

Д. М. КРАСІЙ, О. О. ЛАРИН

ФІЗИЧНО-КЕРОВАНА РЕГРЕСІЯ НА ОСНОВІ ГАУСІВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ НАКОПИЧЕННЯ ВТОМНОГО ПОШКОДЖЕННЯ

Здатність точно прогнозувати ймовірність відмови технічних систем є критично важливим завданням інженерії надійності, особливо для компонентів, що піддаються стохастичному циклічному навантаженню. Прогнозування параметрів вичерпання ресурсу суттєво ускладнюється нестаціонарною дисперсією (гетероскедастичністю) процесів втомі та значним дефіцитом даних на пізніх етапах експлуатації. Стандартні підходи, що керуються виключно даними, зокрема класична стаціонарна регресія гаусівських процесів (GPR), зазвичай виявляються неспроможними забезпечити надійну екстраполяцію за межі навчального діапазону. В зонах відсутності даних такі моделі схильні до повернення до нульового апіорного середнього, що грубо порушує фундаментальні фізичні закони накопичення пошкоджень, такі як незворотність процесу деградації та монотонне зростання ентропії. У цьому дослідженні запропоновано методологію фізично-керованої регресії на основі ланцюгових гаусівських процесів (Physics-Guided Chained Gaussian Process Regression, PG-CGPR). Гіпотеза дослідження полягає в тому, що інтеграція фізичних знань безпосередньо в ймовірнісну архітектуру дозволить компенсувати брак емпіричних даних. Методологія базується на зв'язуванні кількох латентних процесів через спільну функцію правдоподібності: один процес моделює середній тренд накопичення пошкоджень, а інший — залежну від вхідних даних дисперсію. Шляхом поєднання жорсткого, заснованого на фізиці параметричного апіорного середнього з гнучкою непараметричною коваріаційною структурою (використовуючи нестаціонарні ядра), модель структурно забезпечує дотримання ключових обмежень: монотонності накопичення пошкоджень, нульової початкової невизначеності та коректного зростання дисперсії з часом. Для верифікації запропонованого підходу проведено серію чисельних експериментів на синтетичних наборах даних, що моделюють кінетику лінійного (модель Пальмгрена-Майнера) та нелінійного (модель Качанова-Работнова) накопичення пошкоджень в умовах обмеженої вибірки. Порівняльний аналіз із базовими моделями підтвердив, що PG-CGPR ефективно усуває проблему помилкового затухання тренду при екстраполяції. Якісно встановлено, що, на відміну від суто даних-орієнтованих підходів, які демонструють нефізичне звуження невизначеності, запропонований метод формує реалістичні довірчі інтервали. Вони коректно відображають фізичну природу розсіяного пошкодження, розширюючись у міру віддалення від навчальних даних, що є необхідною умовою для консервативної та надійної оцінки залишкового ресурсу.

Ключові слова: Ланцюгові гаусівські процеси, фізично-кероване машинне навчання, екстраполяція, втомне пошкодження, гетероскедастичність, модель Пальмгрена-Майнера, модель Качанова-Работнова.

D. KRASII, O. LARIN

PHYSICS-GUIDED GAUSSIAN PROCESS REGRESSION FOR FATIGUE DAMAGE ACCUMULATION

The ability to accurately forecast the failure probability of engineering systems is a critical task in reliability engineering, particularly for components subjected to stochastic cyclic loading. Predicting durability parameters is significantly challenged by the non-stationary variance (heteroscedasticity) of fatigue processes and a substantial scarcity of data during the late stages of service life. Standard data-driven approaches, including classical stationary Gaussian Process Regression (GPR), typically fail to provide reliable extrapolation beyond the training range. In regions lacking data, such models tend to revert to a zero-mean prior, which fundamentally violates physical laws of damage accumulation, such as the irreversibility of the degradation process and the monotonic growth of entropy. This study proposes and substantiates a methodology for Physics-Guided Chained Gaussian Process Regression (PG-CGPR). The research hypothesis posits that integrating physical knowledge directly into the probabilistic architecture can compensate for the lack of empirical data. The methodology is based on coupling multiple latent processes through a shared likelihood function: one process models the mean damage accumulation trend, while the other models the input-dependent variance. By fusing a rigid, physics-based parametric prior mean with a flexible non-parametric covariance structure (utilizing non-stationary kernels), the model structurally enforces compliance with key constraints: monotonicity of damage accumulation, zero initial uncertainty, and the correct growth of variance over time. To verify the proposed approach, a series of numerical experiments was conducted on synthetic datasets simulating the kinetics of linear (Palmgren-Miner model) and non-linear (Kachanov-Rabotnov model) damage accumulation under limited sampling conditions. Comparative analysis with baseline models confirmed that PG-CGPR effectively eliminates the issue of erroneous trend damping during extrapolation. Qualitatively, it was established that, unlike purely data-driven approaches, which exhibit unphysical narrowing of uncertainty, the proposed method produces realistic confidence intervals. These intervals correctly reflect the physical nature of scattered damage, expanding as they move away from the training data, which is a prerequisite for a conservative and reliable assessment of the remaining useful life.

Keywords: Chained Gaussian Processes, Physics-Guided Machine Learning, Extrapolation, Fatigue Damage, Heteroscedasticity, Palmgren-Miner Model, Kachanov-Rabotnov Model.

Список літератури

- Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method. Journal of the American Statistical Association. 1949, vol. 44, pp. 335–341. doi: 10.1080/01621459.1949.10483310.
- Van Ryzen J., ed. *Classification and clustering*. New York, Academic Press, 1977, 467 p. (Rus. ed.: Van Ryzen J., ed. *Klassifikatsiya i klaster*. Moscow, Mir Publ., 1980. 389 p.).
- Hasofer A. M., Lind N. C. An exact and invariant first-order reliability format. Journal of Engineering Mechanics. 1974, vol. 100, no. 1, pp. 111–121.
- Rackwitz R., Flessler B. Structural reliability under combined random load sequences. Computers & Structures. 1978, vol. 9, no. 5, pp. 489–494. doi: 10.1016/0045-7949(78)90046-9.
- Rasmussen C. E., Williams C. K. I. Gaussian Processes for Machine Learning. Cambridge, The MIT Press Publ., 2005. doi: 10.7551/mitpress/3206.001.0001.
- Sacks J., Welch W. J., Mitchell T. J., Wynn H. P. Design and Analysis of Computer Experiments. Statist. Sci. 1989, vol. 4, no. 4. doi: 10.1214/ss/1177012413.
- Kennedy M. C., O'Hagan A. Bayesian Calibration of Computer Models. Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology. 2001, vol. 63, no. 3, pp. 425–464. doi: 10.1111/1467-9868.00294.
- Swiler L., Gulian M., Frankel A., Safta C., Jakeman J. A Survey of Constrained Gaussian Process Regression: Approaches and Implementation Challenges. arXiv. 2020. doi: 10.48550/ARXIV.2006.09319.
- Maatouk H., Bay X. Gaussian process emulators for computer experiments with inequality constraints. arXiv. 2016. doi: 10.48550/ARXIV.1606.01265.
- Chang C., Zeng T. A hybrid data driven-physics constrained Gaussian process regression framework with deep kernel for uncertainty quantification. arXiv. 2022. doi: 10.48550/ARXIV.2205.06494.
- Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G. E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. Journal of Computational Physics. 2019, vol. 378, pp. 686–707. doi: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
- Padilla-Segarra A., Noble P., Roustant O., Savin É. Physics-informed, boundary-constrained Gaussian process regression for the reconstruction of fluid flow fields. arXiv. 2025. doi: 10.48550/ARXIV.2507.17582.
- Agrell C. Gaussian processes with linear operator inequality constraints. arXiv. 2019. doi: 10.48550/ARXIV.1901.03134.
- Saul A. D., Hensman J., Vehtari A., Lawrence N. D. Chained Gaussian Processes (Version 1). arXiv. 2016. Available at: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.1604.05263>.
- Miner M. A. Cumulative Damage in Fatigue. Journal of Applied Mechanics. 1945, vol. 12, no. 3, pp. A159–A164. doi: 10.1115/1.4009458.
- Larin O., Vodka O. A probability approach to the estimation of the process of accumulation of the high-cycle fatigue damage considering the natural aging of a material. International Journal of Damage Mechanics. 2014, vol. 24, no. 2, pp. 294–310. doi: 10.1177/1056789514536067.
- Riihimäki J., Vehtari A. Gaussian processes with monotonicity information. International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. 2010.
- Da Veiga S., Marrel A. Gaussian process modeling with inequality constraints. Annales de la Faculté des sciences de Toulouse : Mathématiques. 2012, vol. 21, no. 3, pp. 529–555. doi: 10.5802/afst.1344.
- Jidling C., Wahlström N., Wills A., Schön T. B. Linearly constrained Gaussian processes. arXiv. 2017. doi: 10.48550/ARXIV.1703.00787.
- López-Lopera A. F., Bachoc F., Durrande N., Roustant O. Finite-dimensional Gaussian approximation with linear inequality constraints. arXiv. 2017. doi: 10.48550/ARXIV.1710.07453.
- Paris P. C., Erdogan F. A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. Journal of Basic Engineering. 1963, vol. 85, pp. 528–533.
- Krasii D., Larin O. Application of Markov Processes Theory for Computational Prediction of Turbine Blade Reliability. Lecture Notes in Networks and Systems. Switzerland, Springer Nature Publ., 2023, pp. 335–345. doi: 10.1007/978-3-031-36201-9_29.
- Goldberg P. W., Williams C. K., Bishop C. M. Regression with Input-dependent Noise: A Gaussian Process Treatment. Neural Information Processing Systems. 1997.
- Kersting K., Plagemann C., Pfaff P., Burgard W. Most likely heteroscedastic Gaussian process regression. Proceedings of the 24th international conference on Machine learning. ACM Publ., 2007, pp. 393–400. doi: 10.1145/1273496.1273546.
- Kim D., Kim D., Ko T., Hwan Lee S. Physics-informed Gaussian process regression model for predicting the fatigue life of welded joints. International Journal of Fatigue. 2024.
- Krasii D., Larin O. ML-surrogate modeling for the estimation of random system performance parameter progress by the Chained Gaussian Process Regression method. 2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). IEEE Publ., 2023, pp. 1–5. doi: 10.1109/khpiweek61412.2023.10312806.
- Perrin G., Da Veiga S. Constrained Gaussian process regression: an adaptive approach for the estimation of hyperparameters and the verification of constraints with high probability. Journal of Machine Learning for Modeling and Computing. 2021, vol. 2, no. 2, pp. 55–76. doi: 10.1615/jmachlearnmodelcomput.2021039837.

References (transliterated)

- Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method. Journal of the American Statistical Association. 1949, vol. 44, pp. 335–341. doi: 10.1080/01621459.1949.10483310.
- Van Ryzen J., ed. *Classification and clustering*. New York, Academic Press, 1977, 467 p. (Rus. ed.: Van Ryzen J., ed. *Klassifikatsiya i klaster*. Moscow, Mir Publ., 1980. 389 p.).
- Hasofer A. M., Lind N. C. An exact and invariant first-order reliability format. Journal of Engineering Mechanics. 1974, vol. 100, no. 1, pp. 111–121.
- Rackwitz R., Flessler B. Structural reliability under combined random load sequences. Computers & Structures. 1978, vol. 9, no. 5, pp. 489–494. doi: 10.1016/0045-7949(78)90046-9.
- Rasmussen C. E., Williams C. K. I. Gaussian Processes for Machine Learning. Cambridge, The MIT Press Publ., 2005. doi: 10.7551/mitpress/3206.001.0001.
- Sacks J., Welch W. J., Mitchell T. J., Wynn H. P. Design and Analysis of Computer Experiments. Statist. Sci. 1989, vol. 4, no. 4. doi: 10.1214/ss/1177012413.
- Kennedy M. C., O'Hagan A. Bayesian Calibration of Computer Models. Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology. 2001, vol. 63, no. 3, pp. 425–464. doi: 10.1111/1467-9868.00294.
- Swiler L., Gulian M., Frankel A., Safta C., Jakeman J. A Survey of Constrained Gaussian Process Regression: Approaches and Implementation Challenges. arXiv. 2020. doi: 10.48550/ARXIV.2006.09319.
- Maatouk H., Bay X. Gaussian process emulators for computer experiments with inequality constraints. arXiv. 2016. doi: 10.48550/ARXIV.1606.01265.
- Chang C., Zeng T. A hybrid data driven-physics constrained Gaussian process regression framework with deep kernel for uncertainty quantification. arXiv. 2022. doi: 10.48550/ARXIV.2205.06494.
- Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G. E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. Journal of Computational Physics. 2019, vol. 378, pp. 686–707. doi: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
- Padilla-Segarra A., Noble P., Roustant O., Savin É. Physics-informed, boundary-constrained Gaussian process regression for the reconstruction of fluid flow fields. arXiv. 2025. doi: 10.48550/ARXIV.2507.17582.
- Agrell C. Gaussian processes with linear operator inequality constraints. arXiv. 2019. doi: 10.48550/ARXIV.1901.03134.
- Saul A. D., Hensman J., Vehtari A., Lawrence N. D. Chained Gaussian Processes (Version 1). arXiv. 2016. Available at: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.1604.05263>.
- Miner M. A. Cumulative Damage in Fatigue. Journal of Applied Mechanics. 1945, vol. 12, no. 3, pp. A159–A164. doi: 10.1115/1.4009458.
- Larin O., Vodka O. A probability approach to the estimation of the process of accumulation of the high-cycle fatigue damage considering the natural aging of a material. International Journal of Damage

- Mechanics. 2014, vol. 24, no. 2, pp. 294–310. doi: 10.1177/1056789514536067.
17. Riihimäki J., Vehtari A. Gaussian processes with monotonicity information. International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. 2010.
18. Da Veiga S., Marrel A. Gaussian process modeling with inequality constraints. Annales de la Faculté des sciences de Toulouse : Mathématiques. 2012, vol. 21, no. 3, pp. 529–555. doi: 10.5802/afst.1344.
19. Jidling C., Wahlström N., Wills A., Schön T. B. Linearly constrained Gaussian processes. arXiv. 2017. doi: 10.48550/ARXIV.1703.00787.
20. López-Lopera A. F., Bachoc F., Durrande N., Roustant O. Finite-dimensional Gaussian approximation with linear inequality constraints. arXiv. 2017. doi: 10.48550/ARXIV.1710.07453.
21. Paris P. C., Erdogan F. A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. Journal of Basic Engineering. 1963, vol. 85, pp. 528–533.
22. Krasii D., Larin O. Application of Markov Processes Theory for Computational Prediction of Turbine Blade Reliability. Lecture Notes in Networks and Systems. Switzerland, Springer Nature Publ., 2023, pp. 335–345. doi: 10.1007/978-3-031-36201-9_29.
23. Goldberg P. W., Williams C. K., Bishop C. M. Regression with Input-dependent Noise: A Gaussian Process Treatment. Neural Information Processing Systems. 1997.
24. Kersting K., Plagemann C., Pfaff P., Burgard W. Most likely heteroscedastic Gaussian process regression. Proceedings of the 24th international conference on Machine learning. ACM Publ., 2007, pp. 393–400. doi: 10.1145/1273496.1273546.
25. Kim D., Kim D., Ko T., Hwan Lee S. Physics-informed Gaussian process regression model for predicting the fatigue life of welded joints. International Journal of Fatigue. 2024.
26. Krasii D., Larin O. ML-surrogate modeling for the estimation of random system performance parameter progress by the Chained Gaussian Process Regression method. 2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek). IEEE Publ., 2023, pp. 1–5. doi: 10.1109/khpiweek61412.2023.10312806.
27. Perrin G., Da Veiga S. Constrained Gaussian process regression: an adaptive approach for the estimation of hyperparameters and the verification of constraints with high probability. Journal of Machine Learning for Modeling and Computing. 2021, vol. 2, no. 2, pp. 55–76. doi: 10.1615/jmachlearnmodelcomput.2021039837.

Надійшла (received) 06.12.2025

About the Authors / Відомості про авторів

Красій Данило Максимович (Danylo Krasii) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії; м. Харків, Україна; тел.: (093)493-10-29; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1599-2295>; e-mail: Danylo.Krasii@infiz.khpi.edu.ua

Ларін Олексій Олександрович (Oleksiy Larin) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», директор навчально наукового інституту комп'ютерного моделювання, прикладної фізики та математики; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-68-79; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5721-4400>; e-mail: oleksiy.larin@khpi.edu.ua