

Science A. 2007. 778-785 Print. **5.** Sokolov S. L. Calculation of the stress-strain state of pneumatic tires by the finite element method. S. L. Sokolov. Journal of machinery manufacture and reliability. 2007. 45-49 Print. **6.** Zuo S. G. Prediction procedure for wear distribution of transient rolling tire. S. G. Zuo, T. X. Ni, X. D. Wu, K. Wu, X. W. Yang. International Journal of Automotive Technology. 2014. 505-515 Print. **7.** Rao Shiguo Mechanical properties and failure behavior of cord/rubber composites. Shiguo Rao Isaac M. Daniel, Emmanuel E. Gdoutos. Applied Composite Materials. 2004. 11. 353-375 Print. **8.** Sheshenin S. V. Three-Dimensional Modeling of Tires. S. V. Sheshenin. Mechanics of Solids. 2007. Vol. 42, № 3. 338-345 Print. **9.** Kondrykova A.A. Modelyuvannya kontaktnoyi vzayemodiyi pnevmatychnykh shyn z dorohoyu z urakhuvannyam heometrychnoyi ta fizychnoyi nelineynosti yikh deformuvannya. A.A. Kondrykova, O.O. Larin. Visnyk NTU «KhPY». Seriya «Dynamika ta micnist' mashyn». 2011. № 52. 94-101 Print. **10.** Larin O. Two-scale approach to modelling of pneumatic tyres. O. Larin, Yu. Petrova, V. Mateichyk. Systems and means of motor transport. Selected problems. Monographia № 4. Seria: Transport. Rzeszow: Politechnika Pzeszowska Im. Ignacego Lukasiewiczza, 2013. 123-128 Print.

*Поступила (received) 16.04.2014*

УДК 621.643.8

**Г.І. ЛЬВОВ**, д-р техн. наук, професор, НТУ «ХП»;  
**В.Г. МАРТИНЕНКО**, студент НТУ «ХП»

## **АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНТАКТНОЇ ПОВЕДІНКИ ДІЛЯНКИ ТРУБОПРОВОДУ З В'ЯЗКОПРУЖНОЮ РЕМОНТНОЮ НАКЛАДКОЮ**

У статті описано аналітичні дослідження напружено-деформованого стану ділянки трубопроводу з в'язкопружною ремонтною накладкою в плоскій постановці. Побудована крайова задача для інтегро-диференціальних рівнянь та запропоновано метод її вирішення. Результати розрахунків представлено у вигляді графіків розподілу переміщень та напружень за радіусом та у часі. Зроблено висновок щодо впливу в'язкопружності на загальну оцінку міцності конструкції.

**Ключові слова:** трубопровід, бандаж, в'язкопружність, інтегральне рівняння

**Вступ.** В процесі експлуатації газових трубопроводів, що є одними з найважливіших складових енергетичної інфраструктури будь-якої економічно розвинутої країни, стикаються з рядом проблем, серед яких однією з найгостріших є виникнення локальних дефектів трубопроводу, що з'являються внаслідок корозії металу, з якого він виготовлений, а також внаслідок дії сторонніх чинників. В цьому випадку ситуація руйнування особливо критична, оскільки ми маємо справу з легкозаймистою і вибухонебезпечною речовиною. Для ремонту такої конструкції використовують бандажування компози-

© Г.І. Львов, В.Г. Мартиненко, 2014

тними накладками (бандажами) [1] в місці дислокації дефекту (рис. 1). Під час цього ремонту виникає питання щодо його доцільності при різних розмірах та конфігураціях дефекту, а також щодо параметрів ремонту.



Рисунок 1 – Композитна ремонтна накладка, нанесена на трубопровід

Саме тому аналіз напружено-деформованого стану (НДС) відремontованого таким чином трубопроводу є актуальною на даний момент задачею. Адже якщо у ході розрахунків з'ясується, що умова міцності за еквівалентними напруженнями не виконується, то це доведе недоречність такого виду ремонту трубопроводу взагалі [2]. А це, в свою чергу, дозволяє зберегти економічні, трудові та фінансові ресурси на виконанні даремної ремонтної операції.

**1. Постановка задачі.** В роботі розглядається знаходження напружено-деформованого стану трубопроводу з нанесеною на нього ремонтною накладкою [1]. Розрахунки проводяться аналітично в плоскій постановці за умови сумісного навантаження внутрішнім тиском довгої ділянки трубопроводу та композитної ремонтної накладки. Вважається, що ділянка трубопроводу з накладкою (рис. 1) є достатньо довгою для того, щоб на більшій її частині спостерігався напружено-деформований стан, близький до плоского.

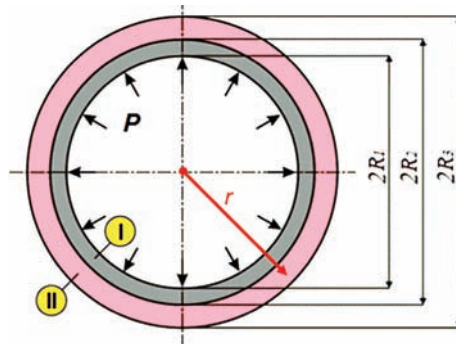


Рисунок 2 – Схема задачі в плоскій постановці

На рис. 2 представлена розрахункова схема задачі, на якій сталевий трубопровід показаний позначкою (I), а склопластикова накладка – позначкою (II). Сталь вважається пружним однорідним ізотропним матеріалом, а склопластик – в'язкопружним однорідним ортотропним. На конструкцію діє внутрішній рівномірно розподілений тиск  $P$ . Така постановка задачі дозволяє зробити припущення про відсутність окружних переміщень, а відтак вона може бути зведена до одновимірної з лише однією змінною – радіальною координатою  $r$ . При цьому впливом на напружено-деформований стан конструкції дефекту нехтується, оскільки він носить доволі локальний характер, що дуже незначно вплине на досягнення основної мети – дослідження впливу в'язкопружних властивостей склопластику на навантажену поведінку конструкції.

**2. Теоретичні положення.** Запишемо повну систему рівнянь теорії пружності для випадку пружного ізотропного матеріалу в полярній системі координат в вісесиметричній постановці [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\sigma_r^{(I)}(r,t)}{dr} + \frac{\sigma_r^{(I)}(r,t) - \sigma_\theta^{(I)}(r,t)}{r} = 0; \\ \varepsilon_r^{(I)}(r,t) = \frac{du^{(I)}(r,t)}{dr}; \\ \varepsilon_\theta^{(I)}(r,t) = \frac{u^{(I)}(r,t)}{r}; \\ \sigma_r^{(I)}(r,t) = B_{11}\varepsilon_r^{(I)}(r,t) + B_{12}\varepsilon_\theta^{(I)}(r,t); \\ \sigma_\theta^{(I)}(r,t) = B_{21}\varepsilon_r^{(I)}(r,t) + B_{22}\varepsilon_\theta^{(I)}(r,t), \end{array} \right. \quad (1)$$

де  $r$  – радіальна координата;  $t$  – координата часу;  $u$  – радіальне переміщення;  $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$  – радіальні та окружні деформації відповідно;  $\sigma_r, \sigma_\theta$  – радіальні та окружні напруження відповідно;  $B_{11} = B_{22}, B_{12} = B_{21}$  – коефіцієнти матриці жорсткості ізотропного матеріалу, що можуть бути виражені через модуль пружності та коефіцієнт Пуассона;  $(I), (II)$  – позначки для матеріалу трубопроводу та матеріалу бандажу відповідно.

Тоді рівняння Ляме, відповідне до системи (1), матиме наступний вигляд:

$$\frac{d^2u^{(I)}(r,t)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du^{(I)}(r,t)}{dr} - \frac{u^{(I)}(r,t)}{r^2} = 0. \quad (2)$$

Розв'язок рівняння (2) запишеться наступним чином:

$$u^{(I)}(r,t) = A_1(t)r + A_2(t)/r, \quad (3)$$

де  $A_1(t), A_2(t)$  – в загальному випадку залежні від часу та незалежні від радіусу константи інтегрування диференційного рівняння (2).

Тепер узагальнимо систему рівнянь (1) для випадку ортотропного в'язкопружного матеріалу [4], в якому ступінь анізотропії в'язкопружності ви-

значається ступенем анізотропії пружних властивостей:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\sigma_r^{(II)}(r,t)}{dr} + \frac{\sigma_r^{(II)}(r,t) - \sigma_\theta^{(II)}(r,t)}{r} = 0; \\ \varepsilon_r^{(II)}(r,t) = \frac{du^{(II)}(r,t)}{dr}; \\ \varepsilon_\theta^{(II)}(r,t) = \frac{u^{(II)}(r,t)}{r}; \\ \sigma_r^{(II)}(r,t) = C_{11} \left[ \varepsilon_r^{(II)}(r,t) - \int_0^t K(t-s) \varepsilon_r^{(II)}(r,s) ds \right] + C_{12} \left[ \varepsilon_\theta^{(II)}(r,t) - \int_0^t K(t-s) \varepsilon_\theta^{(II)}(r,s) ds \right]; \\ \sigma_\theta^{(II)}(r,t) = C_{21} \left[ \varepsilon_r^{(II)}(r,t) - \int_0^t K(t-s) \varepsilon_r^{(II)}(r,s) ds \right] + C_{22} \left[ \varepsilon_\theta^{(II)}(r,t) - \int_0^t K(t-s) \varepsilon_\theta^{(II)}(r,s) ds \right], \end{array} \right. \quad (4)$$

де  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{12}$  =  $C_{21}$  – коефіцієнти матриці жорсткості ортотропного матеріалу, що можуть бути виражені через модуль пружності та коефіцієнти Пуассона;  $K(t-s)$  – ядро релаксації, в загальному випадку представлено рядом Проні:

$$K(t-s) = \sum_{i=1}^n a_i \exp(-b_i(t-s)), \quad (5)$$

де  $a_i$ ,  $b_i$  – відповідно коефіцієнти та показники ряду Проні,  $n$  – кількість членів ряду Проні.

Якщо прийняти  $n = 1$  у формулі (5), то вона запишеться у наступному вигляді:

$$K(t-s) = a \exp(-b(t-s)). \quad (6)$$

Тоді, спираючись на рівність (6), рівняння закону Гуку з системи (4) можуть бути переписані в наступному вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r^{(II)}(r,t) = C_{11} \left[ \varepsilon_r^{(II)}(r,t) - a \int_0^t e^{-b(t-s)} \varepsilon_r^{(II)}(r,s) ds \right] + C_{12} \left[ \varepsilon_\theta^{(II)}(r,t) - a \int_0^t e^{-b(t-s)} \varepsilon_\theta^{(II)}(r,s) ds \right]; \\ \sigma_\theta^{(II)}(r,t) = C_{21} \left[ \varepsilon_r^{(II)}(r,t) - a \int_0^t e^{-b(t-s)} \varepsilon_r^{(II)}(r,s) ds \right] + C_{22} \left[ \varepsilon_\theta^{(II)}(r,t) - a \int_0^t e^{-b(t-s)} \varepsilon_\theta^{(II)}(r,s) ds \right]. \end{array} \right. \quad (7)$$

Рівняння Ляме, що відповідає системі (4) з врахуванням (7), матиме наступний інтегро-диференціальний вигляд:

$$f(r,t) - a \int_0^t e^{-b(t-s)} f(r,s) ds = 0, \quad (8)$$

$$\text{де } f(r,t) = \frac{d^2 u^{(II)}(r,t)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du^{(II)}(r,t)}{dr} - \gamma^2 \frac{u^{(II)}(r,t)}{r^2}; \quad \gamma^2 = \frac{C_{22}}{C_{11}}.$$

Рівняння (8) являє собою однорідне інтегральне рівняння Вольтера другого роду [5] відносно функції  $f(r,t)$ , що представляє собою диференціальний оператор другого порядку, застосований до функції переміщень бандажу  $u^{(II)}(r,t)$ . Можна показати, наприклад, методом диференціювання, що розв'язок інтегрального рівняння (8) є однорідним:

$$f(r,t) \equiv 0, \quad (9)$$

тобто:

$$\frac{d^2 u^{(II)}(r,t)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du^{(II)}(r,t)}{dr} - \gamma^2 \frac{u^{(II)}(r,t)}{r^2} = 0. \quad (10)$$

Таким чином, з (10) отримуємо звичайне диференційне рівняння другого порядку, що за виглядом співпадає з рівнянням Ляме для ортотропного пружного матеріалу, описаним в роботі [6].

Рішення рівняння (10) набуває наступного вигляду:

$$u^{(II)}(r,t) = A_3(t)r^\gamma + A_4(t)r^{-\gamma}. \quad (11)$$

Вирази (3) та (11) для переміщень пружного ізотропного трубопроводу та в'язкопружного ортотропного бандажу містять у собі загалом чотири невідомі функції часу  $A_1(t)$ ,  $A_2(t)$ ,  $A_3(t)$ ,  $A_4(t)$ , які можуть бути знайдені з граничних умов та умов спряженості:

$$\begin{cases} \sigma_r^{(I)}(R_1, t) = -P; \\ u_r^{(I)}(R_2, t) = u_r^{(II)}(R_2, t); \\ \sigma_r^{(I)}(R_2, t) = \sigma_r^{(II)}(R_2, t); \\ \sigma_r^{(II)}(R_3, t) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Після переписування системи (12) в переміщеннях за допомогою систем (1) та (4) та подальшого використання рівностей (3) та (11) вона буде являти собою змішану неоднорідну систему алгебраїчних та інтегральних рівнянь відносно функцій часу  $A_1(t)$ ,  $A_2(t)$ ,  $A_3(t)$ ,  $A_4(t)$ . Розв'язавши таку систему методом диференціювання, отримаємо наступні вирази для шуканих функцій:

$$\begin{cases} A_3(t) = \begin{cases} \bar{\delta} \frac{(b - \bar{a}e^{-(b-\bar{a})t})}{(b - \bar{a})}, & \{\bar{a} \neq b\}; \\ \bar{\delta}(1 + \bar{a}t), & \{\bar{a} = b\}; \end{cases} \\ A_4(t) = \frac{[\gamma C_{11} + C_{12}]}{[\gamma C_{11} - C_{12}]} R_3^{2\gamma} A_3(t); \\ A_1(t) = \left( R_2 + \frac{R_1^2 R_2^{-1} [B_{11} + B_{12}]}{[B_{11} - B_{12}]} \right)^{-1} \left[ R_2^\gamma A_3(t) + R_2^{-\gamma} A_4(t) - \frac{R_1^2 R_2^{-1} P}{[B_{11} - B_{12}]} \right]; \\ A_2(t) = \frac{R_1^2}{[B_{11} - B_{12}]} (P + [B_{11} + B_{12}] A_1(t)), \end{cases} \quad (13)$$

де  $\bar{a}$ ,  $\bar{\delta}$  – прийняті для зручності коефіцієнти, які складним чином залежать від коефіцієнтів матриць жорсткості обох матеріалів, характерних радіусів конструкції та внутрішнього розподіленого тиску.

Після підстановки системи виразів (13) у рішення (3) та (11) отримуємо залежність радіальних переміщень трубопроводу та бандажу від радіуса та часу, а використавши системи (1) та (4), можемо обчислити відповідні деформації та напруження, що дасть нам в рамках обраної математичної моделі

повну картину напружено-деформованого стану конструкції.

**3. Результати та обговорення.** В ході розрахунків напружено-деформованого стану конструкції були використані наступні її геометричні та фізичні параметри:

$$R_1 = 0.510 \text{ [м]}, \quad R_2 = 0.522 \text{ [м]}, \quad R_3 = 0.572 \text{ [м]};$$

$$B_{11} = B_{22} = 23.08 \cdot 10^{10} \text{ [Па]}, \quad B_{12} = B_{21} = 6.92 \cdot 10^{10} \text{ [Па]};$$

$$C_{11} = 87.57 \cdot 10^8 \text{ [Па]}, \quad C_{22} = 131.35 \cdot 10^8 \text{ [Па]}, \quad C_{12} = C_{21} = 31.52 \cdot 10^8 \text{ [Па]};$$

$$a = 0.002 \text{ [-]}, \quad b = 0.003 \text{ [-]}, \quad P = 5 \cdot 10^6 \text{ [Па]}.$$

На рис. 3, а, б, в та 3, г представлені графіки залежності відповідно радіальних переміщень ( $u_r$ ), окружних ( $\sigma_\theta$ ) та радіальних ( $\sigma_r$ ) напружень у небандажованому (позначено пунктиром) та бандажованому (позначено суцільною лінією) трубопроводах від радіальної координати ( $r$ ) для нульового моменту часу. Як видно з графіку, бандажування ортотропним склопластиковим бандажем знижує рівень окружних напружень приблизно на 20 %.

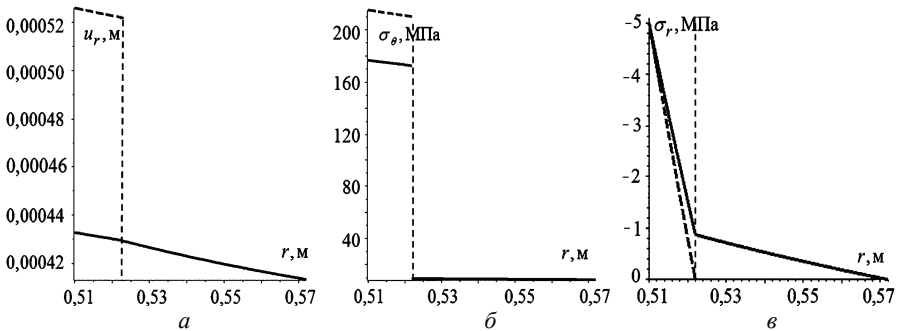


Рисунок 3 – Результати розрахунків для початкового моменту часу:

а – радіальні переміщення, б – окружні напруження, в – радіальні напруження

Як витікає з аналітичної моделі, описаної у п.2, розв’язок задачі з врахуванням в’язкопружності для початкового моменту часу ( $t = 0$ ) відповідає пружному рішенню [6].

На рис. 4 показані графіки зміни шуканих величин у часі. Рис. 4, а ілюструє переміщення точки бандажу внаслідок в’язких властивостей композиту. Водночас, завдяки такому ефекту відбувається релаксація напружень у бандажі, що для окружних напружень показано на рис. 4, б. Їхні значення стабілізуються приблизно у момент часу 200 годин, що також збігається з результатами, отриманими за допомогою скінченно-елементної моделі, описаної в [6].

При цьому разом із релаксацією напружень у бандажі спостерігається

їхнє зростання у трубопроводі, що можна побачити на рис. 4, в. Так, для моменту часу 200 годин відносна різниця між пружним та в'язкопружним рішеннями для окружних напружень у трубопроводі складає більше 7 %, що вже доволі значно може вплинути на подальші висновки щодо міцності конструкції як без, так і з врахуванням дефектів у стінках трубопроводу.

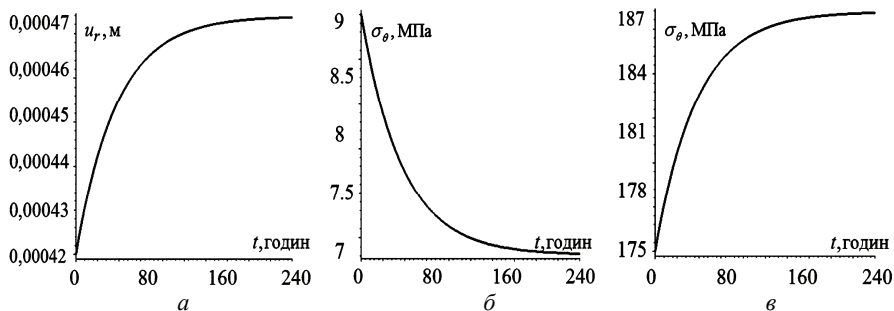


Рисунок 4 – Результати розрахунків у часі:

*a* – радіальні переміщення у бандажі, *б* – окружні напруження у бандажі,  
*в* – окружні напруження у трубопроводі

**Висновки.** У ході розробки математичної моделі було запропоновано метод вирішення інтегро-диференційної крайової задачі. Розв'язання інтегральних рівнянь проводилось за допомогою методу диференціювання. Отримані результати для в'язкопружної поведінки конструкції в нульовий момент часу співпадають з пружним рішенням. Встановлено, що релаксація напружень в накладці й, відповідно, їхній вихід на стабільний рівень у трубопроводі для обраного набору геометричних та фізичних вихідних даних відбувається у момент часу близько 200 годин. При цьому небезпечні окружні напруження в сталевій трубі збільшуються, у порівнянні з пружним рішенням, приблизно на 7%. Це свідчить про те, що неврахування в'язких властивостей композиту вносить значну похибку у висновки щодо міцності конструкції в бік покращення. Одночасно, за наявності дефекту як концентратору напружень, ця похибка може збільшитись у рази. Відтак розроблена аналітична модель з врахуванням в'язкопружності матеріалу може бути використана для уточнення результатів оцінки статичної міцності.

**Список літератури:** 1. Мустафин Ф.М. Защита трубопроводов от коррозии. Т. 2 / Ф.М. Мустафин, Л.И. Быков. – М.: Недра, 2007. – 708 с. 2. Захаров М.Н. Методология оценки несущей способности магистральных трубопроводов с локальными дефектами / М.Н. Захаров. – М.: ГНЦ РФ ЦНИИТмаш, 2002. 3. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности / В.И. Самуль. – М.: Высшая школа, 1982. – 264 с. 4. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 5. Краснов М.Л. Интегральные уравнения / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко. – М.: Наука, 1968. – 192 с. 6. Львов Г.И. Особливості моделювання та аналізу ділянок трубопроводів з експлуатаційними дефектами та в'язкопружними ремонтними накладками / Г.И. Львов, В.Г. Мартиненко // Вісник НТУ «ХП». – Х.: НТУ«ХП», 2013. – № 63. – С. 81-90.

**Bibliography (transliterated):** 1. Mustafin F.M. Zashchita truboprovodov ot korrozii. Vol. 2. F.M. Mustafin, L.I. Bykov. Moscow: Nedra, 2007. 708 Print. 2. Zaharov M.N. Metodologiya ocenki nesuschej sposobnosti magistral'nyh truboprovodov s lokal'nymi defektami. M.N. Zaharov. Moscow: GNC RF CNIITmash, 2002 Print. 3. Samul' V.I. Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti. V.I. Samul'. Moscow: Vysshaya shkola, 1982. 264 Print. 4. Rabotnov Yu.N. Polzuchest' elementov konstrukcij. Yu.N. Rabotnov. Moscow: Nauka, 1966. 752 Print. 5. Krasnov M.L. Integral'nye uravneniya. M.L. Krasnov, A.I. Kiselev, G.I. Makarenko. Moscow: Nauka, 1968. 192 Print. 6. L'vov G.I. Osoblyvosti modelyuvannya ta analizu dilyanok truboprovodiv z ekspluatacijnyimi defektamy ta v'язkopruzhnymy remontnymy nakladkamy. G.I. L'vov, V.H. Martynenko. Visnyk NTU «KhPI». Kharkiv: NTU«KhPI», 2013. № 63. 81-90. Print.

*Поступила (received) 27.10.2014*

УДК 531.382

**Г. Ю. МАРТЫНЕНКО**, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;  
**А. В. ОЛЕЙНИК**, студент, НТУ «ХПИ»

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ РОТОРА ГАЗОТУРБИНОЙ УСТАНОВКИ В МАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ И ДИНАМИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ**

Описаны расчетные исследования по поиску по неполным данным расчетной конечно-элементной модели ротора газотурбинной установки в магнитных подшипниках, предназначенной для углубленного анализа его динамического поведения. Данные исследования выполнялись с помощью параметрического моделирования и проведения серии вариантов статических и динамических расчетов с целью определения параметров расчетной модели сопоставлением с известными данными. Результаты численных экспериментов свидетельствуют об адекватности найденной расчетной модели и ее пригодности для выполнения дальнейших исследований.

**Ключевые слова:** газотурбинная установка, динамика ротора, магнитные подшипники.

**Введение.** В настоящее время все большую актуальность приобретает использование газотурбинных теплоэлектростанций малой мощности на базе газотурбинных установок для выработки электроэнергии и тепла для бытовых и промышленных потребителей, расположенных в районах с невозможностью или труднореализуемостью централизованной поставки от крупных теплоэлектроцентралей (ТЭЦ). Одной из таких разработок, практическая разработка которых за 7 лет на около 100 энергоблоках составила 356 тысяч часов, является газотурбинная теплоэлектроцентраль (ГТ ТЭЦ) на базе газотурбинных установок ГТЭ-009М единичной электрической мощностью 9 МВт,

© Г. Ю. Мартыненко, А. В. Олейник, 2014