

Ю. А. ПЛАКСІЙ

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ВІДМОВИ СЕНСОРА І ВИЗНАЧЕННЯ ОРІЄНТАЦІЇ В МІНІМАЛЬНО НАДЛИШКОВИХ КОНФІГУРАЦІЯХ ДАТЧИКІВ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ В БІНС

Стаття присвячена проблемі підвищення відмовостійкості блоку інерціальних датчиків в безплатформених системах орієнтування. Розв'язання проблеми засновано на використанні надлишкової кількості датчиків з незалежними напрямками осей чутливості. Розглянуто три мінімально надлишкові конфігурації розташування осей чутливості сенсорів: «3 ортогональні +1», «конус-4» та «конус-3 з віссю». Наведені геометричні схеми і представлені необхідні співвідношення між ортами осей чутливості датчиків і ортами зв'язаної (приладової) системи координат для формування матриці вимірювань. В умовах, коли всі датчики функціонують в штатному режимі, отримані формули перерахунку куткових квазікоординат повного складу сенсорів до зв'язаної системи координат. У випадку, коли ідентифіковано несправність сенсора, наведені формули приведення значень куткових квазікоординат з триад сенсорів до зв'язаних осей з метою подальшого використання в алгоритмі орієнтації. В якості еталонного вектора для ідентифікації відмови датчика і виключення його інформації з матриці вимірювань запропоновано використовувати фіктивний вектор позірного повороту, сформований з куткових квазікоординат датчиків. Для цього проводиться експоненціальна апроксимація модуля вектору позірного повороту на обмеженому інтервалі знімання інерціальної інформації з датчиків і формується дискретна модель модуля вектору позірного повороту в залежності від значень цього модуля на попередніх чотирьох тактах знімання інерціальної інформації. Подальше використання отриманої дискретної моделі в якості екстраполяційної дозволяє отримати оцінку модуля вектору позірного повороту для поточного такту. В результаті порівняння значень величин модуля вектору позірного повороту, обчислених для триад сенсорів з результатом екстраполяції можна визначити несправний датчик. Чисельна реалізація запропонованого підходу до виявлення несправності в системі датчиків і ідентифікації несправного датчика на формальній кінематичній моделі кінцевого куткового руху твердого тіла в умовах квантування куткових квазікоординат показала працездатність запропонованого підходу.

Ключові слова: БІНС, мінімально надлишкова конфігурація сенсорів, ідентифікація відмови сенсора, кутові квазікоординати, вектор позірного повороту, експоненціальна апроксимація, кінематична модель, кінцевий рух, чисельно-аналітичне моделювання, кватерніон орієнтації

Yu. PLAKSIY

SENSOR FAULT IDENTIFICATION AND ORIENTATION DETERMINATION IN MINIMALLY REDUNDANT ANGULAR RATE SENSOR CONFIGURATIONS IN SINS

The paper addresses the problem of improving the fault tolerance of the inertial sensor block in strapdown attitude systems. The proposed solution is based on the use of a redundant number of sensors with independent sensitivity-axis orientations. Three minimally redundant configurations of sensor sensitivity axes are considered: "3 orthogonal + 1", "cone-4", and "cone-3 with axis". Geometric schemes are presented, along with the necessary relationships between the unit vectors of sensor sensitivity axes and those of the body-fixed (instrument) coordinate system for forming the measurement matrix. Under normal operation of all sensors, formulas are derived for transforming the angular quasi-coordinates of the complete sensor set into the body-fixed coordinate frame. In the case when a faulty sensor is identified, transformation equations are given for converting the angular quasi-coordinates obtained from sensor triads into the body-fixed axes for subsequent use in the attitude determination algorithm. As a reference vector for fault identification and exclusion of the faulty sensor's data from the measurement matrix, a fictitious apparent rotation vector, formed from the sensors' angular quasi-coordinates, is proposed. An exponential approximation of the apparent rotation vector modulus is performed over a limited interval of inertial data sampling, and a discrete model of this modulus is constructed based on its values over the previous four sampling intervals. Subsequent use of this discrete model as an extrapolation function allows estimation of the apparent rotation vector modulus for the current sampling step. By comparing the modulus of the apparent rotation vector computed from various sensor triads with the extrapolated value, the faulty sensor can be identified. Numerical implementation of the proposed fault detection and sensor identification method, using a formal kinematic model of rigid-body conical motion under angular quasi-coordinate quantization, has demonstrated the feasibility and effectiveness of the proposed approach.

Keywords: SINS, minimally redundant sensor configuration, sensor failure identification, angular quasi-coordinates, apparent rotation vector, exponential approximation, kinematic model, conical motion, numerical-analytical modeling, orientation quaternion

Проблема, що розглядається, та аналіз її стану.

Розглядається задача підвищення відмовостійкості систем безплатформеної орієнтації і визначення орієнтації в умовах відмов чутливих датчиків. Існуючий підхід до розв'язання цієї задачі заснований на використанні в інерціальному блоці надлишкової кількості датчиків кутової швидкості (більше трьох). Це здійснюється або на основі дублювання датчиків з однаковими напрямками осей чутливості або на основі

використання надлишкової кількості сенсорів, осі чутливості яких розташовані вздовж незалежних напрямків. У випадку незалежних напрямків осей чутливості сенсорів можуть розташовуватися по конусу, конусу з віссю або бути ортогональними непаралельним граням правильних багатогранників в тривимірному просторі. Варіанти схем надлишкових конфігурацій сенсорів розглянуті в роботах [1-4]. Важливим питанням є оптимізація орієнтації осей

© Ю. А. Плаксіє 2025



Дослідницька стаття: Цю статтю опубліковано видавництвом НТУ «ХПІ» у збірнику «Вісник Національного технічного університету «ХПІ» Серія: Динаміка та міцність машин». Ця стаття поширюється за міжнародною ліцензією [Creative Commons Attribution \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/). **Конфлікт інтересів:** Автор/и заявив/или про відсутність конфлікту.



чутливості сенсорів для заданої кількості сенсорів в надлишковій конфігурації, коли відсутні відмови. При цьому критерії оптимізації зазвичай пов'язані з коваріаційною матрицею P оцінки вектору, який вимірюється:

$$P = \sigma^2(H^T H)^{-1}, \quad (1)$$

де H - матриця спостережень, σ^2 - дисперсія шумів сенсорів. Питанням оптимізації конфігурацій осей чутливості інерціальних датчиків в надлишкових системах присвячені роботи [5-8].

Метою задачі ідентифікації відмови сенсора і визначення несправного датчика є виключення аномальних вимірів несправного датчика з наступної обробки в алгоритмах орієнтації. Аномальні виміри сенсора можуть бути «грубими» («обрив» або «вихід в насичення») та «малими» [9], коли спостерігається перехід в стабільний аномальний стан із зниженням або збільшенням рівня вихідного сигналу датчика, які виявити найскладніше. Питання діагностики несправностей і підвищення надійності БНС розглядаються в роботах [10-13]. Попередні дослідження показують, що комбінації з чотирьох або більше датчиків забезпечують виявлення відмови в системі датчиків, а п'ять і більше датчиків дозволяють додатково ізолювати цю несправність до певного датчика. В останньому випадку задача розв'язується на основі використання фільтрації Калмана [14-18].

Серед надлишкових інерціальних блоків вимірювачів окремий інтерес представляють мінімально надлишкові конфігурації сенсорів, які складаються з чотирьох сенсорів. Мінімально надлишкові конфігурації сенсорів є найпростішими в налаштуванні і алгоритмізації, також вони відповідають критерію мінімальної вартості. Алгоритмічна діагностика чотирьох сенсорів дає можливість встановити факт відмови одного сенсора, але не дозволяє в загальному випадку ідентифікувати датчик, який відмовив, без залучення інформації інших вимірювальних приладів, наприклад, астродатчиків. Мінімально надлишкові конфігурації сенсорів і питання оптимізації розташування їх осей чутливості розглянуті в [19].

В даній роботі розглядаються три конфігурації мінімально надлишкових схем розташування осей чутливості сенсорів і розв'язується задача ідентифікації відмови сенсора і виявлення сенсора, що відмовив, на основі нового підходу, заснованого на побудованні апроксимаційної моделі для модуля вектору позірного повороту.

Постановка задачі. Розглянемо випадок, коли на виході інерціального датчика формуються квантовані за рівнем кутові *квазікоординати*, пропорційні інтегралу від проекції вектора кутової швидкості твердого тіла на вісь чутливості сенсора

$$\theta_{e_i,n}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+h} (\vec{\omega}(t) \cdot \vec{e}_i) dt, \quad i = 1,2,3,4, \quad (2)$$

де $\vec{\omega}(t)$ - вектор кутової швидкості твердого тіла, \vec{e}_i - орти осей чутливості датчиків (рис. 1).

На рис.1 також позначені: $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$ - орти осей зв'язаної (приладової) системи координат, червоною стрілкою - орти напрямків осей чутливості сенсорів G_1, G_2, G_3, G_4 .

В загальному випадку мінімально надлишкову конфігурацію сенсорів можна поділити на чотири незалежні *триади* сенсорів, напрямки осей чутливості яких є неколінеарними. Зв'язок ортів осей чутливості сенсорів і ортів осей зв'язаної системи координат задається формулою

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \\ \vec{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \\ h_{41} & h_{42} & h_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{l}_1 \\ \vec{l}_2 \\ \vec{l}_3 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де h_{ij} - елементи матриці H :

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \\ h_{41} & h_{42} & h_{34} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

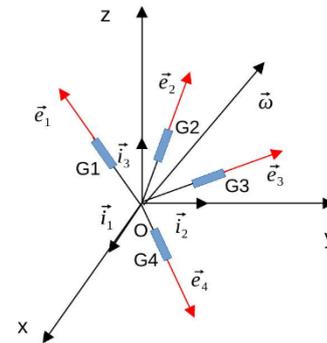


Рис. 1 – Загальний випадок взаємного розташування зв'язаних осей об'єкта і осей чутливості сенсорів

Для використання інформації з сенсорів про кутовий рух твердого тіла в алгоритмах орієнтації при відсутності відмови необхідно привести кутові квазікоординати (2) до зв'язаних осей:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_1,n}^* \\ \theta_{e_2,n}^* \\ \theta_{e_3,n}^* \\ \theta_{e_4,n}^* \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де

$$\theta_{i,n}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+h} \omega_i(t) dt, \quad i = 1,2,3, \quad (6)$$

$\theta_{i,n}^*$ - приведені до зв'язаних осей кутові квазікоординати, b_{ij} - елементи матриці B розміром 4×3 , яка обчислюється за формулою

$$B = (H^T H)^{-1} H^T, \quad (7)$$

де H - матриця напрямних косинусів осей чутливості сенсорів.

Введемо в розгляд *фіктивний* вектор позірного повороту $\vec{\theta}_n^*$, який сформуємо з приведених до зв'язаних осей кутових квазікоординат (6) на такті $[t_{n-1}, t_n]$, ($t_n = t_{n-1} + h$):

$$\vec{\theta}_n^* = (\theta_{1n}^*, \theta_{2n}^*, \theta_{3n}^*). \quad (8)$$

Зауважимо, що введений вектор позірного повороту $\vec{\theta}_n^*$ не є звичайним вектором, і на нього не розповсюджуються правила векторної алгебри.

Задача полягає в тому, щоб на основі побудованої дискретної апроксимаційної моделі для модуля вектору позірного повороту, отриманої на основі інформації про приведені кутові квазікоординати (6) з попередніх тактів знімання інформації (2), отримати наближення для модуля вектору позірного повороту на поточному такті і застосувати його для ідентифікації відмови в системі сенсорів і визначення сенсора, який відмовив. Розв'язок задачі розглянемо для трьох мінімально надлишкових конфігурацій сенсорів.

Мінімально надлишкова конфігурація осей чутливості датчиків «3 ортогональні+1» (рис.2).

Осі чутливості сенсорів G_1, G_2, G_3 розташовані вздовж зв'язаних осей, а вісь чутливості датчика G_4 направлена під однаковим кутом α до зв'язаних осей. Легко отримати, що

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \alpha = 54.7356^\circ. \quad (9)$$

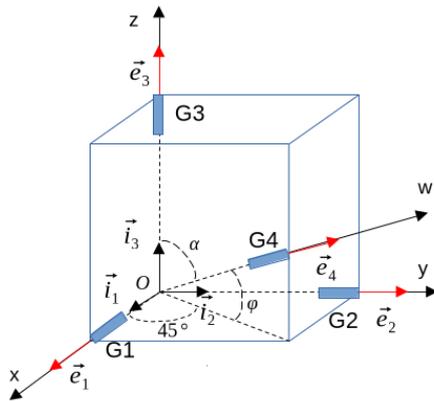


Рис. 2 – Конфігурація сенсорів «3 ортогональні+1»

Зв'язок між ортами $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$ осей чутливості сенсорів і ортами $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3$ зв'язаної системи координат надається формулами:

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 \cdot \vec{i}_1 &= 1, \quad \vec{e}_2 \cdot \vec{i}_2 = 1, \quad \vec{e}_3 \cdot \vec{i}_3 = 1, \quad \vec{e}_4 \cdot \vec{i}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \\ \vec{e}_4 \cdot \vec{i}_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \vec{e}_4 \cdot \vec{i}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \quad (10)$$

В матричній формі запису маємо:

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \\ \vec{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_1 \\ \vec{i}_2 \\ \vec{i}_3 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

За цих умов матриця приведення інерціальної інформації (1) до зв'язаних осей буде мати вигляд

$$B = (H^T H)^{-1} H^T = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{\sqrt{3}}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{\sqrt{3}}{6} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{5}{6} & \frac{\sqrt{3}}{6} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

Якщо відмову датчика не ідентифіковано, то на вхід до алгоритму орієнтації надходять кутові квазікоординати (3), які обраховані за інформацією з усіх чотирьох датчиків:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{\sqrt{3}}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{\sqrt{3}}{6} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{5}{6} & \frac{\sqrt{3}}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (13)$$

У випадку, коли відмова датчика зафіксована, тільки одна тріада датчиків залишається робочою. Інформація з несправного датчика має бути заблокованою, і до зв'язаних осей приводяться кутові квазікоординати тільки з датчиків робочої тріади. Позначимо тріади датчиків, через T_1, T_2, T_3, T_4 . Розглянемо послідовно всі тріади датчиків.

Тріада T_1 (сенсори G_1, G_2, G_3).

Приведення кутових квазікоординат з датчиків до зв'язаних осей відбувається за формулою

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Тріада T_2 (сенсори G_1, G_2, G_4).

В цьому випадку отримаємо, що

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix} \quad (15)$$

Тріада T_3 (сенсори G_1, G_3, G_4).

Приведені до зв'язаних осей кутові квазікоординати обчислюються за формулою:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & \sqrt{3} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Тріада T_4 (сенсори G_2, G_3, G_4).

Для цього випадку маємо:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & \sqrt{3} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Мінімально надлишкова конфігурація осей чутливості датчиків «конус-4». Осі чутливості сенсорів G_1, G_2, G_3, G_4 розташовані рівномірно по конусу під однаковим кутом α до осі конусу (вісь z) і лежать у взаємоортогональних площинах на діагоналях куба, в центрі якого знаходиться початок зв'язаної системи координат (рис.3). Взаємне розташування осей чутливості датчиків і осей зв'язаної системи координат в проєкціях на площину Oxy представлено на рис.4.

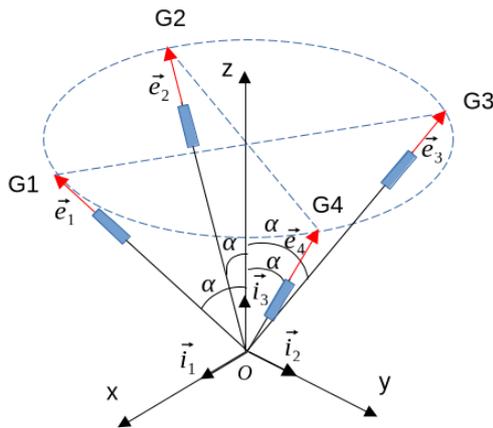


Рис. 3 – Конфігурація сенсорів «конус-4»

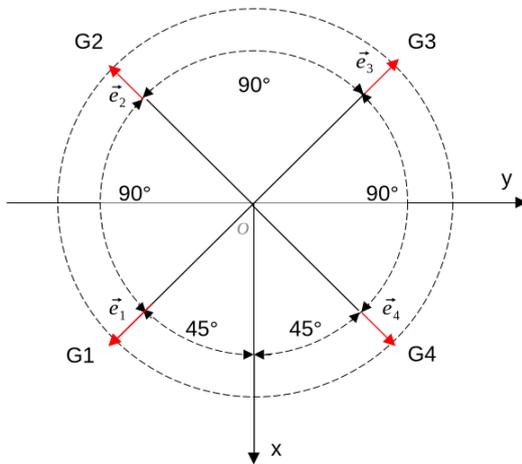


Рис. 4 – Розташування чутливих осей датчиків в конфігурації «конус-4». Проекція на площину Oxy .

Для цієї конфігурації отримаємо, що

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \alpha = 35.2644^\circ. \quad (18)$$

Мають місце наступні співвідношення для ортів зв'язаних осей твердого тіла і осей чутливості сенсорів:

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{l}_1 = \vec{e}_1 \cdot \vec{l}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \vec{e}_1 \cdot \vec{l}_2 = \frac{-1}{\sqrt{3}},$$

$$\vec{e}_2 \cdot \vec{l}_1 = \vec{e}_2 \cdot \vec{l}_2 = \frac{-1}{\sqrt{3}}, \vec{e}_2 \cdot \vec{l}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\vec{e}_3 \cdot \vec{l}_1 = \frac{-1}{\sqrt{3}}, \vec{e}_3 \cdot \vec{l}_2 = \vec{e}_3 \cdot \vec{l}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\vec{e}_4 \cdot \vec{l}_1 = \vec{e}_4 \cdot \vec{l}_2 = \vec{e}_4 \cdot \vec{l}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad (19)$$

тобто:

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \\ \vec{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{l}_1 \\ \vec{l}_2 \\ \vec{l}_3 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Матриця зв'язку між кутовими квазікоординатами (2) і кутовими квазікоординатами (6):

$$B = (H^T H)^{-1} H^T = \begin{bmatrix} \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

В умовах відсутності відмови перерахунок кутових квазікоординат (2) до зв'язаних осей відбувається за формулою

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{-\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Триада T_1 (сенсори G_1, G_2, G_3).

Приведення кутових квазікоординат з триади датчиків T_1 до зв'язаних осей відбувається за формулою

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Триада T_2 (сенсори G_1, G_2, G_4).

Для цього випадку будемо мати:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Триада T_3 (сенсори G_1, G_3, G_4).

Кутові квазікоординати з сенсорів приводяться до зв'язаних осей за формулою:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Триада T_4 (сенсори G_2, G_3, G_4).

Для цього випадку формула приведення кутових квазікоординат до зв'язаних осей має вигляд:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Мінімально надлишкова конфігурація осей чутливості датчиків «конус-3 з віссю». Осі чутливості сенсорів G_1, G_2, G_3, G_4 розташовані ортогонально граням правильного тетраедра, в центрі основи якого знаходиться початок зв'язаної системи координат (рис.5). Орти осей чутливості сенсорів G_1, G_2, G_3 утворюють з віссю z однаковий кут α . Взаємне розташування осей чутливості датчиків і осей зв'язаної системи координат в проєкціях на площину Oxy представлено на рис.6. Можна показати, що:

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}, \alpha = 70.5288^\circ. \quad (27)$$

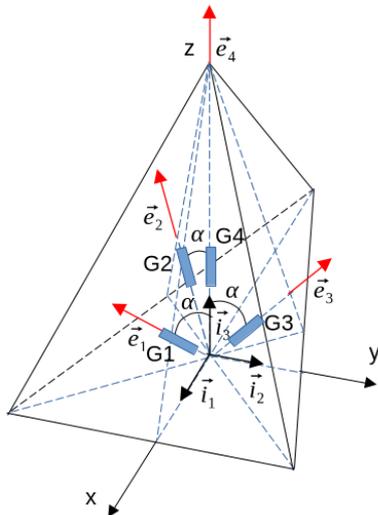


Рисунок 5 - Конфігурація сенсорів «конус-3 з віссю»

Маємо для ортів співвідношення:

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 \cdot \vec{l}_1 &= \frac{4}{3\sqrt{2}}, \quad \vec{e}_1 \cdot \vec{l}_2 = 0, \quad \vec{e}_1 \cdot \vec{l}_3 = \frac{1}{3}, \quad \vec{e}_2 \cdot \vec{l}_1 = \frac{-\sqrt{2}}{3}, \\ \vec{e}_2 \cdot \vec{l}_2 &= \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \quad \vec{e}_2 \cdot \vec{l}_3 = \frac{1}{3}, \quad \vec{e}_3 \cdot \vec{l}_1 = \frac{-\sqrt{2}}{3}, \quad \vec{e}_3 \cdot \vec{l}_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \quad \vec{e}_3 \cdot \vec{l}_3 = \frac{1}{3}, \\ \vec{e}_4 \cdot \vec{l}_1 &= \frac{1}{3}, \quad \vec{e}_4 \cdot \vec{l}_2 = 0, \quad \vec{e}_4 \cdot \vec{l}_3 = 1. \end{aligned} \quad (28)$$

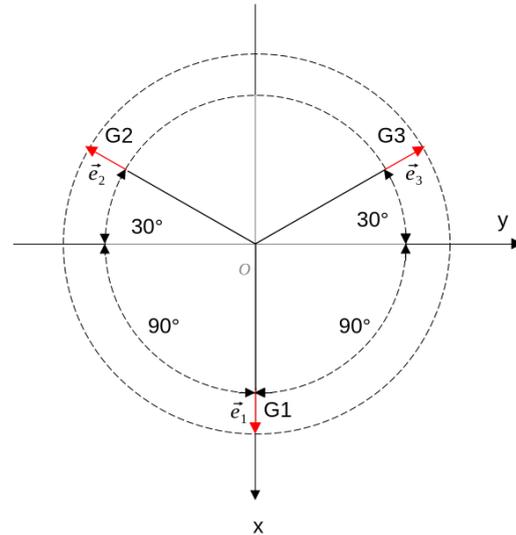


Рис. 6 – Розташування чутливих осей сенсорів в конфігурації «конус-3 з віссю». Проєкція на площину Oxy .

В матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \\ \vec{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{\sqrt{2}}{3} & -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & \frac{1}{3} \\ -\frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{l}_1 \\ \vec{l}_2 \\ \vec{l}_3 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

В умовах відсутності відмови орієнтація визначається на основі приведених кутових квазікоординат з усіх чотирьох датчиків:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{2\sqrt{2}} & \frac{-1}{2\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Триада T_1 (сенсори G_1, G_2, G_3).

Приведення кутових квазікоординат з цієї триади датчиків до зв'язаних осей обчислюється за формулою

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{2\sqrt{2}} & \frac{-1}{2\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{-\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Триада T_2 (сенсори G_1, G_2, G_4).

Для приведення кутових квазікоординат до зв'язаних осей маємо формулу:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{4} & 0 & \frac{-\sqrt{2}}{4} \\ -\sqrt{6} & -\sqrt{6} & \sqrt{6} \\ 4 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Триада T_3 (сенсори G_1, G_3, G_4).

Приведення кутових квазікоординат до зв'язаних осей відбувається за формулою:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{4} & 0 & \frac{-\sqrt{2}}{4} \\ \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{2} & \frac{-\sqrt{6}}{4} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{1,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Триада T_4 (сенсори G_2, G_3, G_4).

Для приведення кутових квазікоординат з датчиків до зв'язаних осей застосовується формула

$$\begin{bmatrix} \theta_{1n}^* \\ \theta_{2n}^* \\ \theta_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-3\sqrt{2}}{4} & \frac{-3\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{-\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{e_{2,n}}^* \\ \theta_{e_{3,n}}^* \\ \theta_{e_{4,n}}^* \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Ідентифікація відмови сенсора і визначення сенсора, який відмовив. Для ідентифікації відмови датчика необхідно провести послідовні обчислення модуля вектору позірного повороту для всіх триад сенсорів і порівняти результати обчислень з деяким еталонним значенням. Процес ідентифікації відбувається згідно таблиці 1.

Таблиця 1 – ідентифікація відмови датчика на основі обчислень θ_n^* за інформацією триад сенсорів

Триада T_1 (1,2,3)	Триада T_2 (1,2,4)	Триада T_3 (1,3,4)	Триада T_4 (2,3,4)	Дефектний датчик
↓	↓	↓	↑	G_1
↓	↓	↑	↓	G_2
↓	↑	↓	↓	G_3
↑	↓	↓	↓	G_4

В таблиці 1 позначено:

↑ - триада датчиків працює в штатному режимі,

↓ - триада містить дефектний датчик.

Для отримання еталонного значення модуля вектору позірного повороту застосовуємо дискретну модель, засновану на середньоквадратичній експоненціальній апроксимації.

Дискретна модель модуля вектора позірного повороту. Модель екстраполяції. Припустимо, що модуль вектору позірного повороту $\theta^*(t) \neq const$ (тривіальний випадок) і є неперервною величиною. В цих умовах наблизимо його на інтервалі $[t_{n-4}, t_n]$ квазімногочленом (многочленом від експонент) другого порядку:

$$\theta^*(t) = c_1 \exp(\eta_1 t) + c_2 \exp(\eta_2 t), \quad t \in [t_{n-4}, t_n]. \quad (35)$$

Введемо позначення:

$$u_i = \exp(\eta_i h), \quad i = 1, 2, \quad (36)$$

де h - такт формування квазікоординат (2) на виході датчиків. Не зменшуючи спільності, покладемо $t_{n-4} = 0$. Тоді дискретизація формули (35) для моментів часу $t_{n-3} = h, t_{n-2} = 2h, t_{n-1} = 3h$ дає:

$$\begin{aligned} \theta_{n-4}^* &= c_1 + c_2, & \theta_{n-3}^* &= c_1 u_1 + c_2 u_2, \\ \theta_{n-2}^* &= c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2, & \theta_{n-1}^* &= c_1 u_1^3 + c_2 u_2^3, \end{aligned} \quad (37)$$

де позначено $\theta_{n-k}^* = \theta^*(t_{n-k})$.

В умовах найкращого середньоквадратичного наближення для $\theta^*(t)$, на основі застосування методу найменших квадратів отримаємо систему нормальних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів квазімногочлена (35) у вигляді:

$$\begin{cases} c_1(1 + u_1^2 + u_1^4) + c_2(1 + u_1 u_2 + u_1^2 u_2^2) = \theta_{n-4}^* + \theta_{n-3}^* u_1 + \theta_{n-2}^* u_1^2, \\ c_1(1 + u_2 u_1 + u_2^2 u_1^2) + c_2(1 + u_2^2 + u_2^4) = \theta_{n-3}^* + \theta_{n-2}^* u_2 + \theta_{n-1}^* u_2^2, \end{cases} \quad (38)$$

в якій величини u_1 і u_2 також є невідомими. Для знаходження u_1 і u_2 застосовуємо наступний прийом.

Припустимо, що u_1, u_2 є коренями деякого квадратного рівняння:

$$u^2 + z_2 u + z_1 = 0. \quad (39)$$

Для кожного кореня u_1, u_2 рівняння (39) перетворюється на тотожність:

$$\begin{cases} u_1^2 + z_2 u_1 + z_1 = 0 \\ u_2^2 + z_2 u_2 + z_1 = 0 \end{cases} \quad (40)$$

Домножимо перше рівняння (40) на c_1 і додамо до другого рівняння, помноженого на c_2 . Отримаємо після групування членів, які містять z_1 і z_2 , рівність

$$z_1(c_1 + c_2) + z_2(c_1 u_1 + c_2 u_2) + (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2) = 0. \quad (41)$$

Далі домножимо друге рівняння (40) на $c_1 u_1$ і додамо його до другого рівняння, помноженого на $c_2 u_2$. Після групування отримаємо друге рівняння відносно z_1 і z_2 :

$$\begin{aligned} z_1(c_1 u_1 + c_2 u_2) + z_2(c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2) + \\ + (c_1 u_1^3 + c_2 u_2^3) = 0. \end{aligned} \quad (42)$$

З урахуванням формул (37) в результаті маємо систему двох лінійних рівнянь відносно невідомих z_1, z_2 :

$$\begin{cases} \theta_{n-3}^* z_1 + \theta_{n-2}^* z_2 + \theta_{n-1}^* = 0 \\ \theta_{n-4}^* z_1 + \theta_{n-3}^* z_2 + \theta_{n-2}^* = 0 \end{cases} \quad (43)$$

Зауважимо, що при визначених значеннях z_1, z_2 формули (40) представляють собою дискретну регресійну модель модуля вектору позірного повороту на інтервалі $[t_{n-4}, t_{n-1}]$ у вигляді:

$$\theta_{n-k}^* = -\theta_{n-k-2}^* z_1 - \theta_{n-k-1}^* z_2, \quad k = 1, 2. \quad (44)$$

Кожне рівняння (44) дає зв'язок між значеннями величин модуля вектору позірного повороту, обчисленими на трьох послідовних тактах. Отриману модель (44) можна застосувати як екстраполяційну для оцінювання модуля вектору позірного повороту на такті $[t_{n-1}, t_n]$, поклавши $k = 0$. Тоді отримаємо наступну оцінку:

$$\theta_n^{**} = -\theta_{n-2}^* z_1 - \theta_{n-1}^* z_2. \quad (45)$$

Отримане значення θ_n^{**} з формули (45) в подальшому використовується в якості модельного значення модуля вектора позірного повороту і покладається в основу

ідентифікації відмови сенсора і визначення робочої тріади датчиків на такті $[t_{n-1}, t_n]$.

На рис.7 представлена блок-схема ідентифікації відмови датчика і визначення робочої тріади сенсорів із застосуванням дискретної регресійної моделі модуля вектору позірного повороту. За кутовими квазікоординатами тріад сенсорів обчислюються приведені до зв'язаних осей кутові квазікоординати і модуль вектора позірного повороту θ_n^* . Обчислене значення θ_n^* надходить до Блоку ідентифікації відмови сенсору і визначення робочої тріади, куди також надходить значення θ_n^{**} , яке обраховується в результаті екстраполяції із застосуванням дискретної моделі. В результаті робиться висновок про працездатність всіх датчиків або наявність відмови. В останньому випадку визначається робоча тріада сенсорів.

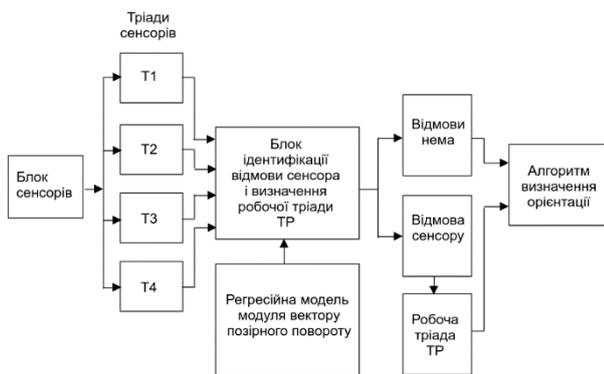


Рис. 7 – Блок-схема ідентифікації відмови датчика і визначення робочої тріади сенсорів

Для чисельного моделювання кутового руху твердого тіла і отримання значень квазікоординат (1) застосуємо формальну аналітичну кінематичну модель кінцевого руху твердого тіла, представлену в [20].

Формальна параметрична кінематична модель кінцевого руху твердого тіла. Компоненти кватерніону орієнтації цієї моделі представляються у вигляді:

$$\begin{aligned}\lambda_0(t) &= \mu \cos\left(\frac{k_2 t}{2}\right) \cos\left(\frac{k_3 t}{2}\right) + \nu \sin\left(\frac{k_2 t}{2}\right) \sin\left(\frac{k_3 t}{2}\right), \\ \lambda_1(t) &= \mu \cos\left(\frac{k_2 t}{2}\right) \sin\left(\frac{k_3 t}{2}\right) - \nu \sin\left(\frac{k_2 t}{2}\right) \cos\left(\frac{k_3 t}{2}\right), \\ \lambda_2(t) &= \mu \sin\left(\frac{k_2 t}{2}\right) \cos\left(\frac{k_3 t}{2}\right) + \nu \cos\left(\frac{k_2 t}{2}\right) \sin\left(\frac{k_3 t}{2}\right), \\ \lambda_3(t) &= \nu \cos\left(\frac{k_2 t}{2}\right) \cos\left(\frac{k_3 t}{2}\right) - \mu \sin\left(\frac{k_2 t}{2}\right) \sin\left(\frac{k_3 t}{2}\right),\end{aligned}\quad (46)$$

де нормування кватерніона (46) забезпечується умовою $\mu^2 + \nu^2 = 1$ для параметрів μ і ν . Вектор кутової швидкості, який відповідає кватерніону орієнтації (46), знаходиться аналітично з оберненого кінематичного рівняння в умовах $\|A(t)\| = 1$:

$$\vec{\omega}(t) = (k_3, k_2 \cos(k_3 t), -k_2 \sin(k_3 t)). \quad (47)$$

Приведені до зв'язаних осей кутові квазікоординати (6) можна обчислити за формулами:

$$\theta_{1,n}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+h} \omega_1(t) dt = k_3 h,$$

$$\theta_{2,n}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+h} \omega_2(t) dt = \frac{k_2}{k_3} \sin(k_3 h) \cos\left(k_3 \left(t_{n-1} + \frac{h}{2}\right)\right),$$

$$\theta_{3,n}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+h} \omega_3(t) dt = \frac{-k_2}{k_3} \sin(k_3 h) \sin\left(k_3 \left(t_{n-1} + \frac{h}{2}\right)\right). \quad (48)$$

Результати чисельного моделювання кутового руху. Проведено програмно-чисельну реалізацію еталонної моделі кутового руху (46) - (49) для $k_2 = 0.24$, $k_3 = 0.16$ при значеннях параметрів $\mu = -0.6$, $\nu = 0.8$. Такт формування кутових квазікоординат (1) $h = 0.1$ с з квантуванням за рівнем $\varepsilon = 0.4848E - 06$ рад. «М'яка» відмова сенсора G_2 моделювалась на 10 секунд, при чому значення $\theta_{e,n}^*$ було на 20% менше, ніж модельне.

За результатами обчислень модельне значення модуля вектору позірного повороту, обчислене на інтервалі $[t_{n-1}, t_n]$, де $t_n = 10$ с: $\theta_n^* = 0.0097754720$ рад.

Прогнозоване значення, обчислене за екстраполяційною формулою (45): $\theta_n^{**} = 0.0097754357$ рад.

В Таблицях 2-4 представлені результати обчислень модуля вектору позірного повороту для тріад сенсорів у випадку мінімально надлишкових конфігурацій осей чутливості сенсорів «3 ортогональні +1», «конус-4» та «конус-3 з віссю».

Таблиця 2 – Результати обчислень θ_n^* для конфігурації осей чутливості сенсорів «3 ортогональні +1»

Тріада сенсорів T_k	Обчислене значення $\theta_n^{(k)}$, рад	Різниця $\theta_n^{**} - \theta_n^{(k)}$, рад
T_1 (1,2,3)	0.0087201327	0.0010553030
T_2 (1,2,4)	0.0081423139	0.0016331218
T_3 (1,3,4)	0.0097755139	-0.0000000782
T_4 (2,3,4)	0.0081423139	0.0016331218

Таблиця 3 – Результати обчислень θ_n^* для конфігурації осей чутливості сенсорів «конус-4»

Тріада сенсорів T_k	Обчислене значення $\theta_n^{(k)}$, рад	Різниця $\theta_n^{**} - \theta_n^{(k)}$, рад
T_1 (1,2,3)	0.0077699637	0.002005472
T_2 (1,2,4)	0.0084411479	0.0013342878
T_3 (1,3,4)	0.0097748732	0.0000005625
T_4 (2,3,4)	0.0079689709	0.0018064648

Таблиця 4 – Результати обчислень θ_n^* для конфігурації осей чутливості сенсорів «конус-3 з вісю»

Тріада сенсорів T_k	Обчислене значення $\theta_n^{(k)}$, рад	Різниця $\theta_n^{**} - \theta_n^{(k)}$, рад
T_1 (1,2,3)	0.0078168378	0.0019585979
T_2 (1,2,4)	0.0081347854	0.0016406503
T_3 (1,3,4)	0.0097748732	0.0000005625
T_4 (2,3,4)	0.0065110201	0.0032644156

Щоб за результатами обчислень в Таблицях 2-4 ідентифікувати несправний датчик, треба за найменшою різницею $\theta_n^{**} - \theta_n^{(k)}$ знайти робочу тріаду для кожної конфігурації сенсорів (в даному випадку це тріада T_3) і далі скористатися інформацією з Таблиці 1. Результати розрахунків і аналізу таблиць для всіх конфігурацій підтверджують, що несправним сенсором є саме сенсор G_2 .

Аналіз результатів обчислень, представлених в Таблицях 2-4 також показує, що внесок дефектної інформації з сенсору G_2 найбільше впливає на результат обчислення вектору позірного повороту для тріади T_4 конфігурації сенсорів «конус-3+вісь» (33,4% до модельного значення модуля вектору позірного повороту).

Висновки. Розглянуто задачу виявлення відмови сенсора в мінімально надлишкових конфігураціях датчиків кутової швидкості у випадку квантування кутових квазікоординат. Для цього досліджено три варіанти розташування осей чутливості сенсорів: «3 ортогональні +1», «конус-4» і «конус-3 +вісь». Для фіксації відмови сенсора і визначення несправного сенсора на поточному такті обчислень пропонується новий підхід, заснований на екстраполяції модуля вектора позірного повороту на основі експоненціальної апроксимації модуля вектора позірного повороту за інформацією про кутові квазікоординати з попередніх тактів. Для чисельного моделювання кутового руху і отримання кутових квазікоординат з датчиків кутової швидкості використана формальна параметрична кінематична модель кінчного руху твердого тіла, яка дозволяє представити в аналітичному вигляді кватерніон орієнтації і відповідні кутові квазікоординати. Результати чисельного моделювання підтверджують ефективність запропонованого підходу також у випадку «м'якої» відмови сенсора, коли спостерігається перехід сенсора в стабільний аномальний стан із зниженням або збільшенням рівня вихідного сигналу.

Подальше продовження робіт в цьому напрямку вбачається в побудованні розрахункових алгоритмів з урахуванням неідеальності інформації з інерціальних датчиків і в застосуванні запропонованого підходу до виявлення відмов в надлишкових конфігураціях п'яти і більше датчиків, а також в підвищенні порядку апроксимації модуля вектору позірного повороту і застосування дискретної моделі до формування

екстраполяції для кутових квазікоординат від окремих датчиків.

Список літератури

1. Fu L., Yang X., Wang L. A novel optimal redundant inertial sensor configuration in strapdown Inertial Navigation System. Proceedings of the 2012 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium, Myrtle Beach, SC, USA, 2012, pp. 240-246. <https://doi.org/10.1109/PLANS.2012.6236887>.
2. Liang H, Guo Y, Zhao X. Fault Detection and Isolation of the Multi-Sensor Inertial System. Micromachines. 2021; 12(6):593. <https://doi.org/10.3390/mi12060593>.
3. Gagnon, E., Vachon, A., & Beaudoin, Y. (2018). Data Fusion Architectures for Orthogonal Redundant Inertial Measurement Units. Sensors, 18(6), 1910. <https://doi.org/10.3390/s18061910>
4. Mustajã, M. Ş., Grigorie, T. L. (2024). A Low-Cost Redundant Attitude System for Small Satellites, Based on Strap-Down Inertial Techniques and Gyro Sensors Linear Clustering. Applied Sciences, 14(15), 6585. <https://doi.org/10.3390/app14156585>.
5. Shim, D.-S.; Yang, C.-K. Optimal Configuration of Redundant Inertial Sensors for Navigation and FDI Performance. Sensors 2010, 10, 6497-6512. <https://doi.org/10.3390/s100706497>
6. Yang C-K, Shim D-S. Best Sensor Configuration and Accommodation Rule Based on Navigation Performance for INS with Seven Inertial Sensors. Sensors. 2009. 9(11) Pp.8456-8472. <https://doi.org/10.3390/s91108456>.
7. Chen C., Chen L., Cheng X., Ding J. A new method for identifying redundant sensors based on completely consistent fault isolability properties. European Journal of Control. Vol. 70. 2023. 100766. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2022.100766>.
8. Kajmakovic A, Diwold K, Römer K, Pestana J, Kajtazovic N. Degradation Detection in a Redundant Sensor Architecture. Sensors. 2022; 22(12):4649. <https://doi.org/10.3390/s22124649>.
9. Li Z., Cheng Y., Wu X., Zhang Y., Wang H. ALPF-GLRT based fault detection method for small faults applied to redundant IMUs. Measurement Science and Technology, vol.32, No 12. 2021. 125101. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/ac1beb>.
10. Wang Y., Ren Z., Dong K., Chen K. A Study on Fault Diagnosis of Redundant SINS with Pulse Output. 2nd International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Industrial Informatics (AMEII 2016), January 2016. <https://doi.org/10.2991/ameii-16.2016.208>.
11. Zhang T., Wang F., Fu, W. Fault Detection and Isolation for Redundant Inertial Measurement Unit under Quantization. Applied Sciences, 8(6), 2018. P865. <https://doi.org/10.3390/app8060865>.
12. Akbarinia B, Shahmohamadi Ousaloo H. Sensor fault-tolerant attitude determination system based on the nonlinear interacting-multiple-model approach. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2022;237(5):1041-1059. <https://doi.org/10.1177/09544100221116270>.
13. Xu, J., Tian, A. (2023, May). Reliability analysis of spherical six axis redundant inertial measurement unit. In Third International Conference on Sensors and Information Technology (ICSI 2023) (Vol. 12699, pp. 232-236). SPIE. <https://doi.org/10.1117/12.2679329>.
14. Cheng J., Sun X., Liu P., Mou H. An Improved Residual Chi-Square Test Fault Isolation Approach in Four-Gyro SINS. IEEE Access, vol.7. Pp. 174400-174411.2019. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2957103>.
15. Zou T., Wang L., Zhu T., Zhai X., Liu C. Fine Alignment Algorithm of Regular Tetrahedral Redundant Strapdown Inertial Navigation System Base on Kalman Filter. 2nd International Conference on Electrical Engineering and Mechatronics Technology (ICEEMT), Hangzhou, China. 2022. pp. 407-412. <https://doi.org/10.1109/ICEEMT56362.2022.9862624>.
16. Kinatas H., Hajiyeve C. Adaptive Fault-Tolerant Multiplicative Attitude Filtering for Small Satellites. Int J Adapt Control Signal Process. 2025. 39: 152-162.

- <https://doi.org/10.1002/acs.3927>.
17. Jiang, X., Liu, T., Duan, J., Hou, M. (2024). Attitude Algorithm of Gyroscope-Free Strapdown Inertial Navigation System Using Kalman Filter. *Micromachines*, 15(3), 346. <https://doi.org/10.3390/mi15030346>.
 18. Li X., Xu F., Xu G. (2023). Redundant IMU Fault Detection. In: *Redundant Inertial Measurement Unit Reconfiguration and Trajectory Replanning of Launch Vehicle*. Navigation: Science and Technology, vol 12. Springer. Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-19-4637-0_4.
 19. Mehdi Jafari. Optimal redundant sensor configuration for accuracy increasing in space inertial navigation system. *Aerospace Science and Technology*, vol. 47.2015, pp. 467-472. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2015.09.017>.
 20. Плаксію Ю. А. Формальна параметрична кінематична модель конічного руху твердого тіла і оптимізація алгоритмів орієнтації/ Ю. А. Плаксію //Вісник НТУ «ХПІ». Харків, №1. 2025. Серія: Динаміка і міцність машин. С.34-41. <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2025.1.323548>.
- References (transliterated)**
1. Fu L., Yang X., Wang L. A novel optimal redundant inertial sensor configuration in strapdown Inertial Navigation System. *Proceedings of the 2012 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*, Myrtle Beach, SC, USA, 2012, pp. 240-246. <https://doi.org/10.1109/PLANS.2012.6236887>.
 2. Liang H, Guo Y, Zhao X. Fault Detection and Isolation of the Multi-Sensor Inertial System. *Micromachines*. 2021; 12(6):593. <https://doi.org/10.3390/mi12060593>.
 3. Gagnon, E., Vachon, A., & Beaudoin, Y. (2018). Data Fusion Architectures for Orthogonal Redundant Inertial Measurement Units. *Sensors*, 18(6), 1910. <https://doi.org/10.3390/s18061910>
 4. Mustată, M. Ş., Grigorie, T. L. (2024). A Low-Cost Redundant Attitude System for Small Satellites, Based on Strap-Down Inertial Techniques and Gyro Sensors Linear Clustering. *Applied Sciences*, 14(15), 6585. <https://doi.org/10.3390/app14156585>.
 5. Shim, D.-S.; Yang, C.-K. Optimal Configuration of Redundant Inertial Sensors for Navigation and FDI Performance. *Sensors* 2010, 10, 6497-6512. <https://doi.org/10.3390/s100706497>
 6. Yang C-K, Shim D-S. Best Sensor Configuration and Accommodation Rule Based on Navigation Performance for INS with Seven Inertial Sensors. *Sensors*. 2009. 9(11) Pp.8456-8472. <https://doi.org/10.3390/s91108456>.
 7. Chen C., Chen L., Cheng X., Ding J. A new method for identifying redundant sensors based on completely consistent fault isolability properties. *European Journal of Control*. Vol. 70. 2023. 100766. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2022.100766>.
 8. Kajmakovic A, Diwold K, Römer K, Pestana J, Kajtazovic N. Degradation Detection in a Redundant Sensor Architecture. *Sensors*. 2022; 22(12):4649. <https://doi.org/10.3390/s22124649>.
 9. Li Z., Cheng Y., Wu X., Zhang Y., Wang H. ALPF-GLRT based fault detection method for small faults applied to redundant IMUs. *Measurement Science and Technology*, vol.32, No 12. 2021. 125101. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/ac1beb>.
 10. Wang Y., Ren Z., Dong K., Chen K. A Study on Fault Diagnosis of Redundant SINS with Pulse Output. *2nd International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Industrial Informatics (AMEII 2016)*, January 2016. <https://doi.org/10.2991/ameii-16.2016.208>.
 11. Zhang T., Wang F., Fu, W. Fault Detection and Isolation for Redundant Inertial Measurement Unit under Quantization. *Applied Sciences*, 8(6), 2018. P865. <https://doi.org/10.3390/app8060865>.
 12. Akbarinia B, Shahmohamadi Ousaloo H. Sensor fault-tolerant attitude determination system based on the nonlinear interacting-multiple-model approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. 2022;237(5):1041-1059. <https://doi.org/10.1177/09544100221116270>.
 13. Xu, J., Tian, A. (2023, May). Reliability analysis of spherical six axis redundant inertial measurement unit. In *Third International Conference on Sensors and Information Technology (ICSIT 2023)* (Vol. 12699, pp. 232-236). SPIE. <https://doi.org/10.1117/12.2679329>.
 14. Cheng J., Sun X., Liu P., Mou H. An Improved Residual Chi-Square Test Fault Isolation Approach in Four-Gyro SINS. *IEEE Access*, vol.7. Pp. 174400-174411.2019. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2957103>.
 15. Zou T., Wang L., Zhu T., Zhai X., Liu C. Fine Alignment Algorithm of Regular Tetrahedral Redundant Strapdown Inertial Navigation System Base on Kalman Filter. *2nd International Conference on Electrical Engineering and Mechatronics Technology (ICEEMT)*, Hangzhou, China. 2022. pp. 407-412. <https://doi.org/10.1109/ICEEMT56362.2022.9862624>.
 16. Kinatas H., Hajiyeve C. Adaptive Fault-Tolerant Multiplicative Attitude Filtering for Small Satellites. *Int J Adapt Control Signal Process*. 2025. 39: 152-162. <https://doi.org/10.1002/acs.3927>.
 17. Jiang, X., Liu, T., Duan, J., Hou, M. (2024). Attitude Algorithm of Gyroscope-Free Strapdown Inertial Navigation System Using Kalman Filter. *Micromachines*, 15(3), 346. <https://doi.org/10.3390/mi15030346>.
 18. Li X., Xu F., Xu G. (2023). Redundant IMU Fault Detection. In: *Redundant Inertial Measurement Unit Reconfiguration and Trajectory Replanning of Launch Vehicle*. Navigation: Science and Technology, vol 12. Springer. Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-19-4637-0_4.
 19. Mehdi Jafari. Optimal redundant sensor configuration for accuracy increasing in space inertial navigation system. *Aerospace Science and Technology*, vol. 47.2015, pp. 467-472. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2015.09.017>.
 20. Plaksy Yu. Formalna parametrychna kinematychna model konichnoho rukhu tverdogo tila i optyimizatsiia alhorytmiv oriyentatsii [Formal parametric kinematic model of conical motion of a rigid body and optimization of orientation algorithms] //Visnyk NTU «KhPI». Kharkiv, №1. 2025. Seriiia: Dynamika i mitsnist mashyn. Pp.34-41. <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2025.1.323548>.
- Надійшла (received) 24.10.2025
Прийнята до друку (accepted) 20.11.2025
Опублікована (published) 29.12.2025

Відомості про автора / About the Author

Плаксію Юрій Андрійович (Plaksy Yuriy)– кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-64-36; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9487-8444>; e-mail: plaksy.yu@gmail.com.