

Г. О. АНИЩЕНКО, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»

ПОВЗУЧИСТЬ ТА РУЙНУВАННЯ ПЛАСТИН З НАДРІЗАМИ В УМОВАХ ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Представлены результаты численного исследования ползучести и разрушения пластин, ослабленных острыми надрезами. Установлено существенное влияние циклического нагружения на релаксацию напряжений, накопление повреждаемости и разрушение пластин вследствие динамической ползучести.

Ключевые слова: надрезы, циклическое нагружение, релаксация напряжений, повреждаемость, разрушение, динамическая ползучесть.

Вступ. Довготривала міцність багатьох деталей машин, що працюють за умов повзучості при спільній дії статичних та циклічних навантажень, залежить від процесів деформування в послаблених різноманітними надрізами областях. В літературі відомі рішення задач повзучості для тіл с надрізами та отворами при статичному навантаженні. В даній статті надані результати досліджень впливу циклічного навантаження на розподіл напружено-деформованого стану, на процес накопичення пошкоджень й руйнування внаслідок динамічної повзучості пластин, які послаблені гострими надрізами.

Постановка задачі. Запропонований у [1] метод розрахунку довготривалої міцності тіл при швидкому циклічному навантаженні базується на сучасних уявленнях щодо повзучості й руйнування, включає досягнення континуальної механіки пошкоджень. З використанням методу асимптотичних розкладень початково-крайова задача повзучості тіл, які знаходяться під дією гармонійного циклічного навантаження $P = P_0 + P_a \Phi(\Omega t)$, зведена до інтегрування двох взаємопов'язаних систем диференціальних рівнянь, що відповідають руху системи за «повільним» (повзучість) та «швидким» часом (вимушені коливання). Перша початково-крайова задача відповідає задачі термповзучості, яка розглядається в масштабі «повільного часу t ». Для розв'язку цієї задачі використано метод скінчених елементів (крайова) та багато-кроковий метод прогнозу-корекції (початкова задача). За допомогою методу скінчених елементів задача термповзучості зводиться до розв'язання системи диференційних рівнянь відносно глобального вектора вузлових перемішень u^0 :

$$[K] \dot{u}^0 = \dot{F} + \dot{F}_c, \quad (1)$$

де $[K]$ – глобальна матриця жорсткості системи; \dot{F} – вектор швидкостей вуз-

лових навантажень; \dot{F}_c – вектор додаткових навантажень, який підраховується за компонентами тензора швидкостей незворотних деформацій повзучості \dot{c}^0 . Для визначення останніх до (1) необхідно додати рівняння стану. Початкові умови до системи (1) визначаються розв'язанням відповідної задачі щодо пружного деформування тіла при статичному навантаженні. Друга початково-крайова задача розглядається в масштабі «швидкого часу ξ » й відповідає вимушеним коливанням пружного тіла під дією гармонійного навантаження. Ця задача за допомогою МСЕ після розділення змінних по координатах й часу ξ зводиться до системи рівнянь відносно вектора амплітудних значень вузлових переміщень u^1 в площині тіла, яке дискретизовано:

$$([K] - \Omega^2 [M])u^1 = R^1, \quad (2)$$

де $([K] - \Omega^2 [M])$ – матриця динамічної жорсткості; $[M]$ – глобальна матриця мас; R^1 – вектор, яких підраховується за амплітудними значеннями гармонійної складової навантаження, прикладеного до поверхні тіла. Задача вимушених коливань у скінчено-елементній постановці розв'язується за допомогою модифікованого фронтального методу.

Рівняння стану. У роботі рівняння стану для повзучості прийняти у вигляді:

$$\dot{c}_{kl}^0 = \frac{3}{2} \frac{\dot{c}_i^0}{\sigma_i^0} S_{kl}^0. \quad (3)$$

Тут зв'язок між еквівалентними швидкостями деформацій повзучості з напруженнями й пошкодженнями, які накопичуються за «повільний час» в точці тіла, визначаються теорією Ю. М. Работнова зі структурними параметрами [2] так, що згідно з [1]:

$$\begin{cases} \dot{c}_i^0 = \Lambda(c_i^0) \left\langle F \left(\frac{\sigma_i^0 K(A(t), \xi)}{1 - \omega^0} \right) \right\rangle; \\ \dot{\omega}^0 = \left\langle Q \left(\frac{\sigma_e^0 K(A(t), \xi)}{1 - \omega^0} \right) \right\rangle; \\ c^0(0) = \omega^0(0) = 0; \\ \omega^0(t_c) = 1, \end{cases} \quad (4)$$

де $\langle \cdot \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T (\cdot) dt$ – оператор усереднювання функцій за період T ; Λ , F , Q – відомі функції, які встановлюються за кривими повзучості; t_c – час закінчення прихованого руйнування. Відмітимо, що у другому кінетичному рівнянні системи (4) для параметра пошкоджуваності еквівалентне напруження приймалося рівним

$$\sigma_e = (1 - \alpha)\sigma_i + \alpha\sigma_1, \quad (5)$$

де $\sigma_i = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}$ – інтенсивність напружень Мізеса; σ_1 – максимальне головне напруження; α – число ($0 \leq \alpha \leq 1$), значення котрого коректує значення еквівалентних напружень Мізеса ($\alpha = 0$) у відповідності з даними дослідів з руйнуванню матеріалів. В рівняннях (4) вплив циклічного навантаження визначається функцією $K(A(t), \xi) = 1 + A(t) \cdot \phi(\xi)$ за допомогою введеного параметру асиметрії циклу напружень A :

$$A(t) = \frac{\sigma_{ik}^1}{\sigma_i^0}, \quad (6)$$

який є відношенням інтенсивностей, які підраховані по амплітудним напруженням, що знайдені з системи (2), й інтенсивностей поточних напружень при повзучості, які визначаються за рішенням системи рівнянь (1).

Рівняння (3), (4), для багатьох конструкційних матеріалів конкретизуються у наступному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{c}_i = B \frac{\sigma_i^{n-1} H(A)}{(1 - \omega^r)^m} [C] \underline{\sigma}; \\ \dot{\omega} = D \frac{\sigma_i^k G(A)}{(1 - \omega^r)^l}; \\ 0 \leq \omega \leq 1, \end{cases} \quad (7)$$

де B, D, k, l, m, n, r – матеріальні сталі, які підлягають визначенню за кривими післядії; $\sigma_i = (\underline{\sigma}^T [g] \underline{\sigma})^{\frac{1}{2}}$ – інтенсивність напружень; $[C], [g]$ – числові матриці;

$$H(A) = \int_0^1 F [1 + A(t) \cdot \phi(\xi)] d\xi; \quad (8)$$

$$G(A) = \int_0^1 Q [1 + A(t) \cdot \phi(\xi)] d\xi. \quad (9)$$

У разі відсутності циклічної складової навантаження ($A = 0$) рівняння (4) набудуть вигляду звичайних рівнянь теорії повзучості, де враховано руйнування внаслідок повзучості. Система (1) разом з рівняннями стану (7) після конкретизації усіх функцій й параметрів, що входять до них, є повною системою рівнянь початково-крайової задачі термповзучості плоских тіл при одночасній дії статичного й швидкозмінного циклічного навантаження.

Для інтегрування невідомих задачі використаний метод прогнозу-корекції третього порядку. На кожному кроці повзучості за допомогою мето-

ду Холецького визначаються швидкості вузлових переміщень \dot{u}^0 з системи лінійних рівнянь (1) з незмінною для даної задачі матрицею жорсткості й змінною правою частиною. Система рівнянь (2) розв’язувалася за допомогою модифікованого фронтального методу. Запропонована методика реалізована у вигляді програмного комплексу, який орієнтований на розв’язання задач статичної та динамічної повзучості плоских тіл [3]. Детальний опис алгоритмів можна знайти у роботі [4].

Результати досліджень. В статті надані результати досліджень, які були виконані на основі вище описаного методу, щодо впливу циклічного навантаження на напружено–деформований стан й накопичення прихованих пошкоджень внаслідок повзучості в пластинах, які виготовлені з титанового сплаву Ti-6Al-2Cr-2Mo при температурі $T = 675$ К, модуль пружності $E = 1,2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$, дані про фізико-механічні характеристики якого наведені в [5]. Досліджувалися прямокутні пластини з базовою довжиною $L = 12 \cdot 10^{-3}$ м, шириною $H = 7,2 \cdot 10^{-3}$ м, товщиною $h = 2,4 \cdot 10^{-3}$ м, які послаблені симетричними гострими надрізами глибиною $l \cdot 10^{-3}$ м та кутом надрізу $\alpha \div 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ (рис. 1). Пластини розтягувались в осьовому напрямку силою, що має статичну та циклічну складові: $P = P_0 + P_a \sin \Omega t$, де $A = P_a / P_0$ – стале значення коефіцієнта асиметрії циклу зовнішнього навантаження; P_0, P_a – стала та амплітудна складові зовнішнього навантаження; Ω – кругова частота циклічної складової навантаження.

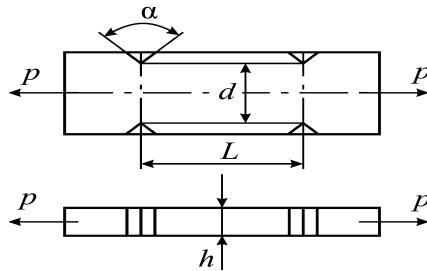


Рисунок 1 – Розрахункова схема пластини з симетричними гострими надрізами

Зауважимо, що біля надрізів пластин при розтягу має місце концентрація напружень, величина якої при пружному деформуванні може бути окремо визначена за формулами Нейбера. Розрахунками напруженого стану пластин при визначенні коефіцієнтів концентрації та порівнянні їх з відомими [6] встановлено достатній ступінь дискретизації розрахункових областей. Із врахуванням симетрії пластин у розрахунках розглянуто їхні 1/8 частини, скінчено-елементне розбиття якої складає $NE = 148$ скінчених елементів, $NY = 98$ вузлів.

Розрахунки на статичну повзучість з урахуванням пошкоджуваності

пластин з гострими надрізами ($\alpha = 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$) при розтягуванні силою $P = P_0 = 400$ МПа ($\sigma_{ном} = 600$ МПа; $\sigma_{приск} = 433$ МПа) показали, що збільшення кута надрізу в розглянутих випадках суттєво впливає як на змінення рівня максимальних еквівалентних напружень в період прихованого руйнування, так і на час закінчення періоду прихованого руйнування t_c . Так, для надрізу з кутом 50° : $\sigma_e^{max}(0) = 1328$ МПа; $\sigma_e(t_c) = 255$ МПа; $t_c = 160$ годин; з кутом 60° : $\sigma_e^{max}(0) = 1257$ МПа; $\sigma_e(t_c) = 171$ МПа, $t_c = 191$ година; з кутом 70° : $\sigma_e^{max}(0) = 1240$ МПа; $\sigma_e(t_c) = 162$ МПа, $t_c = 198$ годин.

На основі одержаних результатів можна зробити наступний висновок про те, що чим менший кут гострого надрізу, тим вищий рівень максимальних напружень біля контуру надрізу (коефіцієнт концентрації $K = \frac{\sigma_e^{max}}{\sigma_{ном}} = 2,2; 2,096; 2,085$) та менший період прихованого руйнування $t_c = 160; 191; 198$ годин відповідно.

В період прихованого руйнування йде процес накопичення пошкоджень матеріалу пластини, при цьому значення параметра пошкодження ω , який вводиться для описання прихованого руйнування, знаходиться в діапазоні значень від $\omega(t=0) = 0$ до $\omega(t_c) = 1$. Максимальні значення параметра пошкоджуваності локалізовані безпосередньо біля вершин надрізів, причому, чим менший кут надрізу, тим на меншу площу розповсюджуються не тільки максимальні значення ω , а й значення $0,01 \ll \omega \ll 0,05$.

Вплив циклічного навантаження на повзучість й руйнування був досліджений на прикладі пластини з гострим надрізом, кут надрізу якого $\alpha = 60^\circ$, при циклічному розтягненні навантаженням, яке змінюється за законом $P = P_0 + P_a \sin \Omega t$. Статична складова навантаження складала $P_0 = 400$ МПа, а амплітуда – задавалась різною для кожного розрахунку: $P_a = 100; 120; 200$ МПа. Таким чином, розрахунки виконувались для різних значень коефіцієнта асиметрії циклу навантаження $A = 0,25; 0,3; 0,5$ відповідно.

Розрахунками встановлено, що форми вільних коливань розглянутих пластин відповідають подовжнім коливанням і їх власні частоти для титанового сплаву Ті-6Al-2Сг-2Мо с масовою густиною $\rho = 4,4 \cdot 10^4$ Н²/м⁴, відповідно дорівнюють: $\omega_1 = 3,28 \cdot 10^5$ рад/с; $\omega_2 = 9,93 \cdot 10^5$ рад/с; $\omega_3 = 14,38 \cdot 10^5$ рад/с. Частота зовнішнього навантаження в розрахунках була прийнята рівною $\Omega = 25$ Гц $= 1,57 \cdot 10^2$ рад/с.

Розрахунки на повзучість виконані при кроці за часом $dt = 0,5$ години й загальний час повзучості встановлювався по досягненню параметром пошкоджуваності ω значення, яке наближене до одиниці: $\omega(t_c) \approx 0,98$. Таким чином, розрахунки виконувались до моменту завершення періоду прихованого руйнування t_c . В ході цього періоду спостерігається суттєвий перерозподіл

внаслідок повзучості еквівалентних напружень в пластині. Так, наприклад, еквівалентне напруження в точці, яка віддалена вздовж осі симетрії від надрізу на відстані $x = 10^{-4}$ м, має найбільше значення при пружному деформуванні $\sigma_e^{\max}(0) = 1257$ МПа, яке зменшується за час повзучості до $\sigma_e(t_c) = 261,2; 95,2; 79,7$ МПа при $A = 0,25; 0,3; 0,5$ відповідно. Рівень максимальних значень еквівалентних напружень при цьому зменшився більш ніж в два рази, й змістився в область, яка віддалена від границь надрізу.

На рисунках надані розрахункові дані розподілення параметра пошкоджуваності ω (рис. 2) й коефіцієнта асиметрії циклу напружень $A_i(x_i, y_i, t)$ (рис. 3) в пластині з плином часу, при $P_a = 200$ МПа ($A = 0,5$).

У зв'язку з симетрією напружено-деформованого стану пластини результати наведені для її чверті: нижня ліва чверть відповідає початковому моменту часу $t = 0$ г; верхня ліва – відповідає повзучості в момент часу $\frac{t_c}{3} = 20$ г; верхня й нижня праві частини – $\frac{2t_c}{3} = 40$ г и $t_c = 59$ г, де t_c – встановлений розрахунками час закінчення періоду прихованого руйнування. Максимальне значення параметра пошкоджуваності в перші години повзучості опиняється в області, яка віддалена від надрізу, а в подальшому точки пластини з суттєвими значеннями пошкоджуваності утворюють область, яка розширюється та наближається к границям надрізу.

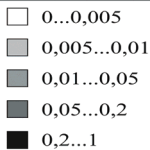
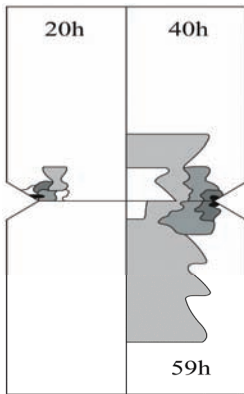


Рисунок 2 – Розподілення параметра пошкоджуваності ω в пластині

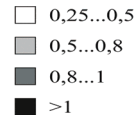
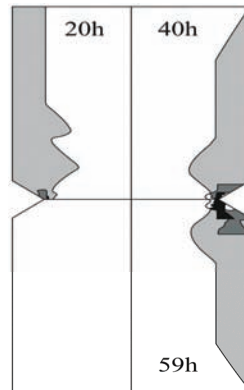


Рисунок 3 – Розподілення коефіцієнта асиметрії циклу напружень $A_i(x_i, y_i, t)$

Розподілення значень коефіцієнта асиметрії циклу напружень точок пластини $A_i(x_i, y_i, t)$, який входить до рівнянь стану (7), суттєво неоднорідне й відображає неоднорідний перерозподіл інтенсивностей напружень внаслідок динамічної повзучості. Причому з плином часу ця неоднорідність стає все більш суттєвою. В початковий момент часу $t=0$ значення A_i для всіх точок пластини приблизно дорівнюють 0,5 (вплив сил інерції на амплітудні значення напружень в даному випадку незначне). При повзучості A_i зростають біля контуру надрізу й в момент закінчення прихованого руйнування $t_c = 59$ г їх значення тут досягають значень, які дорівнюють 4. При віддаленні від контуру, значення A_i знижуються в достатньо великій за розміром області. Значення $A_i > 0,8$ охоплюють зони пластини, які розташовані вздовж неавантажених торців пластини. Разом з тим, в пластині утворюються області, в яких значення A_i зменшуються в процесі повзучості й досягають значень 0,35 – 0,45, що менші ніж первісні значення.

При вивченні дії циклічного навантаження подалі від резонансу було встановлено, що суттєвий вплив на процес накопичення пошкоджень в точках пластин при динамічній повзучості, а отже, й на час прихованого руйнування, чинить значення параметра асиметрії циклу зовнішнього навантаження A . Так, розрахунками встановлено, що при $A = 0,25$ час прихованого руйнування становить $t_c = 109$ годин, при $A = 0,3$ – $t_c = 88,5$ г, при $A = 0,5$ – $t_c = 59$ г. При статичному навантаженні ($A = 0$), як було встановлено раніше, час прихованого руйнування був більшим – $t_c = 191$ година.

Висновки. В наведених прикладах встановлено, що вплив циклічного навантаження на напружено-деформований стан та довготривалу міцність пластин с надрізами навіть при незначних значеннях коефіцієнта асиметрії циклу зовнішнього навантаження досить суттєвий. Накладання навіть незначної за величиною амплітудної складової циклічного навантаження ($A = 0,25$) зменшує час прихованого руйнування майже у два рази. При цьому заміна циклічного навантаження статичним з навантаженням, яке дорівнює максимальному його значенню в циклі, призводить до зниженню значень часу завершення прихованого руйнування. Таким чином, при циклічному навантаженні, навіть при невеликих значеннях амплітудних складових навантаження, потрібно враховувати їх вплив на повзучість, що підвищить адекватність оцінок повзучості й довготривалої міцності.

Список літератури: 1. Морачковский О.К. О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля / О.К. Морачковский // Прикл. мех. – 1992. – Т. 28, № 8. – С. 17-23. 2. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 3. Анищенко Г.О. Влияние циклического нагружения на ползучесть и длительную прочность пластины с отверстиями / Г.О. Анищенко, Д.В. Бреславский, О.К. Морачковский // Доповіді Національної академії наук України. – 1998. – № 8. – С. 59– 64. 4. Анищенко Г.О. Ползучесть и повреждаемость в телах при плоском напряженном состоянии / Г.О. Анищенко, Д.В. Бреславский // Динамика и прочность машин. Респ. межвед. н.-т. сборник. – X.: ХГПУ, 1997. – Вып. 55. – С. 23–32. 5. Walczak J. On the analysis of creep stability and rupture / J. Walczak, J.

УДК 539.3

Повзучість та руйнування пластин з надрізами в умовах циклічного навантаження / Г. О. Аніщенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 58 (1031). – С. 16-23. – Бібліогр.: 6 назв.

Надані результати чисельних досліджень повзучості та руйнування пластин, які послаблені гострими надрізами. Встановлено суттєвий вплив циклічного навантаження на релаксацію напружень, на накопичення пошкоджень й руйнування пластин внаслідок динамічної повзучості.

Ключові слова: надрізи, циклічне навантаження, релаксація напружень, пошкоджуваність, руйнування, динамічна повзучість.

Numerical results on creep and destruction for plates weakened by snips are presented. The essential influence of a high-frequency loading on stress relaxation, damage accumulation, and plate's fracture due to dynamic creep is established.

Keywords: snips, high-frequency loading, stress relaxation, damage, fracture, dynamic creep.

УДК 539.3

Д. В. БРЕСЛАВСКИЙ, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПІ»;
В. А. МЕТЕЛЕВ, студент, НТУ «ХПІ»;
О. К. МОРАЧКОВСКИЙ, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПІ»;
О. А. ТАТАРИНОВА, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»

РАСЧЕТЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И ПОВРЕЖДАЕМОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Статья посвящена расчетам динамической ползучести и повреждаемости элементов конструкций, изготовленных из ортотропных материалов, на основе разработанного авторами метода. Описание закономерностей повреждающихся вследствие ползучести материалов осуществлено на основе тензорных соотношений инкрементальной теории ползучести, использующих тензорный параметр повреждаемости. Эти соотношения с помощью метода многих масштабов и усреднения на периоде изменения нагрузки преобразованы в соотношения динамической ползучести анизотропных материалов, повреждающихся вследствие ползучести. Расчеты для циклически нагруженных плоских тел выполнены методом конечных элементов. Для ползучести пластины с центральным отверстием, изготовленной из титанового сплава, численно получены изменения во времени компонент перемещений и тензорных полей напряжений, деформаций, по значениям параметра повреждаемости дана оценка времени до разрушения.

Ключевые слова: ползучесть, повреждаемость, циклическое нагружение, тензорный параметр повреждаемости, МКЭ, пластина с отверстием, титановый сплав.

© Д. В. Бреславский, В. А. Метелев, О. К. Морачковский, О. А. Татарина, 2013