УДК 539.3

К. Б. АЛЕКСЕЕВ, д-р техн. наук, профессор, Московский государственный индустриальный университет, Россия;
В. М. ДЕЕВ, канд. техн. наук, доцент, Пермский государственный педагогический университет, Россия;
И. В. МАШИНА, науч. сотр., Пермский государственный педагогический университет, Россия;
А. В. ПЕТРОКАС, науч. сотр., Пермский государственный педагогический университет, Россия

О НЕКОТОРЫХ ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМАХ

У статті розглянуто нове трактування теорії уявних чисел.
Ключові слова: десяткова система, уявне число.

В статье рассмотрена новая трактовка теории мнимых чисел.
Ключевые слова: десятичная система, мнимое число.

New interpretation of theory of imaginary numbers is considered in the article.
Keyword: imaginary number, imaginary number.

При рассмотрении числовых систем мы будем записывать числа составляющих их элементов в виде $A(l_1,l_2,l_3,\ldots,l_n)$, где A – число, записанное в десятичной системе обычными цифрами, а скобка является меткой, элементы которой $l_1,l_2,l_3,\ldots,l_n$ описывают модульные характеристики числа A. Следует отметить, что среди этих элементов большую роль играют мнимые единицы, которые были введены ирландским математиком В.Р.Гамильтоном. Эти единицы суть i, j и k. Он же и изобрел способ умножения этих единиц друг на друга

$$\left.\begin{array}{c} i\cdot i = j\cdot j = k\cdot k = -1 \\ i\cdot j = k; \quad j\cdot k = i; \quad k\cdot i = j \\ j\cdot i = -k; \quad k\cdot j = -i; \quad i\cdot k = -j \end{array}\right\} \tag{1}$$

Сам В.Р.Гамильтон свое открытие зашифровал на перилах Брумлинского моста 16.10.1843 года в виде

$$i^2 = j^2 = k^2 = i\,j\,k = -1. \tag{2}$$

Правила умножения (1) содержат знак умножения – черную точку. Без этого знака эти правила приведены во всех публикациях кватернионах В.Р.Гамильтона. Отсутствие этого знака привело к тому, что В.Р.Гамильтон не догадался ввести еще одно умножение мнимых единиц. Это умножение можно назвать контактным умножением и для него вообще не нужно никакого знака. Знаки $l_1, l_2, l_3, \ldots$ в метке элементов числовых систем могут быть знаками математических (арифметических) операций, характерными числами, функциями, операторами и кванторами. Результат контактного умножения (как объект) представляет собой выражение, состоящее из некоторой последовательности единиц Гамильтона, написанных друг за другом без всяких знаков между ними. Последовательность, состоящая из n единиц Гамильтона, является единицей n-го порядка. Приведем набор единиц второго порядка: *ii*, *ij*, *ik*, *ji*, *jj*, *jk*, *ki*, *kj*, *kk*. Их – девять штук. Единицы третьего порядка имеют вид: *iii*, *iij*, … – их 27 штук. Единиц четвертого порядка – 81 штука.

Единицы Гамильтона любых порядков могут перемножаться через точку и контактным способом. При умножении чисел систем умножаются и метки. Таким образом мнимое число i является одной из трех мнимых единиц Гамильтона. Некоторые математики предлагают считать i особенным действительным числом. Эти предложения высказывали позже эпохи Гамильтона и возникли комплексные числа вида $a + bi$. Мнимая единица i и мнимые единицы Гамильтона хорошо умножаются на действительные числа, как положительные, так и отрицательные. В работе [2] было показано, что можно ввести новое умножение между единицами Гамильтона. Это умножение можно назвать неопределенным умножением, которое осуществляется простой записью двух различных или равных единиц рядом, без всякого знака между собой. Элементарное умножение числовых систем происходит так же, как арифметическое умножение многочленов. В процессе умножения конец первой метки (или ее правая скобка) стоит перед началом второй метки (ее первая скобка). В случае контактного умножения вышеупомянутые последняя и первая скобка удаляются, а остатки сливаются в одну метку. (Если умножаемые метки были порядка m и n, то получившаяся метка имеет порядок $m + n$). Если же эти метки умножаем через черную точку, то последняя единица первой метки через черную точку умножается на первую единицу второй метки, соприкасающиеся в контакте скобки отбрасываются, а на их место становится результат умножения двух вышеупомянутых единиц. В итоге получается новая метка порядка $m + n - 1$. Можно также указать удобные правила n кратного умножения двух меток через черные точки. Теперь надо определиться со статусом мнимых единиц Гамильтона любых порядков. Если считать мнимую единицу i вещественным числом особого вида [1], мнимые единицы любого порядка являются особыми действительными числами.

В 1843 г. В.Р.Гамильтон создал новое число – кватернион. Оно является продуктом развития комплексного числа $a + bi$ и имеет вид

$$K_Г = A + \alpha i + \beta j + \gamma k. \tag{3}$$

Теперь мы можем рассматривать числовые системы следующего вида:

1) суперкомплексные системы

$$C = A + \alpha i + \beta(ii) + \gamma(iiii) + \ldots; \tag{4}$$

2) суперкватернионные системы

$$K = K_Г + \Phi_I + \Phi_{II} + \Phi_{III} + \ldots \tag{5}$$

Использование выражение (3) и (4) расширит набор решаемых физикотехнических задач и немного повышает реноме методов В.Р.Гамильтона в области мнимых единиц.

Список литературы: **1.** *Боголюбов Н.А.* Механики, математик. – Киев, 1983. **2.** Математическое моделирование в естественных науках // Сборник конф. Пермского государственного педагогического университета. – № 16, 17, 18.

Поступила в редколлегию 14.12.2012.