2396; \quad b_3 = 6,7708 \quad \text{и} \quad b_4 = -9,1146.$$

В случае силовой подачи для большинства практических случаев скорость резания может быть представлена зависимостью:

$$\frac{v}{\omega a} = d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left( \frac{P}{D} \right)^2, \quad (16)$$

где коэффициент  $d_1$  и  $d_2$  определяется в соответствии с графиками рис. 2, исходя из свойств обрабатываемого материала. Тогда, уравнение резонансной кривой (7) для случая силовой подачи может быть представлено в виде:

$$a = \frac{a^2 \bar{P}}{\sqrt{\left[ a^2 \bar{m} (\omega_0^2 - \omega^2) + G_k \right]^2 + \left[ \frac{\Delta \bar{W}}{\pi} + G_b \right]^2}}; \\ G_k = \frac{D}{a\pi \left( d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left( \frac{P}{D} \right)^2 \right)} \sum_{i=1}^M k_i \left( d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left( \frac{P}{D} \right)^2 \right)^i; \\ G_b = \frac{D}{a\pi \left( d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left( \frac{P}{D} \right)^2 \right)} \sum_{i=1}^M b_i \left( d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left( \frac{P}{D} \right)^2 \right)^i. \quad (17)$$

Уравнения (15) и (17) позволяют построить амплитудно-частотные характеристики для обоих случаев подачи УЗТИ.

**Исследование УЗТИ для обработки хрупких материалов.** Рабочая модель УЗТИ представлена на рис. 3, пассивная часть которой изготовлена из титанового сплава ВТ-31, а активная – из пьезокерамических элементов ЦТССт-3.

При напряжении 200 В на электродах пьезошайб (наружный диаметр – 30 мм, внутренний диаметр – 12 мм и ширина – 5 мм) без нагрузки рабочая частота системы 27,5 кГц. Распределение перемещений по длине системы представлено на рис. 4, а потенциала по длине пьезопакета – на рис. 5.

При отсутствии нагрузки амплитудно-частотная характеристика УЗТИ представлена на рис. 6.

При использовании в технологическом процессе кинематической схемы подачи, когда инструмент перемещается с постоянной скоростью  $v$ , характер изменения АЧХ в зависимости от величины отношения  $v$  к «ультразвуковой» скорости рабочего наконечника  $a^* \omega$ , представлен на рис. 7.

Характер изменения АЧХ свидетельствует о том, что при увеличении скорости подачи более, чем на 40 % относительно  $a^* \omega$  приводит к «загибу»

АЧХ и появлению зоны неустойчивости, что подтверждается практическим опытом использования аналогичного оборудования и что, в конечном итоге, может приводить при эксплуатации таких систем к резкому снижению амплитуд УЗ колебаний инструмента в зоне обработки при переходе на устойчивую ветвь АЧХ и, соответственно, к снижению эффективности всего технологического процесса в целом.

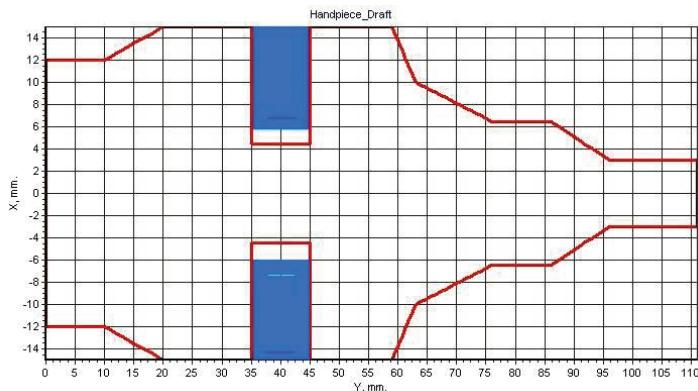


Рисунок 3 – Рабочая модель технологической УЗ ССС

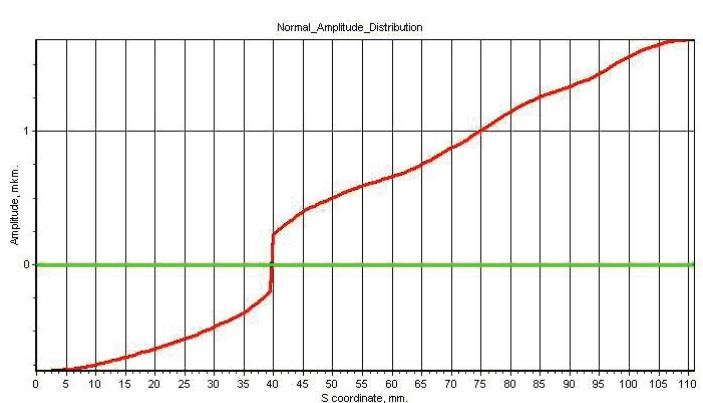


Рисунок 4 – Распределение перемещений по длине системы

Это обстоятельство необходимо учитывать при проектировании системы автоматического регулирования УЗТИ.

Исследование динамических характеристик технологической УЗТИ при силовой схеме подачи, когда к инструменту прикладывается постоянное усилие  $P$ , характер изменения АЧХ в зависимости от величины отношения  $P/D$  представлен на рис. 8.



Рисунок 5 – Распределение потенциала по длине пьезопакета

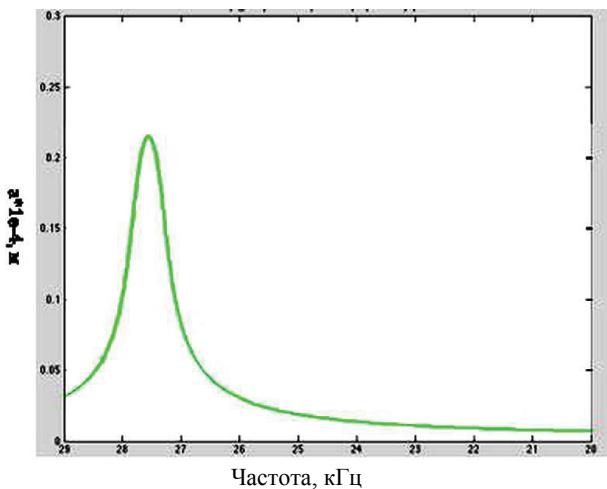


Рисунок 6 – АЧХ УЗТИ без нагрузки

Увеличение усилия подачи до критического значения  $P_{kp}$  приводит к смещению резонансной кривой в сторону больших частот и снижению амплитуды колебаний рабочего наконечника, а при превышении критического значения  $P_{kp}$  может привести к «срыву» на неустойчивую ветку, когда поддержание резонансного режима всей системы оказывается невозможным, а для его восстановления необходимо будет разгрузить систему, что скажется на производительности технологической операции.

Разработанные математические модели, методы расчетов и алгоритмы могут быть в дальнейшем использованы при разработке и проектировании

новых образцов ультразвуковой техники, применяемой в машиностроении, медицине, приборостроении и других областях.

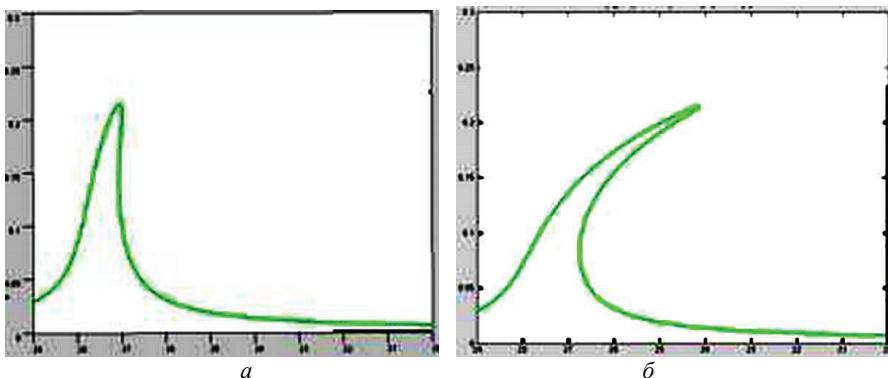


Рисунок 7 – Изменение характера АЧХ УЗТИ при кинематической схеме подачи:  
*a* –  $V/(a^*\omega) = 0,35$ ; *б* –  $V/(a^*\omega) = 0,7$

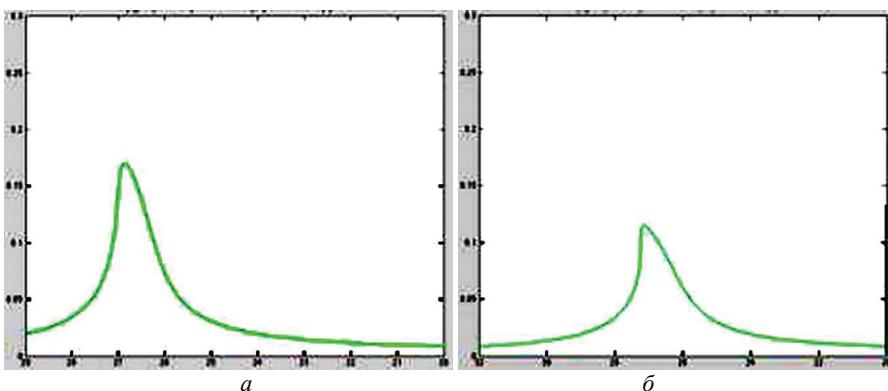


Рисунок 8 – Изменение характера АЧХ УЗТИ при силовой схеме подачи:  
*a* –  $P = 30\% P_{kp}$ ; *б* –  $P = 90\% P_{kp}$

**Список литературы:** 1. Асташев В.К. О нелинейной динамике ультразвуковых технологических процессов и систем // Научно-технический журнал «ВНТР», Национальная Технологическая Группа. – М: 2007. – №2. – С. 123-127. 2. Исаков С.Н., Исаков А.С., Марусенко С.И. Вынужденные колебания высокочастотных структурно-связанных систем // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Х.: 2009. – № 4/10 (40). – С. 41-44. 3. Автономова Л.В., Исаков С.Н. Управление параметрами технологического процесса структурно-связанной акустической системы // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Х.: 2008. – № 1/5 (31-2008). – С. 3-6.

Поступила в редакцию 04.10.2012.