

Г. І. ЛЬВОВ

## КОМП'ЮТЕРНА ГОМОГЕНІЗАЦІЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ БОР-АЛЮМІНІЄВИХ КОМПЗИТИВ

У статті представлено результати чисельного визначення компонентів тензора теплопровідності трьох типів композитів на основі алюмінієвої матриці, яка зміцнена регулярними системами борних волокон. Розглянуто два варіанти односпрямованого армування круглими волокнами: з квадратним упакуванням волокон і гексагональним їх розташуванням. Двоспрямоване армування досліджено для випадку ортогональне розташованих однакових систем волокон. Характеристики теплопровідності еквівалентного гомогенного матеріалу визначаються на основі відомих властивостей матриці і волокон. При побудові моделі теплопровідності волокна і матриця вважаються ізотропними, а тепловий контакт на їхніх межах є ідеальним. Процедура гомогенізації заснована на чисельному розв'язанні крайових задач стаціонарної теплопровідності для мінімальних представницьких елементів композиту. Для моделювання теплових потоків методом скінченних елементів сформовані спеціальні системи крайових умов. Ці умови забезпечують повну відповідність розподілу температури в межах представницьких елементів тому стану, що виникає при однорідних потоках в еквівалентному гомогенному матеріалі. При постановці кожної задачі теплопровідності задається відоме середнє значення градієнта температури в представницькій комірі, а за результатами рішення обчислюється середнє значення теплового потоку. Це дозволяє визначити всі компоненти тензора теплопровідності композиту. Для одно направлено армованого композиту з гексагональною упаковою волокон еквівалентний гомогенний матеріал є трансверсальне ізотропним. Для інших варіантів існує ортогональна симетрія властивостей теплопровідності. Чисельні результати отримані в широкому діапазоні об'ємного вмісту бору для односпрямованих та двоспрямованих армованих композитів. Встановлено, що зі зростанням вмісту бору теплопровідність по всім напрямкам знижується, а ступінь її анізотропії значно збільшується.

**Ключові слова:** Бор-алюмінієвий композит, теплопровідність, гомогенізація, чисельна методика

G. LVOV

## COMPUTER HOMOGENIZATION OF THERMAL CONDUCTIVITY OF BORON-ALUMINUM COMPOSITES

The article presents the results of numerical determination of the components of the thermal conductivity tensor of three types of composites based on an aluminum matrix reinforced with regular systems of boron fibers. Two variants of unidirectional reinforcement with round fibers are considered: with square packing of fibers and hexagonal arrangement. Bidirectional reinforcement is investigated for the case of orthogonally arranged identical fiber systems. The thermal conductivity characteristics of the equivalent homogeneous material are determined based on the known properties of the matrix and fibers. When constructing the thermal conductivity model, the fiber and matrix are considered isotropic, and the thermal contact at their boundaries is ideal. The homogenization procedure is based on the numerical solution of boundary value problems of steady-state thermal conductivity for the smallest representative elements of the composite. To model heat flows using the finite element method, special systems of boundary conditions are formed. These conditions ensure that the temperature distribution within the representative elements fully corresponds to the state that arises with homogeneous flows in an equivalent homogeneous material. When setting each thermal conductivity problem, a known average temperature gradient value is specified in a representative cell, and the average heat flux value is calculated based on the solution results. This allows all components of the composite thermal conductivity tensor to be determined. For unidirectional reinforced composites with hexagonal fiber packing, the equivalent homogeneous material is transversely isotropic. For other variants, there is orthogonal symmetry of thermal conductivity properties. Numerical results were obtained for a wide range of boron volume contents for unidirectional and bidirectional reinforced composites. It was found that with an increase in boron content, thermal conductivity decreases in all directions, and the degree of its anisotropy increases significantly.

**Keywords:** Boron-aluminum composite, thermal conductivity, homogenization, numerical methodology

**Вступ.** Метал-матричні композиційні матеріали широко використовуються в багатьох галузях сучасної промисловості. Найбільш часто в аерокосмічній техніці використовуються матриці з алюмінієвих і титанових сплавів, а в якості зміцнювальних елементів - волокна або частинки карбиду бору та кремнію. Бор-алюмінієві композити застосовують в літаках для профілів, панелей, лопаток вентиляторів і компресорів ГТД. З таких композитів виготовляють лопати гвинтів і трансмісійні вали вертольотів. Метал-матричні композиційні матеріали застосовують в космічних літальних апаратах у вузлах конструкцій, що

піддаються нагріванню від реактивного струменя двигуна, та у герметичних кабінах екіпажу.

На стадії проектування різних відповідальних елементів конструкцій важливе значення мають теплофізичні характеристики композитів, такі як теплопровідність, температуропровідність і коефіцієнти температурного розширення. Зважаючи на велику різноманітність схем армування і відмінності теплофізичних властивостей армуючих елементів і матриць доцільно використовувати методи оптимального синтезу композитів. Необхідним етапом такого проектування є теоретичне визначення

© Г. І. Львов 2025



**Дослідницька стаття:** Цю статтю опубліковано видавництвом НТУ «ХП» у збірнику «Вісник Національного технічного університету «ХП» Серія: Динаміка та міцність машин». Ця стаття поширюється за міжнародною ліцензією [Creative Common Attribution \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/). **Конфлікт інтересів:** Автор/и заявив/или про відсутність конфлікту.



властивостей теплопровідності композиту на основі відомих характеристик його компонентів. Серед різних підходів до проблеми теоретичного визначення ефективних характеристик гетерогенних структур, найбільш універсальними є чисельні методи гомогенізації. У цій роботі викладено результати такого підходу для визначення ефективних властивостей теплопровідності бор-алюмінієвих композитів.

**1. Літературний огляд.** Практичні потреби викликають значний інтерес до досліджень теплофізичних властивостей композитних матеріалів. Велика увага приділяється дослідженням теплопровідності бор-алюмінієвих композитів. Вихідними даними для теоретичних методів гомогенізації є властивості компонентів структур. Стаття [1] є розгорнутим оглядом чинників, що впливають на теплопровідність і електропровідність алюмінієвих сплавів. У ній детально розглядаються фундаментальні фізичні принципи провідності в металах, а також вплив мікроструктурних характеристик, як-от легувальні елементи, пористість, вторинні фази та межі зерен. Також розглянуто сучасні методи поліпшення провідності без шкоди для механічних властивостей: термомеханічні обробки, модифікація морфології фаз, додавання бору і рідкісноземельних елементів, і застосування композиційних матеріалів. Значну увагу приділено альтернативним евтектичним системам (наприклад, Al-Ni, Al-Ce), які потенційно дозволяють досягти високого рівня як міцності, так і теплопровідності, перевершуючи традиційні сплави. Подальше обговорення зосереджене на поточних дослідженнях алюмінію та його сплавів щодо властивостей теплопровідності. Синтезуючи теоретичні засади та останні експериментальні результати, у даній статті пропонує послідовне обговорення наявних прогалів у знаннях і шляхів оптимізації як теплопровідності, так і механічних властивостей алюмінієвих сплавів. На закінчення, підкреслюються прогалини в знаннях, особливо в розумінні взаємодії мікроструктурних чинників і їхнього впливу на теплопровідність метал-матричних композитів.

Стаття [2] являє собою огляд теплопровідних і термоелектричних властивостей матеріалів на основі нітриду бору (BN), що розглядаються як екологічно чиста альтернатива традиційним токсичним і дорогим термоелектричним матеріалам. Розглядаються різні алотропи BN - аморфний, кубічний, гексагональний, а також наноструктури: нанотрубки, нанострічки, квантові точки та композити. Значну увагу приділено ключовим параметрам термоелектричної ефективності: електропровідності та теплопровідності. Зазначено, що висока теплопровідність більшості BN-структур перешкоджає їхньому використанню в чистому вигляді, але введення дефектів, легування та створення гетероструктур дають змогу зменшити теплопровідність і підвищити здатність матеріалу перетворювати тепловий градієнт на електричну напругу. Особливий інтерес викликають гібридні та гетероструктури BN/графен і метал-матричних

композицій з включеннями BN, які демонструють високий потенціал для створення ефективних термоелектричних пристроїв нового покоління. Стаття систематизує досягнення в галузі модифікації BN-матеріалів і підкреслює їхню перспективність в елементах тепловідведення.

Теоретичні методи гомогенізації ефективно застосовуються для передбачення властивостей теплопровідності композиційних матеріалів. У роботі [3] представлено метод визначення ефективних теплопровідних властивостей композитів із періодичною структурою, який підходить для матеріалів з будь-якою кількістю фаз та формою включень. Методика базується на застосуванні рядів Фур'є для опису періодичних температурних полів і теплових потоків. Особливу увагу приділено моделюванню мікроструктури трифазних композитів з різними типами армування. Як приклади розглянуто композит, армований двома типами волокон з різних матеріалів, а також трифазну систему, що включає матрицю, кругле волокно та кільцеву перехідну зону. Аналітичні результати, отримані за допомогою запропонованої методики, були зіставлені з чисельними розрахунками методом скінченних елементів і з експериментальними даними інших дослідників. Проведене порівняння підтвердило ефективність підходу для оцінки макроскопічних теплопровідних характеристик періодичних композитів із множинними включеннями.

У роботі [4] представлено математичну модель для прогнозування ефективної теплопровідності композитних матеріалів, які містять еліпсоїдальні включення. Розглядається трифазна структура, що складається з матриці, включень і оболонки у вигляді коаксіальних еліпсоїдів. З використанням методу функцій Гріна сформульовано задачу, яка враховує недосконалий контакт між включеннями та матрицею. На основі розв'язання відповідного інтегрального рівняння отримано аналітичні формули для визначення ефективної теплопровідності та теплоємності композиту. Результати моделі порівнювалися з точними розв'язками для окремих випадків — циліндричних і сферичних включень. Було показано, що модель добре описує поведінку композитів навіть при високій концентрації включень, що підтверджується порівняннями з чисельними результатами інших дослідників. Також встановлено, що недосконалий інтерфейс суттєво впливає на теплопровідність композитного матеріалу.

Спрощену розрахункову модель теплопровідності запропоновано в статті [5] для композитів, зміцнених частинками. Розглянуто випадки з високою об'ємною часткою частинок, випадково розподілених у матриці. Реальна геометрична структура замінюється безліччю кубиків наповнювача і матриці. Особливістю математичної моделі є врахування взаємопов'язаності окремих елементів наповнювача завдяки введенню ланцюжків теплопередачі. Для математичного моделювання таких ланцюжків вводяться спеціальні матриці. Для реалізації запропонованої моделі розроблено програму в пакеті MATLAB, де як вихідні

дані задають коефіцієнти теплопровідності матриці та наповнювача, а також структуру шляхів теплопередачі. Прогнозування цієї моделі досить добре узгоджуються з експериментальними результатами в широкому діапазоні температур за об'ємної частки наповнювача понад 30 %.

Перспективним напрямком поліпшення теплофізичних характеристик алюмінієвих композицій є зміцнення багатопшаровими вуглецевими нанотрубками. У роботі [6] запропоновано методику гомогенізації властивостей теплопровідності композитів з алюмінієвою матрицею, армованих вуглецевими нанотрубками. Створено багатомасштабні скінченно-елементні моделі, що включають нанотрубки, міжфазні зони та алюмінієву матрицю. Для чисельних досліджень побудовано різні конфігурації зміцнення, включно з випадково розташованими трубками, рівномірно орієнтованими, багаторівневими, пов'язаними та об'єднаними в мережу. Вуглецеві нано трубки моделюються як трансверсально ізотропні (щодо теплопровідності) циліндри. Інтерфейсна зона моделюється у вигляді коаксимального порожнистого циліндра, що ідеально контактує з нанотрубкою і матрицею. Представницький об'єм містив у собі 100 нано трубок, які не контактують одна з одною. Звичайно, елементний аналіз стаціонарної теплопровідності представницького об'єму виконано в програмному комплексі ABACUS. Обробка результатів цього аналізу дала змогу встановити вплив об'ємного вмісту нанотрубок на коефіцієнти теплопровідності для різних конфігурацій зміцнення.

Вуглецеві нанотрубки мають високу теплопровідність і тому використовуються як наповнювачі для композитів. У роботі [7] проведено моделювання процесів теплопередачі в композитах з ізотропною матрицею, армованою вуглецевими нанотрубками. На макроскопічному рівні проведено оцінку ефективної теплопровідності композиту шляхом аналізу репрезентативних об'ємів. Вуглецеві трубки моделювалися циліндрами, хаотично розподіленими в межах кубічного масиву матриці. Задачі стаціонарної теплопровідності розв'язували методом скінченних елементів у програмному комплексі ABAQUS. Чисельне моделювання процесів теплопередачі в трьох ортогональних напрямках показало, що коефіцієнти теплопровідності неоднакові для різних напрямків. Враховуючи стохастичний характер орієнтації нанотрубок, автори обмежилися обчисленням середнього значення коефіцієнта теплопровідності. Дослідження впливу об'ємної частки наповнювачів на ефективну теплопровідність показало, що для нанокомпозитів із вищою об'ємною часткою наповнювачів вплив діаметру трубок на підвищення теплопровідності стає більш значимим.

У статті [8] викладено технологію створення композитних плівок, що містять нано алмази, на основі відновленого оксиду графена. Введення нано алмазів забезпечує надзвичайно високу теплопровідність і можливість цілеспрямовано змінювати анізотропію властивостей теплопровідності плівок.

Теплопровідність плівок у площинному та поперечному напрямках вимірювалася експериментально методом лазерного спалаху. Дослідження показали, що гібридні композиції мають високий ступінь анізотропії властивостей теплопровідності. Для різних пліткових структур коефіцієнт теплопровідності в площині плівок перебував у межах 500-1900 Вт/(М К), а коефіцієнт теплопровідності в поперечному напрямку виявився значно меншим за 0.7-1.3 Вт/(М К). Відношення компонентів тензорів теплопровідності в поздовжньому і поперечному напрямках для конкретних типів композицій перебувало в межах 500-5000 і несуттєво залежало від температури випробувань.

Технології оброблення великих даних у поєднанні з методами штучного інтелекту застосовано в роботі [9] для розв'язання задач гомогенізації властивостей теплопровідності композиційних матеріалів. На етапі підготовки даних для навчання нейронних мереж підготовлювався дворівневий підхід до гомогенізації плетених композитів. На мікрорівні визначали ефективні характеристики пасом, а на макрорівні знаходили компоненти тензора теплопровідності плетеного композиту. Задачі стаціонарної теплопровідності представницького осередку розв'язували варіаційно-асимптотичним методом і методом скінченних елементів. Як приклади геометричної структури зміцнення розглянуто тканини полотняного, саржевого і сатинового плетіння. Набори даних чисельного моделювання використано для навчання моделей нейронних мереж прогнозуванню ефективної теплопровідності цих трьох типів тканин композитів. Моделі нейронної мережі мають вхідні характеристики різних типів. Безперервними величинами слугують такі, як об'ємна частка волокна, геометричні параметри пряжі та фізичні властивості компонентів. Прикладом дискретних вхідних даних є типи плетіння. Після процесів навчання, моделі штучних нейронних мереж продемонстрували хорошу згоду з результатами чисельного моделювання теплопровідності, а також більш високу обчислювальну ефективність.

Сучасні методи штучного інтелекту активно застосовуються для оцінки ефективних фізичних характеристик композиційних матеріалів. У дослідженні [10] для прогнозування теплопровідності композитів і пористих структур використовуються алгоритми машинного навчання. В якості навчальних даних використовуються моделі пористих матеріалів зі випадковим розташуванням включень, згенеровані згідно з методикою [11]. При цьому властивості матриці та включень вважаються ізотропними, а співвідношення між характеристиками їх теплопровідності варіюється в широкому діапазоні. Розрахунок ефективної теплопровідності здійснюється за допомогою методу решіток Больцмана. У роботі застосовано три підходи машинного навчання: згорткові нейронні мережі, регресія опорних векторів та регресія на основі гаусівських процесів. На великій кількості прикладів продемонстровано, що ці методи

дозволяють швидко та точно передбачати теплопровідність стохастичне армованих композитів.

У статті [12] розглядається ефективне підвищення теплопровідності політетрафторетиленових (PTFE) композитів за рахунок введення гібридних наповнювачів - гексагонального нітриду бору (hBN) і нітриду алюмінію (AlN). Основна проблема, пов'язана з використанням hBN, полягає в його схильності до орієнтації в площині під час формування, що призводить до низької теплопровідності в напрямку товщини. Додавання сферичних частинок AlN порушує таку орієнтацію, сприяючи більш випадковому розподілу hBN і формуванню теплопровідних шляхів у напрямку товщини. У результаті, за наповнення 30 об.% досягається теплопровідність 1.04 Вт/м·К - у 3,8 раза вища, ніж у чистого PTFE. При цьому композити зберігають хороші діелектричні властивості та демонструють поліпшену термічну стабільність, що робить їх перспективними для застосування в електронних мікросхемах.

Автори статті [13] досліджують композити на основі алюмінієвого оксинітриду і гексагонального нітриду бору (h-BN), які мають анізотропні теплопровідні властивості. Завдяки шаруватій структурі h-BN, його зерна мають пластинчасту форму і орієнтуються під час гарячого пресування, що впливає на анізотропію теплопровідності матеріалу. Для проведення досліджень композити були отримані методом високотемпературного синтезу з порошків алюмінію, оксиду алюмінію і бору. Після синтезу порошки піддавалися гарячому пресуванню при 1900 °С. Структуру і фазовий склад аналізували за допомогою рентгенівської дифракції та скануючої електронної мікроскопії. Властивості теплопровідності вимірювали методом лазерного спалаху. Результати експериментів показали, що зерна h-BN орієнтовані перпендикулярно напрямку пресування, що призводить до вираженої анізотропії теплопровідності. Максимальна теплопровідність спостерігається за вмісту h-BN близько 30 % - вище в напрямку, перпендикулярному силі пресування. Орієнтація зерен h-BN має більший вплив на теплові властивості, ніж їхня кількість. Бор алюмінієві композити перспективні для застосування в пристроях, де потрібне ефективне відведення тепла. Анізотропія теплопровідності створює додаткові можливості для отримання тепловідведення в потрібному напрямку.

Стаття [14] присвячена експериментальному дослідженню теплопровідності композитів з алюмінієвою матрицею, армованою вуглецевими волокнами. Зразки були виготовлені з використанням комбінованої технології реокастингу та рівно спрямованої екструзії. Повторне застосування такої технології призводить до підвищення теплопровідності композиту на 20% завдяки високому ступеню вирівнювання волокон з хорошою консолідацією поверхні розділу волокон і матриці. Експериментальна теплопровідність зразка композиту, що пройшов обробку запропонованим методом, добре узгоджується з теоретичною моделлю гомогенізації властивостей

теплопровідності Ешелбі. Результати роботи показують перспективність нової технології для отримання метало-матричних композитів з поліпшеною теплопровідністю.

Стаття [15] присвячена дослідженню нових бор-алюмінієвих композитів, виготовлених методом адитивного виробництва, для використання в нейтронно-розсіювальній апаратурі. Автори порівнюють два композитні матеріали - алюміній з карбідом бору (Al-B<sub>4</sub>C) і карбід бору з ціаноакрилатом (CA-B<sub>4</sub>C) - з традиційним гексагональним нітридом бору (BN). Для вимірювання теплопровідності матеріалу Al-B<sub>4</sub>C виготовлено прямокутні бруски з розмірами 1,5 мм × 1,5 мм × 8 мм, які були вирізані за допомогою алмазної пилки. Вимірювання проводилися в діапазоні від 300 до 2 К у вакуумі з використанням опції Thermal Transport Option у системі вимірювання фізичних властивостей (Quantum Design Physical Property Measurement System). Мідні виводи із золотим покриттям були прикріплені до зразка за допомогою епоксидної смоли. Виміряна теплопровідність бор-алюмінієвого композиту виявилася нижчою, ніж у алюмінію, але вищою, ніж у нержавіючій сталі, що робить матеріал придатним для використання в умовах низьких температур. У висновку автори відзначають потенціал бор-алюмінієвого композиту, особливо для створення елементів складних форм з високою теплопровідністю.

Виконаний короткий огляд свідчить про актуальність теоретичних передбачень ефективних характеристик теплопровідності бор-алюмінієвих композитів. Накопичені експериментальні дані щодо властивостей алюмінієвих сплавів і нітридів бору дають змогу на їхній основі виконувати гомогенізацію композитів із різними схемами зміцнення. Однак у доступних публікаціях практично відсутні результати щодо гомогенізації алюмінієвих композитів, зміцнених волокнами бору. Метою цієї роботи є заповнення цієї прогалини.

## 2. Методика визначення ефективних характеристик теплопровідності метал-матричних композитів.

Багато волокнистих метал-матричних композитів має регулярну структуру, в якій можна виділити представницький об'ємний елемент (ПОЕ), що періодично повторюється. Розміри таких ПОЕ порівнянні з діаметром волокон, які на кілька порядків менше, ніж характерні розміри елементів реальних конструкцій. Тому при аналізі структурних елементів конструкцій теплофізичні властивості композитів замінюються ефективними характеристиками еквівалентного однорідного матеріалу. Гомогенізація дає можливість визначити усереднені коефіцієнти теплопровідності і температуропровідності для ПОЕ. Такий підхід дозволяє використовувати при температурному аналізі елементів реальних конструкцій середні значення теплових потоків та усереднені компоненти градієнта температур.

$$\langle q_i \rangle = \frac{1}{V} \iiint q_i dV \left\langle \frac{\partial T}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{1}{V} \iiint \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \quad (i=1, 2, 3) \quad (1)$$

Компоненти вектора середнього теплового потоку в анізотропному еквівалентному тілі пов'язані з компонентами градієнта температури лінійними залежностями [16]:

$$\langle q_i \rangle = -K_{ij} \left\langle \frac{\partial T}{\partial x_j} \right\rangle, \quad (2)$$

де  $K_{ij}$  – усереднені компоненти тензора теплопровідності композиту. Рівняння нестационарної теплопровідності в тілі з композиційного матеріалу має вигляд:

$$\langle C \rangle \frac{\partial T}{\partial t} = -K_{ij} \left\langle \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \right\rangle \quad (3)$$

де  $\langle C \rangle$  – середнє значення теплоємності ПОЕ. Це рівняння має бути доповнене початковими і граничними умовами. У разі стаціонарної задачі розподіл температури задовольняє рівняння еліптичного типу:

$$K_{ij} \left\langle \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \right\rangle = 0 \quad (4)$$

і доповнюється граничними умовами.

Традиційний шлях визначення теплофізичних характеристик композиційних матеріалів полягає в проведенні фізичних експериментів. Альтернативний підхід передбачає теоретичну симуляцію фізичних експериментів. В якості вихідних даних при цьому використовується інформація про структуру композиту і властивості матриці та волокон. У даній роботі запропонована методика визначення теплофізичних характеристик волокнистих композитів шляхом проведення теплового аналізу на мікрорівні, в межах представницького об'єму композиційного матеріалу. Нижче розглянуті приклади застосування цієї методики в випадках композитів, для яких еквівалентний однорідний матеріал є ортотропним (або трансверсально ізотропним). Якщо поєднати координатні площини ортогональної декартової системи координат з площинами симетрії композиту, то тензор теплопровідності матиме діагональний вид. Тоді залежність для вектора середніх теплових потоків зручно представити в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \langle q_x \rangle \\ \langle q_y \rangle \\ \langle q_z \rangle \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \left\langle \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial T}{\partial y} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle \end{bmatrix} \quad (5)$$

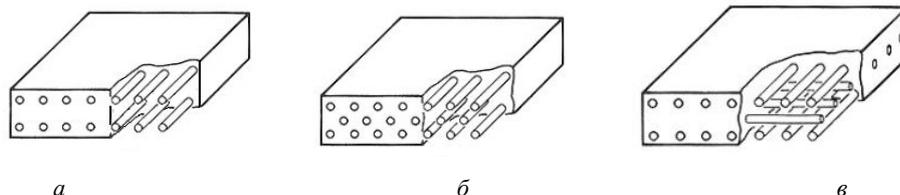


Рис. 1 – Типи композиційного матеріалу: односпрямований КМ з квадратним пакуванням волокон – а; КМ гексагональної структури – б; двонаправлено армований КМ – в

Теоретичне моделювання фізичних експериментів полягає в розв'язанні спеціально поставлених крайових стаціонарних задач теплопровідності для ПОЕ. Під час постановки таких задач матеріали матриці та волокон припускають ізотропними щодо властивостей теплопровідності. В областях, зайнятих матрицею і волокнами, розподіл температур задовольняє рівнянню Лапласа:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

На границях між матрицею і волокнами виконуються умови безперервності температури і теплового потоку:

$$T_m = T_f, \quad K_m \frac{\partial T}{\partial n} = K_f \frac{\partial T}{\partial n} \quad (7)$$

де  $K_m$ ,  $K_f$  – коефіцієнти теплопровідності матриці і волокна відповідно. Тут і далі індекс  $m$  відповідає матриці, а індекс  $f$  – волокну.

Умови на зовнішніх границях ПОЕ задаються так, щоб забезпечити задане середнє значення компонентів вектора градієнта температури. Після розв'язання крайової задачі теплопровідності визначається середнє значення компонентів вектора теплового потоку. За результатами таких розрахунків за співвідношеннями (5) визначаються компоненти тензора теплопровідності композиту.

### 3. Чисельний аналіз задачі теплопровідності представницького об'єму метал-матричних волокнистих композитів.

Розрахунки характеристик теплопровідності бор-алюмінієвих композитів виконано для двох варіантів односпрямованого армування: з квадратним і гексагональним пакуванням волокон, а також композит, армований у двох перпендикулярних напрямках (рис. 1). Для розв'язання стаціонарних задач теплопровідності використовували метод скінченних елементів із застосуванням програмного комплексу ANSYS.

Усі досліджені моделі композитів складаються з матриці з алюмінієвого сплаву 6060, який має коефіцієнт теплопровідності 209 Вт/(м\*К), та волокон бору з коефіцієнтом теплопровідності 20 Вт/(м\*К).

### 3.1 Визначення коефіцієнтів теплопровідності односпрямованого композиту з квадратним пакуванням волокон.

Для односпрямоване армованих композитів коефіцієнт теплопровідності в поздовжньому напрямку  $K_z$  точно визначається за правилом сумішей:

$$K_z = (K_f \cdot S_f + K_m \cdot S_m) / (S_f + S_m), \quad (8)$$

де  $S_f$ ,  $S_m$  - площі поперечних перерізів волокон та матриці відповідно.

Для визначення коефіцієнтів теплопровідності  $K_x$ ,  $K_y$  достатньо виконати 2-D моделювання теплових потоків у напрямку, перпендикулярному волокнам. Представницький об'єм композиту являє собою нескінченну призму алюмінієвої матриці з циліндричним волокном бору в центрі. Задачу стаціонарної теплопровідності розв'язували для площини поперечного перерізу представницького об'єму. З огляду на симетрію щодо осей  $OX$  і  $OY$  достатньо розглянути четверту частину поперечного перерізу (рис. 2а).

Для побудови скінченно-елементної моделі було використано чотирикутний 8-вузловий скінченний елемент PLANE77. Приклад такої моделі, що показано на рис. 2б, містить 7831 вузлів та 2546 елементів. З метою перевірки якості моделі проведено розрахунки на більш дрібнішій сітці з 60649 вузлами та 20058 елементами. Відносна різниця в значенні теплового потоку не перевищала 0.01%.

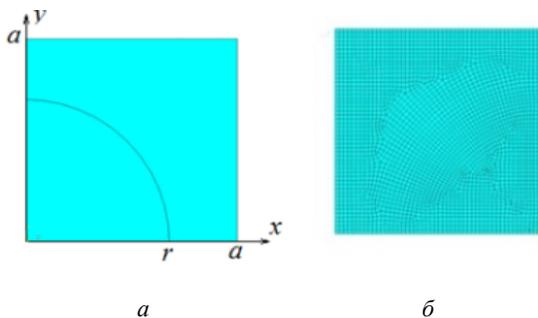


Рис. 2. – Представницький елемент односпрямованого КМ з квадратним пакуванням волокон: геометрична модель – а; скінченно-елементна модель – б

Для односпрямованого КМ з квадратним пакуванням волокон напрямки  $x$  та  $y$  є еквівалентними, тому теплові властивості теплопровідності в напрямках  $x$  та  $y$  однакові. Для знаходження коефіцієнтів теплопровідності  $K_x$  та  $K_y$  достатньо провести чисельний експеримент в одному із напрямків. Чисельне моделювання стаціонарного процесу теплопровідності в напрямку вісі  $y$  здійснювалось при наступних граничних умовах:

$$\begin{aligned} y = 0, \quad T = 100^\circ\text{C}; \quad y = a, \quad T = 0; \\ x = 0, \quad q_x = 0; \quad x = a, \quad q_x = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

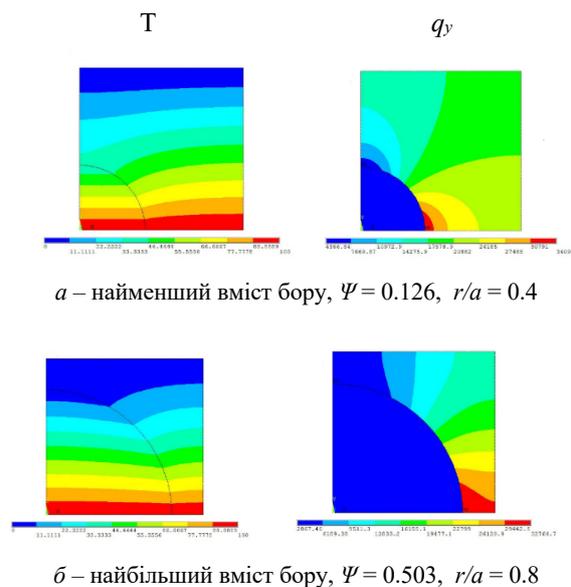
Ці граничні умови забезпечують такі середні (в межах представницького елемента) значення градієнтів температури

$$\left\langle \frac{\partial T}{\partial y} \right\rangle = 100^\circ\text{C}/\text{м} \quad \left\langle \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle = 0 \quad (10)$$

Після виконання теплового аналізу в постпроцесорі програмного комплексу ANSYS знаходяться середні значення теплового потоку  $\langle q_y \rangle$ . Користуючись співвідношенням загального виду (5), обчислюються коефіцієнти теплопровідності композиту  $K_y$  та  $K_x = K_y$

$$K_y = \langle q_y \rangle \cdot \left\langle \frac{\partial T}{\partial y} \right\rangle^{-1} \quad (11)$$

Серія таких обчислень виконана для композитів з різними значеннями відносного радіусу волокон в межах  $0.4 < r < 0.8$ , що відповідає відносним об'ємним вмістам бору в межах  $0.126 < \Psi < 0.503$ . Розподіл температури та теплового потоку для двох композитів, з найменшим ( $r = 0.4$ ) та найбільшим вмістом бору ( $r=0.8$ ) приведено на рис. 3.



а – найменший вміст бору,  $\Psi = 0.126$ ,  $r/a = 0.4$

б – найбільший вміст бору,  $\Psi = 0.503$ ,  $r/a = 0.8$

Рис. 3 – Розподіл температур та теплових потоків в представницьких елементах з найменшим – а та найбільшим вмістом бору – б

Результати обчислення компонентів тензора теплопровідності для односпрямоване армованих композитів із квадратною упаковкою волокон подано в табл. 1.

Таблиця 1 – Компоненти тензора теплопровідності для композиту з різним вмістом бору

$r/a$	$\Psi$	$K_x,$ Вт/(м*К)	$K_y,$ Вт/(м*К)	$K_z,$ Вт/(м*К)
0.4	0.126	172.206	172.206	186.179
0.5	0.196	154.207	154.207	173.343
0.6	0.283	134.345	134.345	157.654
0.7	0.385	113.332	113.332	139.112
0.8	0.503	91.578	91.578	117.718

Графіки залежності компонентів тензора теплопровідності від вмісту бору для односпрямоване армованих композитів із квадратною упаковкою волокон наведено на рис.4.

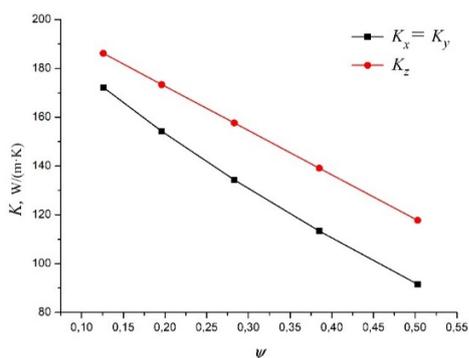


Рис. 4 – Графіки залежності коефіцієнтів теплопровідності від вмісту бору

### 3.2 Визначення коефіцієнтів теплопровідності односпрямованого метал-матричного композита гексагональної структури.

Для композита з гексагональним пакуванням волокон поперечний перетин мінімального представницького об'єму представлено на рис. 5а. Відносні розміри прямокутника приймали  $a=1$ ,  $b/a=\tan(60^\circ)$ , центри поперечних перетин волокон знаходяться в протилежних кутах прямокутника. Для побудови скінченно-елементної моделі було використано чотирикутний 8-вузловий скінченний елемент PLANE77. Приклад такої моделі, що показано на рис. 5б, містить 13515 вузлів та 4416 елементів.

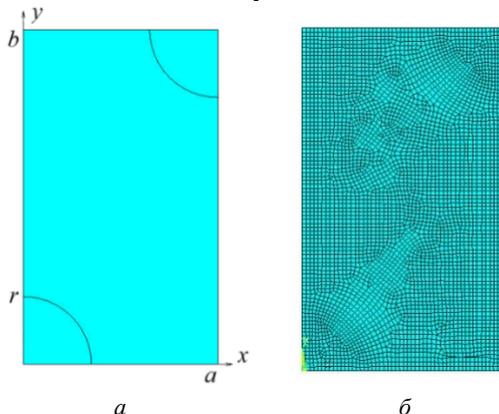


Рис. 5 – Представницький елемент односпрямованого метал-матричного композита гексагональної структури: геометрична модель – а; скінченно-елементна модель – б

Теоретично, з міркувань симетрії гексагональних структур, по відношенню до властивостей теплопровідності розглянутий композит має бути трансверсально ізотропним. Для перевірки цього положення чисельно моделювався тепловий потік в напрямку вісі  $x$  та окремо в напрямку вісі  $y$ . Результати розрахунків підтвердили рівність коефіцієнтів теплопровідності в поперечних напрямках. Відносна різниця не перевищувала 0.01%

Чисельне моделювання стаціонарного процесу теплопровідності в напрямку вісі  $y$  здійснювалось при граничних умовах (9), але у випадку гексагональних пакувань ці граничні умови забезпечують такі середні значення градієнтів температури

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \frac{1}{b} 100^\circ \text{C/м} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = 0 \quad (12)$$

По результатам розв'язання задач стаціонарної теплопровідності знаходилося середнє значення теплового потоку  $q_y$  та згідно (11) розраховано значення компонент тензора теплопровідності  $K_x = K_y$ . Такі обчислення проведені для композитів з різними значеннями відносного радіусу волокон в межах  $0.35 < r < 0.75$ , що відповідає відносним об'ємним вмістам бору в межах  $0.111 < \Psi < 0.510$ . Розподіл температури та теплового потоку для двох композитів, з найменшим ( $r=0.35$ ) та найбільшим вмістом бору ( $r=0.75$ ) приведено на рис. 6.

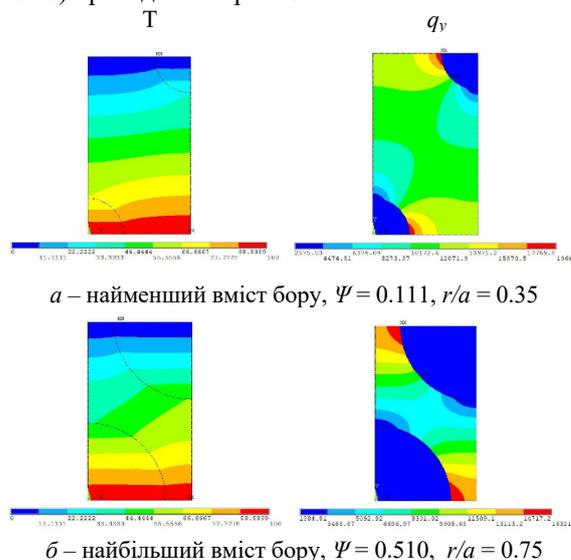


Рис. 6 – Розподіл температур та теплового потоку в представницьких елементах з найменшим – а та найбільшим вмістом бору – б

Результати дослідження односпрямованого КМ гексагональної структури з різним вмістом бору представлені в табл. 2.

Графіки залежності коефіцієнтів теплопровідності від вмісту бору наведено на рис.7.

Таблиця 2 – Коефіцієнти теплопровідності в трьох напрямках для композитів гексагональної структури з різним вмістом бору

$r/a$	$\Psi$	$K_x,$ Вт/(м*К)	$K_y,$ Вт/(м*К)	$K_z,$ Вт/(м*К)
0.35	0.111	176.138	176.138	188.825
0.4	0.145	167.087	167.087	182.649
0.45	0.184	157.328	157.328	175.650
0.55	0.274	136.248	136.248	159.180
0.65	0.383	113.939	113.939	139.417
0.75	0.510	91.252	91.252	116.36

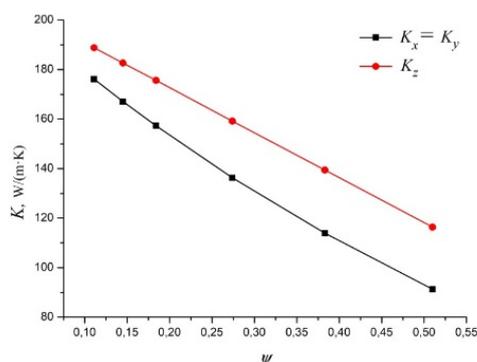


Рис. 7 – Графіки залежності коефіцієнтів теплопровідності композиту гексагональної від вмісту бору

### 3.3 Визначення коефіцієнтів теплопровідності двонаправлено армованого метал-матричного композита

У цьому розділі розглянуто метал-матричний композит (рис.1в) армований у двох ортогональних напрямках лінійними волокнами. Представницький елемент такого композита повинен періодично повторюватись у трьох напрямках. Геометрична модель мінімального представницького елемента двонаправлено армованого композита показано на рис. 8а. При побудові 3-D моделі в програмному комплексі ANSYS прийняти відносні розміри  $a=c=1$ ,  $b=2$ , що відповідає максимально можливому заповненню при одиничному радіусі волокон. Для знаходження компонентів тензора теплопровідності потрібно виконати розв'язок стаціонарних задач теплопровідності у тривимірній постановці. Чисельні результати отримані в програмному комплексі ANSYS з використанням тетрадрального 10-вузлового скінченного елемента SOLID 87. Приклад скінченно-елементної моделі, що показано на рис. 8б, має 133084 вузла та 95069 елементів.

При однаковому армуванні волокнами напрямках  $x$  і  $z$  еквівалентне однорідне середовище має однакові властивості теплопровідності, тобто  $K_x = K_z$ . При чисельному моделюванні теплового потоку в напрямку

вісі  $x$  на поверхнях ПОЕ задавались такі граничні умови

$$x=0: T=100^\circ\text{C}; \quad x=a: T=0; \\ y=0, y=b: q_y=0; \quad z=0, z=c: q_z=0 \quad (13)$$

Ці граничні умови відповідають таким значенням середніх градієнтів температури

$$\left\langle \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle = 100^\circ\text{C}/\text{м}, \quad \left\langle \frac{\partial T}{\partial y} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle = 0 \quad (14)$$

Для моделювання теплового потоку в напрямку вісі  $y$  у граничні умови задавались наступним чином

$$x=0, x=a: q_x=0; \quad y=0: T=100^\circ\text{C}; \\ y=b: T=0; \quad z=0, z=c: q_z=0 \quad (15)$$

При таких граничних умовах середні значення градієнтів температури мають значення

$$\left\langle \frac{\partial T}{\partial y} \right\rangle = 50^\circ\text{C}/\text{м}, \quad \left\langle \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle = 0 \quad (16)$$

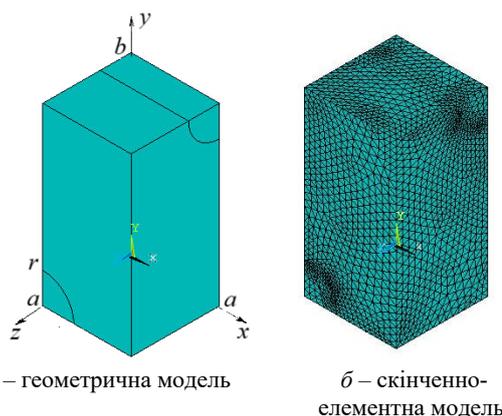


Рис. 8 – Представницький елемент двонаправлено армованого КМ

Для дослідження впливу відносного об'єму бору на характеристики теплопровідності такі обчислення виконані для композитів з різними значеннями відносного радіусу волокон в межах  $0.35 < r < 0.8$ , що відповідає відносним об'ємним вмістам бору в межах  $0.096 < \Psi < 0.503$ . Розподіл температури та теплового

поток для двох композитів, з найменшим ( $r=0.35$ ) та найбільшим вмістом бору ( $r=0.8$ ) приведено на рис. 9.

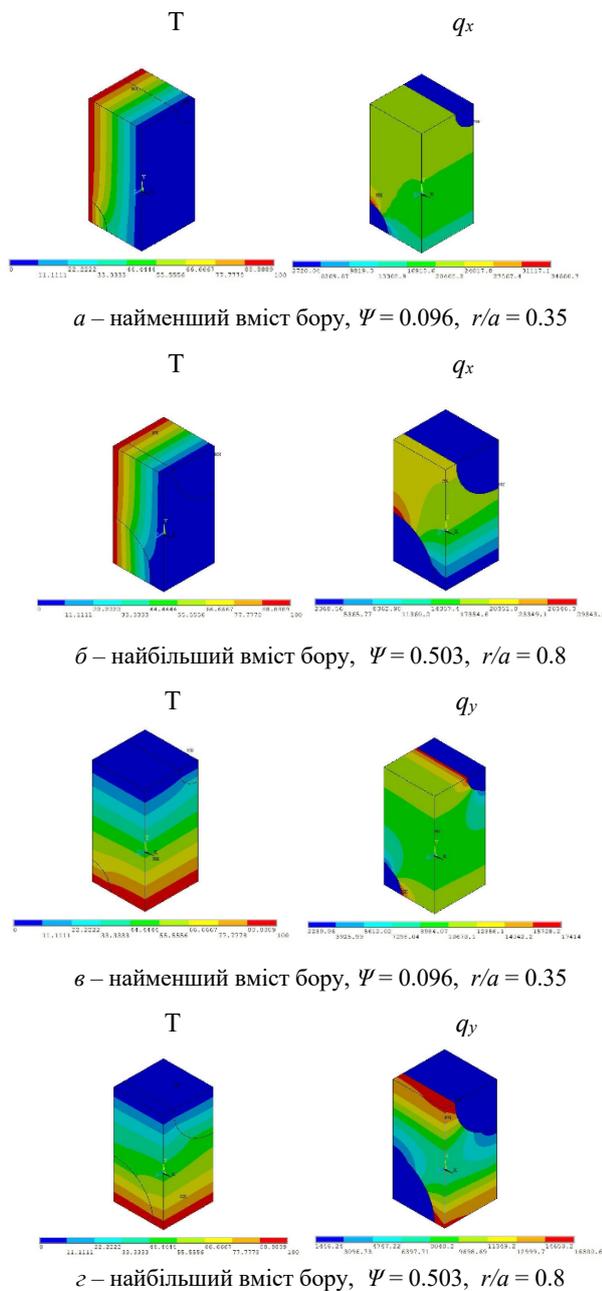


Рис. 9 – Розподіл температур та теплового потоку в ПОЕ в напрямках  $x$  та  $y$

Графіки залежності коефіцієнтів теплопровідності двоспрямовано армованого композита від вмісту бору наведено на рис. 10.

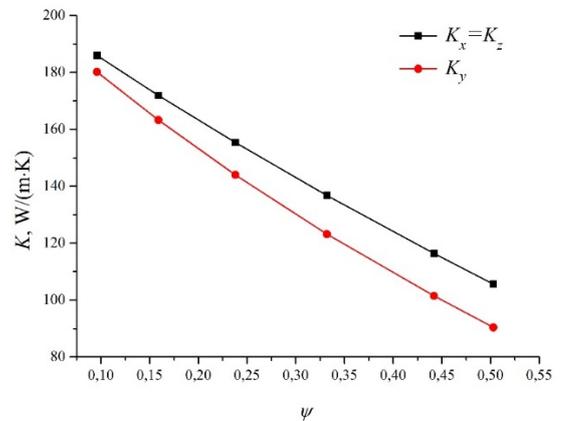


Рис. 10 – Графіки залежності коефіцієнтів теплопровідності двоспрямовано армованого композита від вмісту бору

Для всіх розглянутих бор-алюмінієвих композитів зі зростанням відносного об'ємного вмісту бору коефіцієнти теплопровідності зменшуються. Але при цьому, ступінь анізотропії підвищується. Різниця між коефіцієнтами теплопровідності в площині ізотропії та коефіцієнтом теплопровідності у напрямку осі ізотропії істотно зростає.

Результати розрахунків властивостей теплопровідності двоспрямовано армованого композита приведено в табл. 3.

Таблиця 3 – Коефіцієнти теплопровідності для двоспрямовано армованого композита

$r/a$	$\Psi$	$K_x$ , Вт/(м*К)	$K_y$ , Вт/(м*К)	$K_z$ , Вт/(м*К)
0.35	0.096	185.926	180.139	185.926
0.45	0.159	171.919	163.253	171.919
0.55	0.238	155.393	143.992	155.393
0.65	0.332	136.773	123.177	136.773
0.75	0.442	116.389	101.461	116.389
0.8	0.503	105.600	90.386	105.600

**Висновки.** У цій статті розроблено єдиний підхід до чисельної гомогенізації властивостей теплопровідності бор-алюмінієвих композитів, необхідної для виконання термомеханічного аналізу виробів із композиційних матеріалів. У сукупності з роботою [17], присвяченою гомогенізації пружних властивостей, методика, яку ми викладаємо, дає змогу з єдиних позицій і з застосуванням однакових програмних засобів передбачати всі термомеханічні характеристики композитів. Розглянуто три типи композитів регулярної структури, в яких можна виділити елементарний об'єм, що періодично повторюється.

Передбачення ефективних властивостей теплопровідності композиту виконується на основі заданої структури армування, а також відомих фізичних характеристик матриці та волокон. У випадках розглянутих симетричних структур, еквівалентні гомогенні матеріали є трансверсально ізотропними.

Для визначення ефективних компонентів тензора теплопровідності композиту виконували чисельні розв'язування задач стаціонарної теплопровідності в межах представницького об'єму. Граничні умови на поверхнях цього об'єму ставили таким чином, щоб точно відтворити рівномірний у середньому тепловий потік для необмеженого масиву композиту.

Вплив об'ємного вмісту бору на властивості теплопровідності композитів досліджено шляхом проведення чисельних обчислень у широкому діапазоні ступеня наповнення. Графічне представлення результатів дає змогу використовувати інтерполяцію для визначення коефіцієнтів теплопровідності в межах цього діапазону.

#### Список літератури

1. Lunn K. F., Apelian Di. Thermal and Electrical Conductivity of Aluminum Alloys: Fundamentals, structure-property relationships, and pathways to enhance conductivity. / K. F. Lunn, Di. Apelian // Materials Science & Engineering A – 2025. – Vol. 924. – Article 147766. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2024.147766>
2. Sharma V., Kagdada H. L., Jha P. K. Thermal transport properties of boron nitride based materials: A review. / V. Sharma, H. L. Kagdada, P. K. Jha // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2020. – Vol. 120. – Article 109622 <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.109622>
3. Lages E. N., Marques S. P. C. Prediction of effective thermal conductivity of multiphase composites with periodic microstructures using an expanded micromechanical model / E. N. Lages, S. P. C. Marques // Int. J. Thermal Sci. — 2022. — Vol. 171, Jan. — Article 107226. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2021.107226>
4. Bonfoha N. Effective thermal conductivity of composite ellipsoid assemblages with weakly conducting interfaces / N. Bonfoha, A. Jeancolasa, F. Dinzart [et al.] // Compos. Struct. — 2018. — Vol. 202. — P. 603–614. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.03.019>
5. Chatterjee A. Heat conduction model based on percolation theory for thermal conductivity of composites with high volume fraction of filler in base matrix / A. Chatterjee, R. Vermaa, H. P. Umashankara [et al.] // Int. J. Thermal Sci. — 2019. — Vol. 136. — P. 389–395. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2018.09.015>
6. Zhou L. Microscale prediction of effective thermal conductivity of CNT/Al composites by finite element method / L. Zhou, T. B. Yuan, X. S. Yang [et al.] // Int. J. Thermal Sci. — 2022. — Vol. 171. — Article 107206. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2021.107206>
7. Vahedi A. Multiscale modeling of thermal conductivity of carbon nanotube epoxy nanocomposites / A. Vahedi, M. H. S. Lahidjani, S. Shakhesi // Phys. B: Phys. Condensed Matter. — 2018. — Vol. 550. — P. 39–46. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2018.09.017>

8. Yuan H.-C. Extremely high thermal conductivity of nanodiamond-polydopamine/thinlayer graphene composite films / H.-C. Yuan, C.-Y. Lee, N.-H. Tai // Compos. Sci. Technol. — 2018. — Vol. 167. — P. 313–322. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2018.08.010>
9. Liu X. Multiscale modeling of the effective thermal conductivity of 2D woven composites by mechanics of structure genome and neural networks / X. Liu, B. Peng, W. Yu // Int. J. Heat and Mass Transfer. — 2021. — Vol. 179. — Article 121673. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121673>
10. Wei H. Predicting the effective thermal conductivities of composite materials and porous media by machine learning methods / H. Wei, S. Zhao, Q. Rong, H. Bao // Int. J. Heat and Mass Transfer. — 2018. — Vol. 127. — P. 908–916. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.08.082>
11. Wang M. Mesoscopic predictions of the effective thermal conductivity for microscale random porous media / M. Wang, J. Wang, N. Pan, S. Chen // Phys. Rev. E. — 2007. — Vol. 75. — Article 036702. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.036702>
12. Chen P. Enhanced through-plane thermal conductivity of PTFE composites with hybrid fillers of hexagonal boron nitride platelets and aluminum nitride particle / P. Chen, K. Kaichang, Z. Yu [et al.] // Composites Part B. — 2018. — Vol. 153. — P. 1–8. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.07.019>
13. Wilk A. Aluminium oxynitride–hexagonal boron nitride composites with anisotropic properties / A. Wilk, P. Rutkowski, D. Zientara, M. M. Bucko // Journal of the European Ceramic Society. — 2016. — Vol. 36, Issue 8. — P. 2087–2092. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2016.02.029>
14. Miranda A. T. Processing, Structure and Thermal Conductivity Correlation in Carbon Fibre Reinforced Aluminium Metal Matrix Composites / A. T. Miranda, L. Bolzoni, N. Bareka [et al.] // Materials & Design. — 2018. — Vol. 156. — P. 329–339. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.06.059>
15. Stone M. B. Characterization of aluminum and boron carbide based additive manufactured material for thermal neutron shielding / M. B. Stone, A. I. Kolesnikov, V. R. Fanelli [et al.] // Materials & Design. — 2024. — Vol. 237. — Article 112463. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2023.112463>
16. Landau L. D. Theory of Elasticity [Text] / L. D. Landau, E. M. Lifshitz. — Pergamon Pr., 1981. — 165 p
17. Daryazadeh S. A New Numerical Procedure for Determination of Effective Elastic Constants in Unidirectional Composite Plates / S. Daryazadeh, Gennadiy Lvov, M. Tajdari // Journal of Solid Mechanics. — 2016. — Vol. 8, No. 1. — P. 104–115.

#### References (transliterated)

1. Lunn K. F., Apelian Di. Thermal and Electrical Conductivity of Aluminum Alloys: Fundamentals, structure-property relationships, and pathways to enhance conductivity. Materials Science & Engineering A 924 (2025) 147766 <https://doi.org/10.1016/j.msea.2024.147766>
2. Sharma V., Kagdada H. L., Jha P. K. Thermal transport properties of boron nitride based materials: A review. Renewable and Sustainable Energy Reviews. 120 (2020) 109622 <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.109622>
3. Lages E. N., Marques S. P. C. Prediction of effective thermal conductivity of multiphase composites with periodic microstructures using an expanded micromechanical model // Int. J. Thermal Sci. — 2022. — Vol. 171, Jan. — Article 107226. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2021.107226>
4. Bonfoha N., Jeancolasa A., Dinzarta F., Sabara H., Mihalutab M. Effective thermal conductivity of composite ellipsoid assemblages with weakly conducting interfaces // Compos. Struct. — 2018. — Vol. 202. — P. 603–614. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.03.019>
5. Chatterjee A., Vermaa R., Umashankara H. P., Kasthurirengana S., Shivaprakashb N. C., Beheraa U. Heat conduction model based on percolation theory for thermal conductivity of composites with high volume fraction of filler in base matrix // Int. J. Thermal Sci. — 2019. — Vol. 136. — P. 389–395. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2018.09.015>
6. Zhou L., Yuan T. B., Yang X. S., Liu Z. Y., Wang Q. Z., Xiao B. L., Ma Z. Y. Microscale prediction of effective thermal conductivity of CNT/Al composites by finite element method // Int. J. Thermal Sci. — 2022. — Vol. 171, Jan. — Article 107206. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2021.107206>

7. Vahedi A, Lahidjani M. H. S., Shakhesi S. Multiscale modeling of thermal conductivity of carbon nanotube epoxy nanocomposites // Accepted Manuscript. Phys. B: Phys. Condensed Matter. — 2018. — Vol. 550. — P. 39–46. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2018.09.017>
8. Yuan H.-C., Lee C.-Y., Tai N.-H. Extremely high thermal conductivity of nanodiamond-polydopamine/thinlayer graphene composite films // Compos. Sci. Technol. — 2018. — Vol. 167. — P. 313–322. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2018.08.010>
9. Liu X., Peng B., Yu W. Multiscale modeling of the effective thermal conductivity of 2D woven composites by mechanics of structure genome and neural networks // Int. J. Heat and Mass Transfer. — 2021. — Vol. 179. — Article 121673. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121673>
10. Wei H., Zhao S., Rong Q., Bao H. Predicting the effective thermal conductivities of composite materials and porous media by machine learning methods // Int. J. Heat and Mass Transfer. — 2018. — Vol. 127. — P. 908–916. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.08.082>
11. Wang M., Wang J., Pan N., Chen S. Mesoscopic predictions of the effective thermal conductivity for microscale random porous media // Phys. Rev. E. Stat. Nonlinear Soft Matter Phys. — 2007. — Vol. 75. — Article 036702. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.036702>
12. Chen P., Kaichang K., Yu Z., Ziyu L., Guanglei W. Enhanced through-plane thermal conductivity of PTFE composites with hybrid fillers of hexagonal boron nitride platelets and aluminum nitride particle. Composites Part B. Volume 153, 15 November 2018, Pages 1-8 <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.07.019>
13. Wilk A., Rutkowski P., Zientara D., Bucko M. M. Aluminium oxynitride–hexagonal boron nitride composites with anisotropic properties. Journal of the European Ceramic Society Volume 36, Issue 8, July 2016, Pages 2087-2092 <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2016.02.029>
14. Miranda A. T., Bolzoni L., Bareka N. et al. Processing, Structure and Thermal Conductivity Correlation in Carbon Fibre Reinforced Aluminium Metal Matrix Composites. Materials & Design. Volume 156, 15 October 2018, Pages 329-339 <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.06.059>
15. Stone M. B., Kolesnikov A. I., Fanelli V. R. et al. Fanelli et al. Characterization of aluminum and boron carbide based additive manufactured material for thermal neutron shielding. Materials & Design. 237 (2024) 112463. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2023.112463>
16. Landau L. D., Lifshitz E. M. Theory of Elasticity. Pergamon Pr. 1981, 165 p.
17. Daryazadeh S., Lvov G. I., Tajdari M. A New Numerical Procedure for Determination of Effective Elastic Constants in Unidirectional Composite Plates. Journal of Solid Mechanics, 2016, vol. 8, no. 1, pp. 104–115.

*Надійшла (received) 04.08.2025*  
*Прийнята до друку (accepted) 20.10.2025*  
*Опублікована (published) 29.12.2025*

#### *Відомості про автора/ About the Author*

**Львов Геннадій Іванович (Lvov Gennadiy)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри «Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0297-9227>; e-mail: [lvovdpm@ukr.net](mailto:lvovdpm@ukr.net)