УДК 539.3

В. М. ДЕЕВ, канд. техн. наук, доц., Пермский государственный педагогический университет, Россия

О НЕКОТОРЫХ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМАХ

В статье рассмотрено комплексное число – кватернион, содержащее три мнимых единицы.

Ключевые слова: кватернион, мнимая единица.

В 1853 г. У.Р.Гамильтон изобрел новое комплексное число – кватернион, содержащее три мнимых единицы i, j, k, удовлетворяющие следующим зависимостям

$$i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = -1. \quad (1)$$

Кватернион Гамильтона имеет вид

$$K_{\Gamma} = A + \alpha i + \beta j + \gamma k, \quad (2)$$

где A – действительное число, состоящее из действительных единиц, α, β, γ – действительные числа. Мнимая единица i уже была известна. Бомбелли Раффаэле (1530−1579) уже использовал формулу $i = \sqrt{-1}$ и развил элементарную теорию действий (арифметических) с мнимыми и комплексными числами, опередив математику своего времени. Однако до создания ТФКП было еще далеко. Заслуга Гамильтона заключалась в введении трех мнимых единиц. Вскоре он догадался, как перемножать введенные им мнимые единицы. Эти правила приведены в работе [1]. В 1847 г. Гамильтон ввел новый термин – вектор, который был комплексной составляющей кватерниона. Вектор Гамильтона может быть записан в виде

$$V_{\Gamma} = \alpha i + \beta j + \gamma k. \quad (3)$$

Мы говорим, что Гамильтон придумал новый термин. Однако ясно, что, наряду с кватернионом K_{Γ}, он создал еще новый математический объект – вектор V_{Γ}. Связь кватерниона K_{Γ} и вектора V_{Γ} следует из

$$K_{\Gamma} = A + V_{\Gamma}. \quad (4)$$

Правила умножения мнимых единиц, данные в [1], годятся только для вектора V_{Γ}. При умножении кватернионов Гамильтона через черную точку нужно к этим правилам прибавить еще следующие зависимости

$$A \bullet A = A^2; \quad i \bullet A = iA; \quad j \bullet A = jA; \quad k \bullet A = kA. \quad (5)$$

Мы вводим эту поправку, опираясь на утверждение Мартина Ома (1792−1872) – брата известного физика Георга Ома. М. Ом предложил считать мнимую единицу особым действительным числом. Кватернион и вектор явились самыми удачными комплексными структурами. Гамильтон сумел их внедрить в физику и технику.

В этой работе мы пытаемся расширить эти системы и вводим комплексные числа, которые называем n-кватернионами и n-векторами. Эти системы отличаются от кватернионов и векторов тем, что содержат n мнимых единиц, причем $n > 3$. Число n может быть целым натуральным числом 4, 5, 6, … и т.д.

Рассмотрим для примера 4-кватернион и 4-вектор, которые имеют вид

$$4K_{\Gamma} = A + \alpha i + \beta j + \gamma k + \delta l; \tag{6}$$

$$4V_{\Gamma} = \alpha i + \beta j + \gamma k + \delta l. \tag{7}$$

В (6) и (7) фигурируют мнимые единицы i, j, k, l и действительное число A. Запишем систему умножения единиц. Эти правила следующие

$$i \cdot j = k; \quad j \cdot k = l; \quad k \cdot l = i; \quad l \cdot i = j. \tag{8}$$

$$j \cdot i = -k; \quad k \cdot j = -l; \quad l \cdot k = -i; \quad i \cdot l = -j. \tag{9}$$

Для каждого n мы получаем систему аналогично (8), (9), но содержащих в каждой части по n уравнений.

Рассматривая n-кватернионы (6), видим, что они образуют алгебру над действительными числами A, α, β, γ, δ с образующими i, j, k, l, которые удовлетворяют уравнениям (8), (9) и уравнения имеем в виде

$$\left.\begin{aligned} A \bullet A &= A^2; \\ i \bullet A &= iA; \\ j \bullet A &= jA; \\ k \bullet A &= kA; \\ l \bullet A &= lA. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Расширение системы n-кватернионов приводит к n-мерной алгебре и позволяет решать задачи, связанные с технологией – многомерные задачи.

Список литературы: **1.** *Алексеев К.Б., Деев В.М., Машина И.В., Петрокас А.В.* О некоторых числовых системах // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2012. – Вип. 67 – С. 9-11. **2.** *Деев В.М., Машина И.В.* Новая трактовка теории определителей // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2012. – Вип. 55 – С. 64-66.

Поступила в редколлегию 20.09.2013.

УДК 539.3

О некоторых комплексных числовых системах / В. М. Деев // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 58 (1031). – С. 78-79. – Бібліогр.: 2 назв.

У статті розглянуто комплексне число – кватерніон, яке містить три уявних одиниці.

Ключові слова: кватерніон, уявна одиниця.

Quaternion, containing three imaginary units is considered in the article.

Keyword: quaternion, imaginary unit.