

В.М. ГРИЩЕНКО, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХП»

ЧИСЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКІВ УДАРНОЇ ВЗАЄМОДІЇ В КОНСТРУКЦІЯХ

В роботі розглядається алгоритм і чисельна процедура визначення основних параметрів ударної взаємодії в одній контактній парі.

Ключові слова: удар, контактна область, динамічні процеси.

В работе рассматривается алгоритм и численная процедура определения основных параметров ударного взаимодействия в одной контактной паре.

Ключевые слова: удар, контактная область, динамические процессы.

The algorithm and numerical procedure calculations of parameters blow in pair-contact of elastic constructions are described

Keywords: blow, contact zone, dynamical processes.

Актуальність проблеми. Робота практично всіх машин, які мають циклічний характер дії, експлуатація устаткування та споруд так чи інакше пов'язані з ударами. В одних випадках вони є невід'ємною складовою технологічного процесу та супроводжують нормальну роботу, в інших їх причиною може бути наявність зазорів в кінематичних парах і таке інше. Це технологія роботи пресів, відбійних молотків, динамічні процеси в зубчастих з'єднаннях, коробках передач, муфтах. Динамічного навантаження (удару) зазнає пара зубців в момент входу-виходу з зачеплення. Загалом, у всіх механізмах при перенавантаженнях, перехідних режимах має місце співударання частин. Прикладами джерел виникнення удару є приземлення літаків, ступінчаста зміна швидкостей, транспортування точного обладнання, зіштовхування рухомих об'єктів, зіткнення з водою і багато інших. Можна сказати що робота машин в умовах ударного навантаження є звичайною практикою їх експлуатації.

При проектуванні обладнання, яке може експлуатуватись в умовах ударного навантаження, його міцність визначають по реакції на удар. На практиці в цих випадках найчастіше використовують квазистатичні підходи-контактну взаємодію замінюють деяким «еквівалентним» імпульсним навантаженням. Це обумовлено тим, що точні розрахунки пружних систем на удар вкрай складні. Самі деталі мають складну форму, фізичні властивості областей контакту неоднорідні, різноманітні. В деяких випадках такий підхід дає наближений результат а в інших його використання є неможливим.

Таким чином, актуальною практично важливою стає задача розробки інженерних алгоритмів розрахунків динаміки конструкцій при ударних нава-

нтаженнях. Здається, що раціональним може бути феноменологічний підхід з використанням даних експерименту при моделюванні окремих стадій процесу удару.

Огляд проблеми та постановка задачі. Машинний агрегат представляє собою сукупність механізмів, які виконують певні функції. Це кінематичний ланцюг з набором значної кількості деталей, з'єднаних в кінематичних парах. Це конструкція, в якій одночасно відбуваються контакти (удари) між багатьма ланками. З точки зору динаміки машина – це сукупність масових точок, з'єднаних пружними, дисипативними, кінематичними зв'язками. В силу цього дослідження ударних явищ в машинах зводиться до аналізу контактної взаємодії окремої маси з іншими елементами.

Після появи теорії контактних деформацій пружних тіл, запропонованої Герцем, згідно з якою контактна сила і контактна деформація зв'язані при ударі такою ж залежністю як і при статичному стисканні тіл, з'явилась можливість розрахунковим шляхом встановити внутрішні закономірності процесу удару – тривалість удару, величину контактних сил та деформацій. Задовільні результати експериментальної перевірки теорії співударяння Герца дають підстави для використання основних її положень в модифікаціях при розробці алгоритму розрахунків ударної взаємодії в складних конструкціях машин та механізмів, де з'являються плями контакту.

Зважаючи на складність процесу, форми конструкцій ефективним методом рішення такої задачі стає чисельний метод покрокового інтегрування рівнянь руху.

Ціль даної роботи розробка на базі модифікацій основних положень теорії Герца чисельної процедури визначення основних параметрів процесу удару – тривалості, величини контактних сил та деформацій в одній контактній парі для подальшого використання при рішенні задач з N степенями свободи. Важливими чинниками алгоритму мають стати чисельна стійкість, можливість імплементації в схему алгоритму експериментальних даних для його корегування з метою досягнення адекватних результатів.

Загальна схема алгоритму. Процес удару представляється як серія послідовних коротких поштовхів – співударянь між масами. Експериментальні дані показали, що місцеві деформації в контактній парі є визначальними. Тому зручно для описання процесу удару поряд з загальними деформаціями конструкції ввести окрему проміжну деталь – буфер, який моделює, зокрема, ударні зусилля (R), що залежать від місцевих деформацій (зближення тіл) в плямі контакту:

$$R = \mu \cdot \Delta^n,$$

де μ , n – коефіцієнти для корегування результатів розрахунків; $n = 3/2$ – для теорії Герца; Δ – місцеві деформації в буфері.

При співударянні мас їх швидкості миттєво змінюються і в подальшому вони рухаються самостійно. Варіанти поведінки вантажу та конструкції можливо корегувати якщо вважати удар не зовсім пружним. Тобто, що частина

кінетичної енергії в результаті удару буде втраченою.

Важливим поняттям при дослідженні руху конструкції після зіткнення є коефіцієнт відновлення швидкості ($\dot{\eta}$), який пов'язаний з величиною поглинання енергії в результаті удару. При не пружному ударі ($\dot{\eta} = 0$) вантаж після удару «прилипає» до конструкції і в подальшому рухається разом. Можливість відскоку можна врахувати якщо вважати удар частково пружним. В даній роботі розглядається можливість ефективного моделювання поглинання енергії удару вважаючи буфер в'язко пружним:

$$F_k = \mu_k \cdot \dot{\Delta}.$$

Таким чином, врахування місцевих деформацій в буфері (зближення мас) дозволить визначити контактні зусилля, а не пружного опору – поглинання енергії удару. Коефіцієнт відновлення швидкості після удару можливо оцінити апостеріорно підбираючи коефіцієнт не пружного опору.

Приведемо основні етапи алгоритму моделювання динаміки конструкції з врахуванням ударної взаємодії її частин.

Призначаються узагальнені координати для моделювання загальної деформації всієї конструкції та місцевої деформації в буферах контактуючих пар.

Рівняння руху записуються з допомогою рівнянь Лагранжа II роду. Обмеження в контактних парах типу нерівності враховуються або з допомогою буферних елементів, або з допомогою невизначених множників Лагранжа.

Для рішення диференціальних рівнянь руху використовується неявна схема прямого інтегрування з допомогою чисельної покрокової процедури. Згідно з нею на інтервалі $(t \div t + \tau)$ узагальнені координати визначаються у відповідності з лінійним законом зміни прискорень:

$$q_i(t + \tau) = q_i + \tau \cdot \dot{q}_i + \left(\frac{\tau^2}{2} - \frac{\tau^3}{6h}\right) \ddot{q}_i + \frac{\tau^3}{6h} \ddot{q}_{i+1}.$$

Для вузлових значень мають місце формули:

$$q_{i+1} = q_i + h \cdot \dot{q}_i + \frac{h^2}{3} \ddot{q}_i + \frac{h^2}{6} \ddot{q}_{i+1};$$

$$\dot{q}_{i+1} = \dot{q}_i + \frac{h}{2} (\ddot{q}_i + \ddot{q}_{i+1}).$$

На базі цих залежностей формуються основні розрахункові рівняння конструкції.

Результати розрахунків та їх аналіз. Розглянемо роботу наведеного алгоритму ударної взаємодії на модельному прикладі з однією контактною парою.

На рис. 1 представлена схема удару вантажу m піднятого на висоту H по буферу масивної нерухомої плити. Буфер наділяється в'язко-пружними властивостями і моделює місцеві деформації відповідно теорії Герца та поглинання енергії удару. Ударна сила прийнята такою:

$$R = \sigma \left[c_k (-y)^n - \mu_k \dot{y} \right],$$

де y – узагальнена координата стиснення буферу, c_k , n , μ_k – параметри контакту введені для корегування результатів.

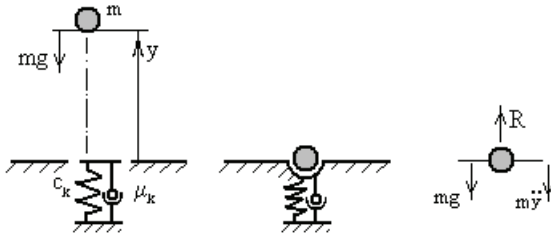


Рисунок 1 – Удар вантажу по плиті

Введена імпульсивна функція:

$$\sigma = \begin{cases} 0, & (y > 0); \\ 1, & (y \leq 0). \end{cases}$$

Рівняння Лагранжа II роду мають такий вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial y} = - \frac{\partial F}{\partial \dot{y}};$$

$$T = \frac{m \dot{y}^2}{2}; \quad U = mgy + \sigma \frac{c_k}{n+1} |y|^{n+1}; \quad F = \sigma \frac{1}{2} \mu_k \dot{y}^2.$$

Після підстановки та перетворень матимемо:

$$\ddot{y} + g = \frac{1}{m} R.$$

Якщо $\sigma = 0$, то контакту немає, маса m рухається незалежно. Якщо $\sigma = 1$, то має місце контакт, вантаж і буфер рухаються спільно.

В модельній задачі прийняті наступні чисельні дані:

$$m = 100 \text{ кг}; \quad c_k = 10^7 \text{ нм}^{-2/3}; \quad n = 3/2.$$

Вантаж падає без початкової швидкості з висоти 0.1 м; крок інтегрування $h = 0.0001$ с.

На рис. 2-4 наведені результати удару вантажу по буферу нерухокої плити при різних значеннях величини поглинання енергії від цілком пружного ($u'_k = 0$), мало пружного ($u''_k = 2000$ кг/с) до майже не пружного удару ($u'''_k = 3500$ кг/с). Це – переміщення вантажу (y), його швидкість (\dot{y}) і контактна сила (R).

Удар представляє собою серію послідовних зіткнень та відскоків з закономірним скороченням проміжків часу між ними. Пружна енергія стиснення

буферу повертається в систему і примушує вантаж рухатись в зворотному напрямку і на перших стадіях відриватись від плити ($y > 0$). Чисельні результати дозволяють оцінити основні параметри ударного процесу. Величина швидкості на інтервалах відриву змінюється по лінійному закону. Коефіцієнт відновлення швидкості після першого удару змінюється так: від пружного ($\eta' = 1$), мало пружного ($\eta'' = 0.74$) до майже не пружного ($\eta''' = 0.59$). Тривалість ударної взаємодії першого зіткнення для ($u'''_k = 3500$) становить 0.029 с, другого – 0.032 с.

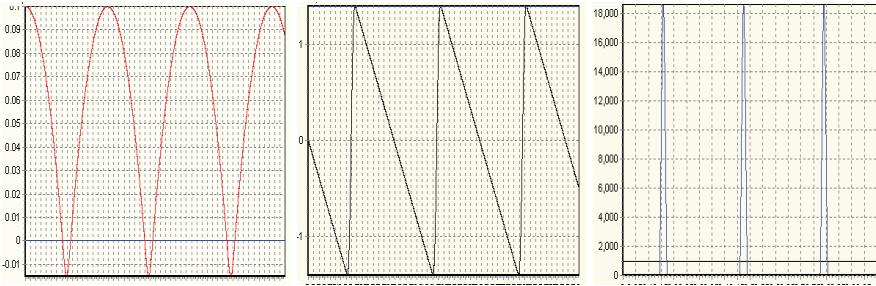


Рисунок 2 – Цілоком пружний удар вантажу по плиті ($u'_k = 0$)

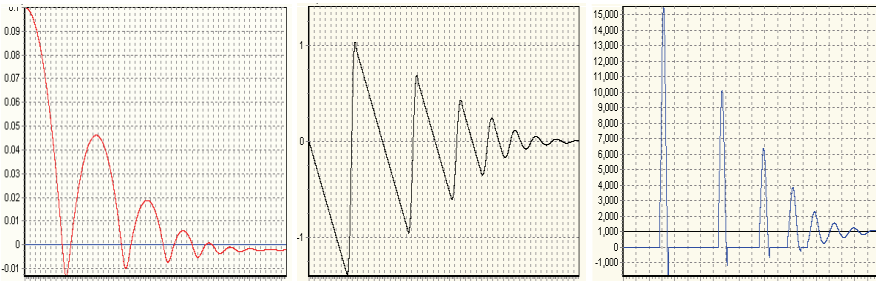


Рисунок 3 – Мало пружний удар вантажу по плиті ($u''_k = 2000$ кг/с)

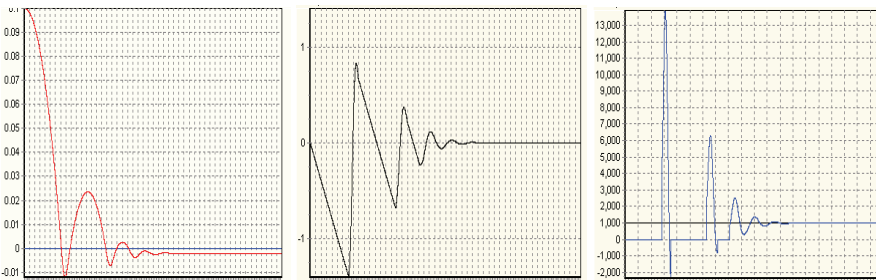


Рисунок 4 – Майже не пружний удар вантажу по плиті ($u'''_k = 3500$ кг/с)

Одним з важливих наслідків удару є поява значних по величині сил в

точках співударяння на протязі короткого проміжку часу.

Величина ударної сили при першому зіткненні змінюється від $R' = 1.864 \cdot 10^4$ Н, $R'' = 1.554 \cdot 10^4$ Н до $R''' = 1.391 \cdot 10^4$ Н і перевищує вагу вантажу більш ніж в десять разів, а врахування поглинання енергії в зоні контакту суттєво зменшує величину контактної сили, хоча вона залишається значною.

Одержані результати цілком узгоджуються з аналітичними рішеннями на окремих стадіях.

Висновки. В роботі наведено алгоритм і чисельну процедуру визначення основних параметрів процесу удару в одній контактній парі. Розрахунки виконуються з використанням проміжної деталі – буфера, який наділяється в'язко – пружними властивостями і може моделювати як місцеві деформації так і поглинання енергії удару.

Одержані результати мають практичне значення і дають підстави для можливості використання підходу при рішенні задач з N степенями свободи.

Список літератури: 1. *Аппель П.* Теоретическая механика. – Т. 2. – М.: Физматгиз, 1960. 2. *Пономарев С.Д., Бидерман В.Л.* и др. Основы современных методов расчета на прочность в машиностроении. – Т. 2. – М.: Машгиз, 1952.

Надійшла до редколегії 08.12.2012