## В. О. ОКОРОКОВ, аспірант, НТУ «ХПІ»

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТУ БАУШИНГЕРА І ПОШКОДЖУВАНОСТІ МАТЕРІАЛУ

Стаття присвячена експериментальному визначенню ефекту Баушингера і пошкоджуваності матеріалу, які виникають внаслідок пружно-пластичного деформування матеріалу. Представлені результати проведених серій тестів на циклічне розтягування-стискання плоских зразків, виготовлених з алюмінієвого сплаву Д16. Розміри плоских зразків були обрані, враховуючи явище втрати стійкості на стадії стискання. За результатами експериментальних даних була розроблена математична модель пластичності шляхом удосконалення нелінійного кінематичного зміцнення введенням додаткових функцій попереднью накопиченої пластичної деформації, а також введенням параметра пошкоджуваності згідно з концепцією ефективних напружень. Чисельне моделювання циклічного розтягування-стискання показало добрий збіг з експериментальними результатами.

Ключові слова: ефект Баушингера, пошкоджуваність матеріалу, експеримент на розтягування-стискання, нелінійне кінематичне зміцнення.

Вступ. Проблема пластичного деформування широко досліджується через її відношення до багатьох галузей промисловості і є однією з головних цілей в дослідженні таких технологічних операцій, як автофретування. І досі важливим завданням залишається побудова узагальнених моделей пластичності, які б були здатні прогнозувати якнайбільше феноменів, які виникають при пружно-пластичному деформуванні. Для таких операцій, як автофретування вирішальним фактором у дослідженні є визначення поля залишкових напружень після проведення цієї операції. В свою чергу точне визначення залишкових напружень потребує враховувати такий феномен як ефект Баушингера. Є багато досліджень, які представляють експериментальні методи визначення і математичне моделювання ефекту Баушингера по відношенню до автофретування [1, 2 і 3]. Однак, це моделювання базується або на деформаційній теорії пластичності, або на концепції поверхні пластичності, яка здатна лише зміщуватися і розширятися у процесі деформування, що могло би бути достатньо для операції простого автофретування, але не є достатньо для різних комбінацій автофретування з використанням технології складених труб. Тому у статті представлений модифікований критерій пластичності, згідно з яким поверхня пластичності може зміщуватись і анізотропно змінювати свої розміри.

Ще одним феноменом, який виникає при пружно-пластичному деформуванні є пошкоджуваність матеріалу, яка проявляється у зниженні модуля пружності під час деформування. Є деякі дослідження [4, 5] цього феномену, які показують зниження модуля пружності на стадії розвантаження під час проведення експериментів на розтягування для різних металів. Деякі фізичні

© В. О. Окороков, 2014

пояснення цього феномену, які пов'язані зі зміною щільності дислокацій під час збільшення пластичної деформації представлені у статті [6]. У даній роботі пропонується моделювати зменшення модуля пружності скалярним параметром пошкоджуваності, який вводиться згідно з концепцією ефективних напружень.

Однією з цілей даної роботи є проведення експерименту на циклічне розтягування-стискання плоских зразків з метою визначення ефекту Баушингера та пошкоджуваності матеріалу, а також отримання точної кривої розтягування-стискання. Такі експерименти супроводжуються різними ускладненнями, такими як втрата стійкості на стадії стискання. Тому для уникнення цього явища повинні бути правильно підібрані довжина та товщина зразку, але у той же час повинен забезпечуватись одноосний напружений стан. Статті [7, 8] присвячені проблемі проведення експерименту на розтягуваннястискання та презентують різні методи, обладнання та геометрії зразків для досягнення бажаного рівня пластичних деформацій на стадії стискання.

Визначальні співвідношення теорії пластичності с урахуванням пошкоджуваності. Для таких задач, як автофретування зазвичай застосовується критерій Мізеса з поверхнею пластичності, яка розширюється і зміщується в процесі деформування. Однак, експерименти для багатьох матеріалів, які використовуються для виготовлення товстостінних компонентів конструкцій показують зменшення розміру поверхні текучості в напрямку деформування [9, 10], демонструючи глибокий ефект Баушингера (розмір поверхні пластичності в напрямку деформування менше ніж  $2\sigma_y$ , як це передбачено у моделі лінійного кінематичного зміцнення). Цей факт може враховуватися модифікованим критерієм Мізеса відповідно до моделі Бальтова і Савчука [11]:

$$f = \sqrt{N_{ijkl}(S_{ij} - X_{ij})(S_{kl} - X_{kl})} - R - \sigma_y = 0, \qquad (1)$$

де  $S_{ij}$  – девіатор тензору напружень; R – функція ізотропного зміцнення;  $X_{kl}$  – тензор додаткових напружень;  $\sigma_y$  – межа текучості;  $N_{ijkl}$  – тензор четвертого рангу, що є сумою тензорів  $I_{ijkl}$  і  $A_{ijkl}$ , які визначаються наступним чином:

$$I_{ijkl} = \frac{1}{2} \left( \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{kj} - \frac{3}{2} \delta_{ij} \delta_{kl} \right);$$
<sup>(2)</sup>

$$A_{ijkl} = A_0 \varepsilon_{ij}^{\,p} \varepsilon_{kl}^{\,p} \,, \tag{3}$$

де  $A_0$  – параметр матеріалу;  $\varepsilon_{ii}^p$  – тензор пластичних деформацій;

Згідно з такою моделлю поверхня пластичності у процесі деформування може зміщуватись та анізотропно змінювати свої розміри. У просторі головних напружень поверхня представляє собою еліптичні циліндри, тому слідом поверхні на девіаторній площині є еліпси, які в залежності від знаку коефіцієнта  $A_0$  можуть скорочуватись або подовжуватись у напрямку деформування. Для визначення коефіцієнту  $A_0$  необхідно записати критерій пластичності (1) для одноосного напруженого стану. У випадку, коли поверхня пластичності зміщується і змінює свої розміри тільки у напрямку деформування, тобто не враховуючи ізотропне розширення, критерій пластичності (1) для простого розтягування запишеться у наступному вигляді:

$$\sigma = \frac{\sigma_y}{\sqrt{A_0 \varepsilon_p^2 + 1}} + X, \qquad (4)$$

де *о* і *є*<sub>*p*</sub> – напруження і повздовжня пластична деформація при розтягуванні.

У стандартній моделі Бальтова Савчука коефіцієнт  $A_0$  визначається як константа в процесі деформування. Для узгодження з експериментальними результатами пропонується визначити коефіцієнт  $A_0$  у вигляді функції накопиченої пластичної деформації p.

$$A_0 = \frac{2}{3p^2} \left[ \left( \frac{\sigma_y}{\sigma_y - H} \right)^2 - 1 \right], \tag{5}$$

де *H* – функція накопиченої пластичної деформації, яку зручно представити в вигляді суми функцій:

$$H = \sum_{k=1}^{n} H^{k} ; (6)$$

$$H^{k} = G^{k} \left[ 1 - \exp(-b^{k} p) \right], \tag{7}$$

де  $G^k$  і  $b^k$  – параметри матеріалу; p – накопичена пластична деформація, приріст якої визначається наступним чином:

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} \ . \tag{8}$$

Приріст окремої компоненти *H<sup>k</sup>* має вигляд:

$$\dot{H}^k = b^k (G^k - H^k) \dot{p} . \tag{9}$$

Після підстановки виразу для коефіцієнту A<sub>0</sub> у (1) критерій пластичності для простого розтягування запишеться у наступному вигляді:

$$\sigma = \sigma_y - H + X. \tag{10}$$

Таким чином, функція *H* призначена для моделювання ефекту Баушингера, а саме зменшення межі текучості під час пластичного деформування.

Під час проведення експерименту на розтягування-стискання такі матеріали, як алюмінієві сплави показують майже лінійну поведінку під час розтягування, але в той же час крива розвантаження і подальшого стискання значно нелінійна. Таким чином, закони зміцнення під час розтягування і стискання значно різняться. Тому зручно використовувати модель нелінійного кінематичного зміцнення, запропоновану Армстронгом [12]. Згідно такої моделі приріст тензору додаткових напружень записується у наступному вигляді:

$$\dot{X}_{ij} = \frac{2}{3} Q \gamma \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} - \gamma X_{ij} \dot{p} , \qquad (11)$$

де перша частина виразу відповідає лінійному кінематичному зміцненню, а *ISSN 2078-9130. Вісник НТУ «ХПІ». 2014. № 58 (1100)* 143

друга частина за рахунок накопиченої пластичної деформації *р* відображає історію пластичного деформування. Для кращого узгодження з експериментальними даними Шабошем було запропоновано визначати тензор додаткових напружень у вигляді суми компонентів [13]:

$$X_{ij} = \sum_{k=1}^{n} X_{ij}^{k} .$$
 (12)

Експериментальні результати з проведених тестів на розтягуваннястискання алюмінієвих зразків показують, що криві стискання після попереднього розтягування до певного рівня пластичної деформації, а також криві наступних циклів навантаження відрізняються між собою і залежать від попередньої накопиченої пластичної деформації, тому для більш точного описання кривої деформування з декількома циклами розтягування-стискання пропонується вдосконалити модель нелінійного кінематичного зміцнення шляхом заміни констант Q і  $\gamma$  на функції попередньо накопиченої пластичної деформації  $\hat{p}$ . Тоді окрема компонента виразу (12) запишеться наступним чином:

$$X_{ij}^{\prime k} = \frac{2}{3} \hat{\mathcal{Q}}^k \hat{\gamma}^k \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \hat{\gamma}^k X_{ij}^{\prime k} \dot{p} , \qquad (13)$$

де функції попередньо накопиченої пластичної деформації  $\hat{q}^{k}$  і  $\hat{\gamma}^{k}$  пропонується обирати наступним чином:

$$\widehat{Q}^{k} = Q^{k} + \varsigma^{k} \left( 1 - \exp\left(-\eta^{k} \widehat{p}\right) \right); \tag{14}$$

$$\widehat{\nu}^{k} = \gamma^{k} + \xi^{k} \left( 1 - \exp\left(-\mu^{k} \widehat{p}\right) \right).$$
(15)

Для узгодження закону пластичності з урахуванням зменшення межі текучості зручно включити у тензор додаткових напружень  $X_{ij}$  функцію H у тензорному вигляді:

$$X_{ij} = X'_{ij} + H'_{ij}$$
(16)

або

$$X_{ij} = \sum_{k=1}^{n} X_{ij}^{\prime k} + \sum_{l=1}^{m} H_{ij}^{\prime l} .$$
(17)

Згідно з (7) і (9) та відповідністю до тензора додаткових напружень, приріст окремого компоненту  $H'_{ij}$  повинен бути представлений у наступному вигляді:

$$\dot{H}'_{ij} = \frac{2}{3} G^l b^l \dot{\varepsilon}^p_{ij} - b^l H'_{ij} \dot{p} \,. \tag{18}$$

В кінцевому вигляді приріст тензору додаткових напружень записується наступним чином:

$$\dot{X}_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \left[ \frac{2}{3} \widehat{Q}^{k} \widehat{\gamma}^{k} \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} - \widehat{\gamma}^{k} X_{ij}^{\prime k} \dot{p} \right] + \sum_{l=1}^{m} \left[ \frac{2}{3} G^{l} b^{l} \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} - b^{l} H_{ij}^{\prime l} \dot{p} \right].$$
(19)

Зменшення модуля пружності під час пружно-пластичного деформування пропонується моделювати за допомогою введення параметру пошкоджуваності наступним чином:

$$D = 1 - \frac{E_U}{E_L},\tag{20}$$

де  $E_L$  – модуль пружності під час першого пружного розтягування;  $E_U$  – модуль пружності під час розвантаження;

Експериментальні дослідження показують, що параметр пошкоджуваності залежить від накопиченої пластичної деформації, тому для математичного моделювання зручно вибрати наступну залежність:

$$D = \sum_{k=1}^{n} Q_{D}^{k} (1 - \exp(-\gamma_{D}^{k} p)), \qquad (21)$$

де  $Q_D^k$  і  $\gamma_D^k$  – параметри матеріалу;

Приріст окремого компоненту суми (21) виглядає наступним чином:

$$\dot{D}^{k} = b_{D}^{k} (Q_{D}^{k} - D) \dot{p}$$
 (22)

Таким чином, згідно з концепцією ефективних напружень тензор напружень Коші з урахуванням пошкоджуваності матеріалу запишеться у наступному вигляді:

$$\sigma_{ij} = (1 - D)E_{ijkl}\varepsilon_{kl}^e \,. \tag{23}$$

Методика проведення експерименту на розтягування-стискання. З метою визначення констант для запропонованої моделі пластичності було проведено експеримент на розтягування-стискання плоских зразків, вироблених з алюмінієвого сплаву Д16, хімічний склад якого показаний у табл. 1.

таолиця 1 — лімічний склад алюмінієвого сплаву дто													
Елемент	Al	Cu	Fe	Mg	Mn	Zn	Si	Ba	Ni				
%	85.69	9.23	2.38	1.27	0.85	0.04	0.23	0.21	0.1				

Таблиця 1 – Хімічний склад алюмінієвого сплаву Д16

Складність проведення експерименту на розтягування-стискання полягає у тому, що при стадії стискання є ймовірність втрати стійкості зразка. Тому довжина та товщина зразка повинні бути обрані таким чином, щоб уникнути втрати стійкості і, в той же час, забезпечити одноосний напружений стан. Зразки були виготовлені з рекомендаціями стандарту ASTM-E9-89a [14], що визначає методи проведення експериментів на стискання при кімнатній температурі, а також з попередньо проведеним аналізом на втрату стійкості. Геометричні дані зразка представлені на рис. 1.

Для проведення експерименту на циклічне розтягування-стискання була застосовувана система для втомних випробувань INSTRON з навантажувальною здатністю до 250 kN. Експеримент проводився за контролем по деформації зі швидкістю 1 мм/с.



Рисунок 1 – Експериментальний зразок

Такі технологічні операції як автофретування і реавтофретування можуть потребувати декількох циклів навантаження і розвантаження товстостінного компоненту конструкції, тому експеримент передбачав проведення серії тестів циклічного розтягування-стискання з різним рівнем деформації. Дві схеми циклічного розтягування-стискання, а також амплітуди деформацій показані на рис. 2, де *a* – деформація після першого розтягування, яка обиралася з кроком 0.5%.



Рисунок 2 - Схеми циклічного розтягування-стискання

**Результати експерименту та ідентифікація параметрів матеріалу.** Через велику кількість констант матеріалу, такі моделі пластичності як модель нелінійного кінематичного зміцнення потребують великої кількості обчислень для їх визначення. Багато праць присвячено проблемі ідентифікації параметрів матеріалу при пластичному деформуванні.

У статтях [15,16] ідентифікація параметрів базується на підходах мінімізації цільової функції, в основі якої лежить різниця між експериментальними та прогнозованими даними. Для ідентифікації параметрів матеріалу для запропонованої моделі пластичності з урахуванням пошкоджуваності матеріалу пропонується наступна цільова функція [17]:

$$F = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[ \frac{f_i^*(x_i^*) - \tilde{f}_i(x_i^*;c)}{f_i^*(x_i^*)} \right]^2},$$
(24)

де  $f_i^*$  і  $x_i^*$  – експериментально отримана функція і її аргумент;  $\check{f}_i$  – значення

розрахованої функції, згідно обраної математичної моделі; *с* –набір параметрів матеріалу; *n* – кількість експериментально отриманих точок;

Важливим питанням у дослідженні процесів автофретування є моделювання ефекту Баушингера. Згідно з запропонованою моделлю зручно моделювати ефект Баушингера як зменшення розміру поверхні текучості в напрямку деформування. Ключовим фактором у визначенні ефекту Баушингера є точне вимірювання межі текучості. Існують різні методики визначення межі текучості, в більшості з яких пропонується вимірювати межу текучості як напруження при якому початкова пластична деформація досягає певного значення. У інженерних розрахунках, де не вимагається висока точність межа текучості зазвичай визначається як напруження при 0.2 % пластичної деформації, що є недостатнім для моделювання таких операцій як автофретування. Тому пропонується визначати межу текучості як напруження при 0.01 % пластичної деформації.

На рис. З показані експериментально виміряні межі текучості в залежності від накопленої пластичної деформації, тобто межа текучості вимірювалася під час кожного циклу розтягування-стискання. Згідно з запропонованою моделлю зменшення розмірів поверхні пластичності моделюється за допомогою функції H, яка залежить від накопиченої пластичної деформації p та має параметри матеріалу  $G^k$  і  $b^k$ , які можуть бути визначені за допомогою мінімізації цільової функції F, яка у даному випадку має наступний вигляд:

$$F_{1} = \sqrt{\frac{1}{28} \sum_{i=1}^{28} \left[ \frac{H_{i}^{*}(p_{i}^{*}) - \breve{H}_{i}(p_{i}^{*}; a(G^{1}, b^{1}))}{H_{i}^{*}(p_{i}^{*})} \right]^{2}} .$$
(25)

Після мінімізації функції (25) були отримані значення параметрів  $G^1$  і  $b^1$ , які представлені у табл. 2. Як видно з рис. 3, для точного моделювання було достатньо одного компоненту з суми, якою представлена функція H.



Рисунок 3 – Зменшення межі текучості під час пластичного деформування

$G^{1}$	$b^1$ $Q^1$		$Q^2$	$\gamma^1$	$\gamma^2$	ς <sup>1</sup>	$\eta^{1}$				
140 МПа	385	20 МПа	218 МПа	2125	7	60 МПа	71				
ξ <sup>1</sup>	$\mu^{1}$	$\varsigma^2$	$\eta^2$	$\xi^2$	$\mu^2$	$Q^{1}_{D}$	$\gamma^{1}_{D}$				
-1390	85	-175МПа	18	2	9	0.224	95				

Таблиця 2 - Ідентифіковані параметри матеріалу

ISSN 2078-9130. Вісник НТУ «ХПІ». 2014. № 58 (1100)

147

Далі необхідно визначити параметри матеріалу для моделі нелінійного кінематичного зміцнення, яка представлена виразом (19), де частина параметрів вже визначена згідно з узгодженням з функцією *H*.

Решта параметрів повинна бути визначена з експерименту на циклічне розтягування-стискання. Для випадку одноосного розтягування-стискання вираз (19) запишеться наступним чином:

$$\dot{X} = \sum_{k=1}^{n} \left[ \pm \hat{\gamma}^{k} \hat{Q}^{k} \dot{\varepsilon}^{p} - \hat{\gamma}^{k} X^{\prime k} \dot{p} \right] \pm b^{1} G^{1} \dot{\varepsilon}^{p} - b^{1} H^{\prime 1} \dot{p} .$$
<sup>(26)</sup>

Потрібно зазначити, що при циклічному деформуванні приріст компоненти пластичної деформації  $\dot{\varepsilon}^p$  змінює знак, у той же час приріст накопиченої пластичної деформації  $\dot{p}$  є завжди позитивний. Тому «+»у виразі (26) означає, що деформування проходить при розтягуванні, а «-»– при стисканні. Параметри матеріалу  $\hat{Q}^k$  і  $\hat{\gamma}^k$  є функціями попередньо накопиченої пластичної деформації, які у випадку розтягнення у першому циклі розтягненнястискання є константами  $\hat{Q}^k = Q^k$  і  $\hat{\gamma}^k = \gamma^k$ , так як до першого циклу ще не було пластичного деформування. Для цього випадку інтегрування виразу (26) з початковими умовами  $X'^k(0) = 0, k = \overline{1, n}$  і  $H'^1(0) = 0$  дає наступний вираз:

$$X = \sum_{k=1}^{n} \mathcal{Q}^{k} \left[ 1 - \exp(-\gamma^{k} p) \right] + G^{1} \left[ 1 - \exp(-b^{1} p) \right],$$
(27)

а інтегрування виразу (9) з початковими умовами  $H^1(0) = 0$  – наступний:

$$H^{1} = G^{1} \Big[ 1 - \exp(-b^{1} p) \Big].$$
(28)

Згідно з модифікованим критерієм пластичності (1) напруження для одноосного розтягування визначається виразом (10). З урахуванням (27) і (28) напруження буде визначатись наступним чином:

$$\sigma = \sigma_{y} + \sum_{k=1}^{n} Q^{k} \left[ 1 - \exp(-\gamma^{k} p) \right].$$
<sup>(29)</sup>



ISSN 2078-9130. Вісник НТУ «ХПІ». 2014. № 58 (1100)

Для визначення невідомих параметрів матеріалу  $Q^{k}$  і  $\gamma^{k}$  була мінімізована наступна цільова функція:

$$F_{2} = \sqrt{\frac{1}{850} \sum_{i=1}^{850} \left[ \frac{\sigma_{i}^{*}(p_{i}^{*}) - \breve{\sigma}_{i}(p_{i}^{*}; a(Q^{k}, \gamma^{k}))}{\sigma_{i}^{*}(p_{i}^{*})} \right]^{2}} .$$
(30)

На рис. 4 показана експериментальна діаграма розтягнення у координатах напруження – пластична деформація, а також отримана за допомогою мінімізації розрахункова. Видно, що достатньо двох компонентів з суми, якою представлена функція X'.

Для визначення решти параметрів матеріалу для нелінійного кінематичного зміцнення потрібно використати експериментальні діаграми розтягненняня-стискання, отримані після проведення декількох циклів розтягненнястискання. На рис. 5 показані криві розтягнення та стискання в залежності від попередньо накопиченої пластичної деформації  $\hat{p}$  після проведення тесту на циклічне розтягування-стискання. Криві побудовані у координатах напруження – пластична деформація, де відлік напруження починається від межі текучості.



Рисунок 5 – Криві розтягування і стискання при різних рівнях накопиченої пластичної деформації

Видно, що кожна наступна крива розтягнення чи стискання збільшує амплітуду напружень по мірі накопичення пластичної деформації під час циклічного деформування. Цей ефект неможливо змоделювати за допомогою стандартної моделі нелінійного кінематичного зміцнення, тому було запропоновано ввести додаткові функції попередньо накопиченої пластичної деформації у вигляді (14) і (15), де невідомими параметрами матеріалу є  $\varsigma^k$ ,  $\eta^k$ ,  $\xi^k$  і  $\mu^k$ , де  $k = \overline{1,2}$ . Для випадку циклічного деформування інтегрування виразу (26) з початковими умовами  $X'^k(\hat{p}) = \hat{X}'^k, k = \overline{1,2}$  і  $H'^1(\hat{p}) = \hat{H}'^1$ , де  $\hat{p}$ ,

 $\hat{X}'^{k}$  і  $\hat{H}'^{1}$  – накопичені у попередніх циклах пластична деформація і компоненти тензору додаткових напружень при одноосному розтягуванністисканні, дає наступний вираз:

$$X = \sum_{k=1}^{2} \left( \hat{Q}^{k} + \hat{X}'^{k} \right) \left[ 1 - \exp(-\hat{\gamma}^{k} p) \right] + \left( G^{1} + \hat{H}'^{1} \right) \left[ 1 - \exp(-b^{1} p) \right],$$
(31)

а інтегрування виразу (9) з початковими умовами  $H^1(\hat{p}) = \hat{H}^1$  – наступний:

$$H^{1} = \left(G^{1} - \hat{H}^{1}\right) \left[1 - \exp(-b^{1}p)\right].$$
 (32)

Одноосне напруження  $\sigma$ , починаючи відлік від межі текучості, для розтягування-стискання з урахуванням попередньо накопиченої пластичної деформації запишеться згідно з критерієм пластичності (1) у наступному вигляді:

$$\sigma = \sum_{k=1}^{2} \left( \widehat{Q}^{k} + \widehat{X}^{k} \right) \left[ 1 - \exp(-\widehat{\gamma}^{k} p) \right] + \left( \widehat{H}'^{1} + \widehat{H}^{1} \right) \left[ 1 - \exp(-b^{1} p) \right].$$
(33)

Далі, параметри матеріалу  $\hat{Q}^k$  і  $\hat{\gamma}^k$ , які залежать від попередньо накопиченої пластичної деформації були знайдені шляхом мінімізації цільової функції (30) для кожного окремого циклу розтягування-стискання. Параметри  $\varsigma^k$ ,  $\eta^k$ ,  $\xi^k$  і  $\mu^k$ , де  $k = \overline{1,2}$ , також було отримано шляхом мінімізації цільової функції (24) і представлені у табл. 2.

Іншим важливим феноменом, який не може бути проігнорований у моделюванні таких операцій як автофретування є зменшення модуля пружності під час пружно-пластичного деформування. Тому для дослідження цього феномену були виміряні модулі пружності під час етапів розвантаження у експерименті на циклічне розтягування-стискання. Згідно запропонованої моделі феномен зменшення модуля пружності моделюється параметром пошкоджуваності у відповідності до виразу (20). У свою чергу залежність введеного параметра пошкоджуваності від накопиченої пластичної деформації моделюється виразом (21), де невідомими параметрами матеріалу є  $D_D^k$  і  $\gamma_D^k$ ,  $k = \overline{1, n}$ . Пошук параметрів матеріалу здійснювався шляхом мінімізації наступної цільової функції:

$$F_{3} = \sqrt{\frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} \left[ \frac{D_{i}^{*}(p_{i}^{*}) - \breve{D}_{i}(p_{i}^{*}; a(Q_{D}^{k}, \gamma_{D}^{k}))}{D_{i}^{*}(p_{i}^{*})} \right]^{2}} .$$
(34)

На рис. 6 зображена експериментальна залежність параметру пошкоджуваності від накопиченої пластичної деформації, а також математично змодельована. Видно, що для доброго узгодження з експериментальними даними достатньо одного компонента із суми, якою представлений параметр пошкоджуваності.

Чисельне моделювання циклічного розтягування-стискання. Для перевірки запропонованої моделі пластичності та отриманих параметрів ма-

теріалу експеримент був змодельований чисельно методом скінчених елементів за допомогою програмного комплексу ANSYS. Циклічне розтягуваннястискання плоских зразків моделювалося у припущенні плоского напруженого стану. Запропонована пружно-пластична модель матеріалу з урахуванням пошкоджуваності була включена у ПК ANSYS за допомогою програмованих користувачем підпрограм.



Рисунок 7 – Порівняння між експериментально отриманим і чисельно змодельованим циклічним розтягуванням-стисканням

На рис. 7 зображено експериментальне та чисельно змодельоване циклічне розтягування-стискання одного зі зразків згідно з програмою навантаження. Чисельне моделювання представлено з урахуванням запропонованої моделі пластичності, а також стандартної моделі нелінійного кінематичного зміцнення без урахування пошкоджуваності. Видно, що запропонована модель нелінійного кінематичного зміцнення значно точніше моделює циклічну поведінку матеріалу під час пружно-пластичного деформування.

Висновки. У статті проаналізована модель пластичності, яка ураховує такі феномени як ефект Баушингера та пошкоджуваність матеріалу під час пружно-пластичного деформування. Для кращого узгодження з експериментальними даними запропоновано удосконалення моделі нелінійного кінематичного зміцнення шляхом введення додаткових функцій попередньо накопиченої пластичної деформації. Застосовано модифікований критерій пластичності Мізеса, у який введено функцію зменшення межі текучості під час пластичного деформування і який моделює зміщення і анізотропне змінення розмірів поверхні пластичності.

Також у статті представлені результати серії тестів на циклічне розтягування-стискання, проведених з метою виявлення ефекту Баушингера та пошкоджуваності матеріалу, а також отримання точних кривих стискання. Для цього були застосовані плоскі зразки з алюмінієвого сплаву Д16, які розтягувалися і стискалися з різними рівнями пластичної деформації. Результати експериментів супроводжувалися чисельним моделюванням циклічного розтягування-стискання за допомогою ПК ANSYS, в який за допомогою програмованих користувачем підпрограм були введені визначальні співвідношення пружно-пластичного деформування матеріалу з урахуванням пошкоджуваності. Чисельні результати показали добрий збіг з експериментальними результатами.

Список літератури: 1. Farrahi G. H, Hosseinian E., Assempour A. On the Material Modeling of the Autofrettaged Pressure Vessel Steels // Journal of Pressure Vessel Technology. - 2009. - Vol. 131. - P. 1121-1129. 2. Bhatnagar R. M. Modeling, validation and design of autofrettage and compound cylinder // European Journal of Mechanics and Solids. - 2013. - Vol. 39. - P. 17-25. 3. Perl M., Perry J., Aharon T., Kolka O. Is There an «Ultimate» Autofrettage Process? // Journal of Pressure Vessel Technology. - 2012. - Vol. 134. - P. 63-71. 4. Parker A. P., Troiano E., Underwood J. H., Mossey, C. Characterization of steels using a revised kinematic hardening model incorporating Bauschinger effect // Journal of Pressure Vessel Technology. - 2003. - Vol. 125. - P. 277-281. 5. Aliakbari K., Farhangdoost K. The Investigation of Modeling Material Behavior in Autofrettaged Tubes Made from Aluminium Alloys // International Journal of Engineering. - 2014. - Vol. 27. - P. 803-810. 6. Puskar. A. A Correlation among Elastic Modulus Defect, Plastic Strain and Fatigue Life of Metals // Material Science Forum. - 1993. - № 119-121. - P. 455-460. 7. Boger R.K., Wagoner R.H., Barlat F., Lee M.G., Chung K. Continuous, large strain, tension-compression testing of sheet material // International Journal of Plasticity. - 2005. - Vol. 25. - P. 1-25. 8. Piao K., Lee J.K., Kim J.H., Kim H.Y., Chung K., Barlat F., Wagoner R.H. A sheet tension-compression test for elevated temperature // International Journal of Plasticity. - 2012. - № 38. - P. 27-46. 9. Helling D. E., Miller A. K. The Incorporation of Yield Surface Distortion into a Unified Constitutive Model, Part 1: Equation Development // Acta Mechanica. -1987. - Vol. 69. - P. 9-23. 10. Rokhgireh H., Nayebi A. A new yield surface distortion model based on Baltov and Sawczuk's model // Acta Mechanica. - 2013. - Vol. 224. - P. 1457-1469. 11. Baltov A., Sawczuk A. A rule of anisotropic hardening // Acta Mechanica. - 1965. - Vol. 1. - P. 81-92. 12. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. -

G.E.G.B. Report RD/B/N 731, Berkeley Nuclear Laboratories, 1966. **13.** *Chaboche J.-L., Rousselier G.* On the plastic and viscoplastic constitutive equations, part I: rules developed with internal variable concept. Part II: application of internal variable concepts to the 316 stainless steel // International Journal of Pressure Vessel Technology. – 1983. – Vol. 105. – P. 153–164. **14.** ASTM-E9-89a Standard Test Methods for Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature. – ASTM, West Conshohocken, PA, USA, 2000 **15.** *Badnava H., Pezeshki S. M., Fallah K.* Determination of combined hardening material parameters under strain controlled cyclic loading by using the genetic algorithm method // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2012. – Nº 26 (10). – P. 3067-3072. **16.** *Franulovic M., Basan R., Krizan B.* Kinematic Hardening Parameters Identification with Respect to Objective Function // International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial and Mechatronics Engineering. – 2014. – Vol. 8, Nº 4. – P. 677-681. **17.** *Szeliga D., Gawad J., Pietrzyk M.* Parameter Identification of Material Model Based on the Inverse Analysis // International Journal of Applying Mathematics and Computational Science. – 2004. – Vol. 14. – P. 549-556.

Bibliography (transliterated): 1. Farrahi G. H. Hosseinian E., Assempour A. On the Material Modeling of the Autofrettaged Pressure Vessel Steels. Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 131, 2009. 1121-1129 Print. 2. Bhatnagar R. M. Modeling, validation and design of autofrettage and compound cylinder. European Journal of Mechanics and Solids. Vol. 39. 2013. 17-25 Print. 3. Perl M., Perry J., Aharon T., Kolka O. Is There an «Ultimate» Autofrettage Process? Journal of Pressure Vessel Technology. Vol. 134. 2012. 63-71 Print. 4. Parker A. P., Troiano E., Underwood J. H., Mossey, C. Characterization of steels using a revised kinematic hardening model incorporating Bauschinger effect. Journal of Pressure Vessel Technology. Vol. 125. 2003. 277-281 Print. 5. Aliakbari K., Farhangdoost K. The Investigation of Modeling Material Behavior in Autofrettaged Tubes Made from Aluminium Allovs. International Journal of Engineering. Vol. 27. 2014. 803-810 Print. 6. Puskar. A. A Correlation among Elastic Modulus Defect, Plastic Strain and Fatigue Life of Metals. Material Science Forum. 119–121. 1993. 455-460 Print. 7. Boger R.K., Wagoner R.H., Barlat F., Lee M.G., Chung K. Continuous, large strain, tension-compression testing of sheet material. International Journal of Plasticity. Vol. 25. 2005. 1-25 Print. 8. Piao K., Lee J.K., Kim J.H., Kim H.Y., Chung K., Barlat F., Wagoner R.H. A sheet tension-compression test for elevated temperature. International Journal of Plasticity. № 38. 2012. 27-46 Print. 9. Helling D. E., Miller A. K. The Incorporation of Yield Surface Distortion into a Unified Constitutive Model, Part 1: Equation Development. Acta Mechanica. Vol. 69. 1987. 9-23 Print. 10. Rokhgireh H., Navebi A. A new yield surface distortion model based on Baltov and Sawczuk's model. Acta Mechanica, Vol. 224, 2013, 1457-1469 Print, 11. Baltov A., Sawczuk A. A rule of anisotropic hardening // Acta Mechanica. Vol. 1. 1965. 81-92 Print. 12. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. G.E.G.B. Report RD/B/N 731, Berkeley Nuclear Laboratories, 1966 Print. 13. Chaboche J.-L., Rousselier G. On the plastic and viscoplastic constitutive equations, part I: rules developed with internal variable concept. Part II: application of internal variable concepts to the 316 stainless steel. International Journal of Pressure Vessel Technology. Vol. 105. 1983. 153-164 Print. 14. ASTM-E9-89a Standard Test Methods for Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature. ASTM, West Conshohocken, PA, USA, 2000 Print. 15. Badnava H., Pezeshki S. M., Fallah K. Determination of combined hardening material parameters under strain controlled cyclic loading by using the genetic algorithm method. Journal of Mechanical Science and Technology. 26 (10). 2012. 3067-3072 Print. 16. Franulovic M., Basan R., Krizan B. Kinematic Hardening Parameters Identification with Respect to Objective Function./ International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial and Mechatronics Engineering. Vol. 8, № 4. 2014. 677-681 Print. 17. Szeliga D., Gawad J., Pietrzyk M., Parameter Identification of Material Model Based on the Inverse Analysis. International Journal of Applying Mathematics and Computational Science. Vol 14. 2004. 549-556 Print.

Поступила (received) 10.10.2014