

В. Г. МАРТИНЕНКО**ПОШУК ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ АКТИВНИХ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПІДВИШУВАННЯ ШЛЯХОМ ВИЗНАЧЕННЯ ЇХНІХ ІНТЕГРАЛЬНИХ ЖОРСТКІСНИХ ТА ДЕМПФУВАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК**

В роботі представлений підхід до моделювання системи «Ротор в активних магнітних підшипниках» та подальшого пошуку оптимальних параметрів опор для забезпечення нерезонансної роботи машини у всьому діапазоні робочих швидкостей обертання. У якості об'єкта дослідження виступають активні магнітні підшипники для ротора промислового вентилятора місцевого провітрювання шахти, що був попередньо встановлений у підшипники кочення та через відсутність необхідного навантаження на них має великі втрати ефективності на тертя. Для вирішення проблем із втратою ефективності, пропонується використовувати активні магнітні підшипники з системою керування на основі пропорційно-інтегрально-похідного регулятора з принципами керування одним входом і одним виходом, що є більш дешевою та простою у впровадженні системою у порівнянні із системами множинного входу і множинного виходу, проте може виступати дієвим засобом для вирішення описаних проблем у роботі машини. Предметом дослідження є динаміка ротора промислового вентилятора в активних магнітних підшипниках, що моделюються за допомогою пружинно-демпферних елементів із коефіцієнтами жорсткості та демпфування, які визначаються за допомогою розробленого у роботі підходу. Він заснований на представленні активних магнітних підшипників як електромеханічної системи із компонентами, динаміка яких у частотному діапазоні описується передатними функціями. Формування передатної функції активного магнітного підшипника в цілому та подальше її включення в систему рівнянь динаміки ротора дозволяє отримати відносно прості залежності коефіцієнтів жорсткості та демпфування підшипників від швидкості обертання ротора. Ці залежності містять у собі фізичні параметри компонентів активних магнітних підшипників та параметри їхніх систем керування, що дозволяє не тільки змоделювати динаміку ротора в таких підшипниках, а і провести пошук їхніх оптимальних параметрів, зокрема значення току зміщення в електромагнітах, необхідного для забезпечення відсутності резонансів ротора із синхронними збуджуючими навантаженнями у всьому діапазоні робочих швидкостей обертання, що підтверджується побудовою залежностей критичних швидкостей ротора від струму зміщення, а також діаграми Кемпбелла для оптимального значення струму зміщення.

Ключові слова: динаміка ротора; активний магнітний підшипник; система керування; передатна функція; критична швидкість.

V. MARTYNENKO**SEARCH FOR OPTIMAL PARAMETERS OF ACTIVE STRUCTURAL SUSPENSION ELEMENTS BY DETERMINING THEIR INTEGRAL STIFFNESS AND DAMPING CHARACTERISTICS**

The paper presents an approach to the modelling of the “Rotor in active magnetic bearings” system and the subsequent search for optimal support parameters to ensure non-resonant operation of the machine in the entire range of operating rotational speeds. The object of the study is active magnetic bearings for the rotor of an industrial fan for local ventilation of the mine, which was previously installed in the rolling element bearings and due to the lack of the necessary load on them, have large frictional efficiency losses. To solve the problems with the loss of efficiency, it is proposed to use active magnetic bearings with a control system based on a proportional-integral-derivative controller with control principles of single input-single output, which is a cheaper and simpler system to implement compared to multiple input-multiple output systems, however, can be an effective tool for solving the described problems in the operation of the machine. The subject of the study is the dynamics of the rotor of an industrial fan in active magnetic bearings, which are modeled using spring-damper elements with stiffness and damping coefficients which are determined using the approach developed in the work. It is based on the representation of active magnetic bearings as an electromechanical system with components the dynamics of which are described by transfer functions in the frequency domain. The formation of the transfer function of the active magnetic bearing as a whole and its subsequent inclusion in the system of rotor dynamics equations allows obtaining relatively simple dependences of the stiffness and damping coefficients of the bearings on the rotor rotational speed. These dependencies contain the physical parameters of active magnetic bearing components and the parameters of their control systems which allows not only simulating the dynamics of the rotor in such bearings, but also searching for their optimal parameters, in particular, the value of the bias current in the electromagnets, which is necessary to ensure the absence of resonances of the rotor with synchronous excitation loads in the entire range of operating rotational speeds, which is confirmed by plotting the dependences of the rotor critical speeds on the bias current, as well as the Campbell diagram for the optimal value of the bias current.

Keywords: rotor dynamics; active magnetic bearing; control system; transfer function; critical speed.

Вступ. На даний момент нелінійний конструктивний аналіз пропонує інженерам і науковцям багату різноманітність інструментів для аналізу проблем різної природи, від комплексного моделювання руйнівних процесів у напружених конструкціях [1] до моделювання динаміки ротора під впливом сторонніх предметів [2]. Проте навіть для цих випадків було показано, що лінійний підхід може бути застосований з деякими обмеженнями, наприклад, нелінійний удар об'єктів можна спростити до дії сили [3] для моделювання механіки конструкції ротора без значного зниження точності [4].

Цей підхід також застосовний для моделювання підшипників ротора як лінійних опор із власними властивостями жорсткості та демпфування [5], що було ефективно використано авторами для

моделювання динаміки роторів в активних магнітних підшипниках [6; 7].

Переваги використання магнітної левітації активно використовуються в галузях транспорту та турбомашинобудування [8]. Поряд із пасивними магнітними підшипниками [9] технологія активних магнітних підшипників (АМП) пропонує значні переваги в порівнянні зі звичайними підшипниками та все частіше використовується в різних галузях промисловості. Використання АМП замість традиційних масляних підшипників ковзання або підшипників кочення в турбомашинах забезпечує роботу без тертя зі зменшенням потреби в обслуговуванні, підвищенням ефективності завдяки меншим втратам потужності та покращенням надійності завдяки керованій динамічній поведінці

системи та відсутності зносу між валом та підшипниками.

Активні магнітні підшипники досягли великої популярності серед інженерів і вчених як опорні системи для високошвидкісних машин із низьким тертям. З 1980-х років їх застосування стало перспективним варіантом при проектуванні нових турбомашинних агрегатів або при вирішенні проблем нестабільності в існуючих [10].

Основна ідея роботи активного магнітного підшипника заснована на електромагнітних процесах. Він працює за принципом електромагнітного підвішування. Електричний струм, що проходить через щільно намотані мідні котушки, створює магнітне поле. Це поле взаємодіє з гільзою ротора, яка виготовлена з магнітного матеріалу, такого як кремній-залізо. Левітація ротора в АМП зумовлює ряд їхніх переваг [11], серед яких можливість варіювати коефіцієнти жорсткості та демпфування, що забезпечує плавне проходження резонансів.

Діапазон розмірів машин з АМП варіюється від дуже малих до великих застосувань з обмеженнями потужності та швидкості до 30 МВт і 150000 об/хв. Активні магнітні підшипники використовуються:

1. У системах видобутку та транспортування природного газу для компресорів, турбодетандерів і детандер-компресорних установок [12-14].
2. В енергетиці для парових і газових турбін [15;16].
3. Для електричних машин [12].
4. Для деяких конкретних застосувань, де інші типи підшипників непридатні, наприклад, ядерні центрифуги, маховики накопичувачів енергії, шпинделі обробки, турбомолекулярні насоси тощо [17; 18; 19; 20].

Підходи до моделювання динаміки системи «ротор в АМП» як мехатронної мають свої особливості порівняно зі стандартним моделюванням динаміки ротора, оскільки необхідно адекватно враховувати взаємозв'язок електромагнітної та механічної систем. Залежно від потреб і складності системи ці підходи можуть включати наступне:

1. Аналітичне [21] або чисельне [22] визначення параметрів жорсткості та демпфування АМП з подальшим моделюванням динаміки ротора із врахуванням моделі «ротор в пружинно-демпферних опорах» [23].
2. Експериментальна ідентифікація параметрів системи керування АМП [24] з подальшим моделюванням її роботи у зв'язку з відгуком ротора, включаючи валідацію на випробувальному стенді [25], [26].
3. Поглиблене моделювання всіх компонентів АМП [27] з подальшим застосуванням алгоритмів оптимізації [28], зокрема можливостей нейронної мережі [29], для пошуку оптимальних параметрів АМП, які забезпечують систему «ротор в АМП» з найбільш плавним проходженням через резонанси та безпечне функціонування на робочих режимах.

Незважаючи на велику увагу до інноваційних технологій і переваг, які надають АМП, їх

використання обмежене через складність процесу проектування, аналізу та інтеграції в машину. Той факт, що ротори з АМП є мехатронними системами, означає, що в системах одночасно відбуваються як механічні, так і електромагнітні процеси. Таким чином, комплексне моделювання властивостей і особливостей компонентів АМП має вирішальне значення при проектуванні «під ключ» турбомашин з активними магнітними підшипниками або при створенні зразків АМП для існуючих машин для заміни застарілих або неправильно підібраних підшипників іншого типу. Чим адекватнішими є моделі АМП, тим легше стає перехід від цих моделей до реальної конструкції, оскільки це забезпечує інженерам кращу відповідність між параметрами моделі та реальними властивостями компонентів підшипника. Це забезпечує максимально широкі можливості оптимізації з налаштуванням кожної функції певного компонента для досягнення найкращих вібраційних властивостей мехатронної системи «ротор в АМП».

Метою поточної роботи є демонстрація застосовності підходу для моделювання АМП за їх жорсткістними та демпфувальними властивостями без зниження точності моделі, що дозволяє правильно розраховувати динаміку ротора машини.

Підхід в цілому дає змогу підвищити ефективність мехатронної системи за рахунок можливості точного прогнозування динамічної реакції ротора, що дозволяє перейти на такі безфрикційні опори, як АМП, і зменшує втрати на тертя в підшипниках.

Зростаюча популярність АМП серед інженерів і науковців надає цій роботі високу актуальність, а її новизна визначається унікальним набором вхідних параметрів для компонентів АМП, а саме характеристик підсилювача, фізичних властивостей електромагніту, налаштувань контролера, параметрів фільтра згладжування та датчика переміщення, що доступні для оптимізації під час моделювання динаміки ротора розглянутої мехатронної машини.

1. Теоретичні основи підходу.

1.1. Динаміка електромагнітної частини. Для опису динаміки електромагнітної частини використовується частотна область. Зв'язок між частотною областю s і часовою областю t керується перетворенням Лапласа $\mathcal{L}\{\dots\}$, яке для функції загального вигляду $f(t)$, визначеної в діапазоні $t \in [0, +\infty]$, представлено таким оператором [30]:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t) dt. \quad (1)$$

Підхід, представлений у статті, використовує модель пропорційно-інтегрально-похідного (proportional-integral-derivative, PID) регулятора з принципами керування одним входом і одним виходом (single input-single output, SISO), що обумовлює відповідність між напругою підсилювача u та напругою затримки u_{delay} :

$$u(s) = G_{\text{PID}}(s) u_{\text{delay}}(s). \quad (2)$$

Підсилювач розглядається як пристрій транспровідності з обмеженою смугою пропускання, який представляє взаємозв'язок між струмом i_{mag} і напругою u із замкнутим контуром транспровідності $G_{amp}(s)$:

$$i_{mag} = G_{amp}(s) u. \quad (3)$$

Три інші компоненти АМП, а саме датчик, фільтр згладжування та затримка, з'єднані послідовно:

$$u_{delay} = G_{delay}(s) G_{aa}(s) G_{sense}(s) u_{sense} = G_{out}(s) u_{sense}, \quad (4)$$

і це вводить відповідність між переміщенням y_{sense} , виміряним у датчику, та напругою затримки u_{delay} .

Нарешті, співвідношення між струмом і переміщенням, виміряним датчиком, є:

$$i_{mag} = G_{amp}(s) G_{PID}(s) G_{out}(s) u_{sense} = G(s) u_{sense}. \quad (5)$$

Цей зв'язок використовується при розрахунку динамічних коефіцієнтів опор, що є частиною підходу та показано в наступних підрозділах.

1.2. Передатні функції компонентів АМП.

Хоча доведено, що розширені алгоритми керування множинним входом і множинним виходом (multiple input-multiple output, МІМО) [31], такі як H_∞ [32; 33], дають надійні можливості керування [34; 35], експерименти показують [36; 37], що прості аналогові схеми ще можна використовувати як один із варіантів вузлів АМП для турбомашин для отримання переваг керування поведінкою ротора [38].

Таблиця 1 містить формули для передатних функцій компонентів АМП, які моделюють їхню динаміку на основі досвіду наданих документів.

Таблиця 1 – Передатні функції компонентів АМП

Компонент	Передатна функція		
	Формула	Параметр	Значення
Система керування (контролер)	$G_{PID}(s) = (K_D s + K_P) / ((\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)) + K_I / s$	K_D [мкс]	449.3
		K_P [-]	1.362
		K_I [с ⁻¹]	82.6
		τ_1 [мкс]	33
Підсилювач	$G_{amp}(s) = k_{amp} / (s^2 / (4\pi^2 f_{b1}^2) + 2\xi s / (2\pi f_{b1}) + 1)$	τ_2 [мкс]	11
		k_{amp} [-]	1
		f_{b1} [Гц]	1200
		ξ [-]	0.8
Сенсор (датчик переміщення)	$G_{sense}(s) = (u_{max} - u_{min}) / m_r / (s / (2\pi f_{b2}) + 1)$	u_{min} [В]	-25
		u_{max} [В]	25
		m_r [м]	0.001
		f_{b2} [Гц]	8000
Модель затримки вибірки	$G_{delay}(s) \approx (24\tau^2 s^2 + 240) / (\tau^3 s^3 + 12\tau^2 s^2 + 60\tau s + 120) - 1$	τ [мкс]	100
Фільтр згладжування	$G_{aa}(s) = \alpha^2 s^2 / (4\pi^2 f^2) / (s^2 / (4\pi^2 f^2) + 2\beta s / (2\pi f) + 1)$	α [-]	0.95
		β [-]	0.05
		f [Гц]	100

Фільтр згладжування низьких частот другого порядку використовується для підготовки сигналу з сенсора перед тим, як їх дискретизує пропорційно-інтегрально-похідний контролер.

Значення параметрів, наведені в таблиці, використовуються для подальшого розгляду випадку ротора в активних магнітних підшипниках.

1.3. Модель динаміки ротора. Модель динаміки гнучкого ротора, що обертається зі швидкістю Ω , для

скінченно-елементного формулювання описується матричною формою рівнянь рівноваги, включаючи матриці маси $[M]$, демпфування $[C]$, гіроскопічної $[D]$ і жорсткості $[K]$, а також вектор переміщення $\{z\}$ та вектор вузлових сил $\{f\}$ [39]:

$$[M]\{d^2 z / dt^2\} + ([C] + \Omega[D])\{dz / dt\} + [K]\{z\} = \{f\}. \quad (6)$$

Для випадку аналізу синхронних коливань від дії дисбалансу системи «ротор в АМП» вектор вузлових сил можна розділити на сили дисбалансу $\{f_u\}$ і сили в активному магнітному підшипнику $\{f_{AMP}\}$:

$$\{f\} = \{f_u\} + \{f_{AMP}\}. \quad (7)$$

Зв'язок між глобальним вектором сили АМП $\{f_{AMP}\}$ і локальним вектором сили у підшипнику $\{f_a\}$ описується матрицею перетворення «від локального до глобального» $[T_A]$:

$$\{f_{AMP}\} = [T_A]^T \{f_a\}. \quad (8)$$

Ця сама матриця також переводить локальний вектор переміщення в місцях актуаторів $\{z_a\}$ в глобальний вектор переміщення $\{z\}$:

$$\{z_a\} = [T_A]\{z\}. \quad (9)$$

Вектор локальної сили підшипника $\{f_a\}$ загалом є нелінійною функцією керуючих струмів у підшипниках $\{i_a\}$ та вектора локального переміщення в місцях розташування актуаторів $\{z_a\}$. Розгляд малих відхилень навколо точки статичної рівноваги дозволяє спростити цю функцію до лінеаризованої форми:

$$\{f_a\} = k_s \{z_a\} - k_i \{i_a\}. \quad (10)$$

Коефіцієнт підсилення актуатора k_i та номінальна жорсткість актуатора k_s залежать від параметрів актуатора, включаючи магнітну проникність вакууму $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, кількість витків котушок на магніті N , площу поперечного перерізу полюса A , половину кута між двома полюсами θ , струм зміщення i_b і номінальний повітряний зазор s_0 [40; 41]:

$$k_i = (\mu_0 N^2 A \cos \theta i_b) / s_0^2, \quad k_s = -(k_i i_b \cos \theta) / s_0. \quad (11)$$

Струм зміщення i_b визначається на основі необхідного цільового значення жорсткості АМП k_i :

$$i_b = (s_0^3 k_i / (\mu_0 N^2 A \cos \theta (1 + \cos \theta)))^{(1/2)}. \quad (12)$$

Отже, вектор сили АМП можна переписати:

$$\{f_{AMP}\} = [T_A]^T (k_s \{z_a\} - k_i \{i_a\}). \quad (13)$$

Нехтуючи динамікою підсилювача, розглянутою у виразі G_{amp} у Таблиці 1, і припускаючи, що актуатори та відповідні їм сенсори розташовані в одних і тих же місцях, що означає, що $\{y_{sense}\} = \{z_a\}$ (сигнали зміщення в місцях розташування сенсорів дорівнюють переміщенням у місцях розташування актуаторів), рівняння (5) може бути виражене в локальній векторній формі як:

$$\{i_a\} = [G(s)]\{z_a\}, \quad (14)$$

де $[G(s)]$ є діагональною матрицею у випадку керування SISO з діагональними компонентами, що дорівнюють передатним функціям з рівняння (5) з параметрами, індивідуальними для кожного напрямку в кожному АМП (для двох радіальних АМП з двома керованими напрямками це діагональна матриця 4×4).

Якщо далі припустити, що структура АМП однакова в горизонтальному та вертикальному напрямках, а система керування налаштована на еквівалентний зворотний зв'язок у горизонтальному та вертикальному напрямках, це дозволить вважати всі діагональні компоненти в матриці $[G(s)]$ рівними один до одного, і вираз (14) буде спрощений:

$$\{i_a\} = G(s)\{z_a\}, \quad (15)$$

Підставляючи рівняння (7), (13) і (15) у (6) з переходом від змінної перетворення Лапласа до змінної частоти збудження $s = j\omega$, отримуємо:

$$[M]\{d^2z/dt^2\} + ([C] + \Omega[D])\{dz/dt\} + [K]\{z\} - k_s[T_A]^T[T_A]\{z\} + k_tG(j\omega)[T_A]^T[T_A]\{z\} = \{f_u\}. \quad (16)$$

Тут $j = (-1)^{(1/2)}$ – уявна одиниця. В цьому рівнянні єдиним комплексним членом є $k_tG(j\omega)[T_A]^T[T_A] = \Re(k_tG(j\omega)[T_A]^T[T_A]) + j\Im(k_tG(j\omega)[T_A]^T[T_A])$. Оскільки дисбаланс ротора є різновидом гармонічного відгуку ротора через гармонічну силу $\{f_u\} = \Re(\{F_u\}e^{j\omega t})$ з частотою збудження, що збігається зі швидкістю обертання, розв'язок рівняння (16) можна шукати в тій же формі $\{z\} = \Re(\{Z\}e^{j\omega t})$. Підстановка цих форм у рівняння дає наступну зміну:

$$(-\omega^2[M]\{Z\} + j\omega([C] + \Omega[D])\{Z\} + [K]\{Z\} - k_s[T_A]^T[T_A]\{Z\} + k_tG(j\omega)[T_A]^T[T_A]\{Z\})e^{j\omega t} = \{F_u\}e^{j\omega t}. \quad (17)$$

Спрощення та перестановка цього виразу дає:

$$-\omega^2[M]\{Z\} + j\omega([C] + \Omega[D])\{Z\} + \Im(k_tG(j\omega)[T_A]^T[T_A])\{Z\} + ([K] - k_s[T_A]^T[T_A] + \Re(k_tG(j\omega)[T_A]^T[T_A]))\{Z\} = \{F_u\}. \quad (18)$$

Додаткові доданки у другому та третьому членах рівняння рівноваги представляють впливи активних магнітних підшипників на систему ротора. Оскільки вони є доданками до матриць жорсткості та демпфування ротора, їх можна розглядати як матриці жорсткості та демпфування активних магнітних підшипників, які записуються у такій формі:

$$[K_{AMP}] = (-k_s + \Re(k_tG(j\omega)))[T_A]^T[T_A]; \quad (19)$$

$$[C_{AMP}] = \Im(k_tG(j\omega))/\omega)[T_A]^T[T_A].$$

Враховуючи однакові параметри для кожного напрямку кожного АМП і той факт, що частота збудження дорівнює швидкості обертання Ω для синхронних коливань ротора від дії дисбалансу, їхню жорсткість і демпфування в обох напрямках можна розрахувати:

$$k_{AMP} = -k_s + k_t\Re(G(j\omega)); \quad (20)$$

$$c_{AMP} = k_t\Im(G(j\omega))/\omega.$$

Ці прості співвідношення використовуються для розрахунку критичних швидкостей ротора, щоб представити ротор в АМП як у пружинно-демпферних елементах із властивостями, які залежать від швидкості обертання.

2. Дослідження ротора в АМП.

2.1. Передумови використання АМП у роторі.

У роботі [5] розглянуто ротор осевого промислового вентилятора, зображеного на рисунку 1, для визначення його статичної міцності та модальних характеристик на основі тривимірного скінченно-елементного підходу, який дозволяє розрахувати форми коливань, пов'язані з рухом лопаток, диску, валу тощо. Однак у цій статті розглядалися лише перші шість власних частот, які не були пов'язані з коливаннями вала, а підшипники були змодельовані як жорсткі, оскільки власні частоти динаміки ротора були вищими за розглянуті власні частоти.

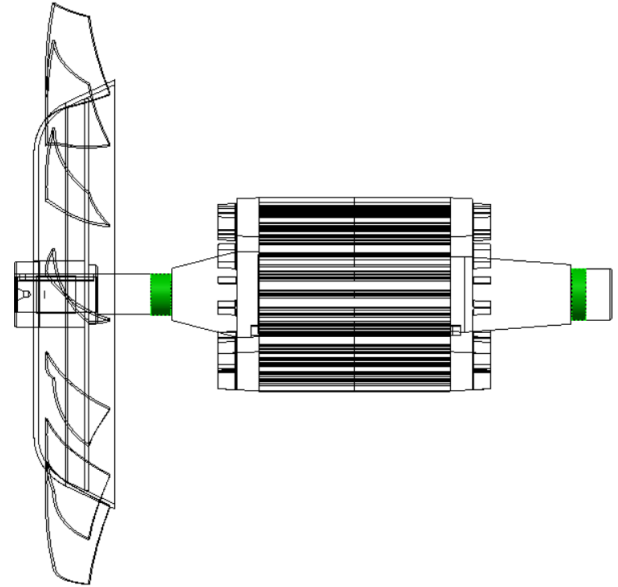


Рис. 1 – Модель ротора з місцями підшипників (зелені)

У проведеному аналізі міцності не враховувалося значне зниження ефективності машини через збільшення втрат на тертя в підшипниках кочення, оскільки це не було предметом цього дослідження. Однак через недовантаження підшипників виникло прослизання тіл кочення, що призвело до необхідності використання збільшеного зазору, але не вирішило питання впливу підшипників кочення на ефективність машини.

Щоб подолати цю проблему, було запропоновано використовувати просту схему опори активного магнітного підшипника з PID-регулюванням SISO, реалізація якої відносно дешева порівняно з розширеними цифровими схемами MIMO, але повинна дати бажану перевагу зменшення втрат на тертя в опорах і має можливість керувати резонансами ротора, які можуть виникати внаслідок переходу від підшипників кочення до активних магнітних підшипників.

2.2. Вхідні параметри для аналізу динаміки ротора. Параметри збірки «Ротор в АМП», що стосуються обертової та електромагнітної частин, представлені в таблиці 2 (струм зміщення змінюється з метою оптимізації).

Таблиця 2 – Властивості АМП та ротора

Компонент	Властивість		
	Назва	Параметр	Значення
Електромагніт	Кількість витків	$N, [-]$	88
	Площа перерізу полюса	$A, [мм^2]$	675
	Кут між полюсами	$2\theta, [^\circ]$	45
	Струм зміщення	$i_b, [A]$	4..8
Актуатор	Коефіцієнт посилення	$k_i, [H/A]$	388..777
	Номинальна жорсткість	$k_s, [MN/m]$	5.74..23
	Номинальний зазор	$s_0, [mm]$	0.25
Ротор	Маса	$m, [kg]$	161
	Діаметральний МІ*	$I_d, [kg \cdot m^2]$	7.154
	Полярний МІ*	$I_p, [kg \cdot m^2]$	2.445
	Розташування ЦВ*	$x_{ЦВ}, [mm]$	337.32
	Діаметр переднього АМП	$D_{II}, [mm]$	55
	Діаметр заднього АМП	$D_3, [mm]$	69.4
	Відстань між АМП	$x_b, [mm]$	594
	Цільова жорсткість АМП	$k_t, [MN/m]$	11..44
	Номинальна швидкість	$\Omega_{ном}, [об/хв]$	3000

*МІ – момент інерції, ЦВ – центр ваги.

Ці параметри разом з передавальними функціями у таблиці 1 використовуються при розрахунках динамічного відгуку збірки «Ротор в АМП».

2.3. Розрахункова модель ротора в АМП.

Тривимірна скінченно-елементна (СЕ) модель, показана на рисунку 2, була створена для розрахунку динамічного відгуку ротора в активних магнітних підшипниках, змодельованих як пружинно-демпферні елементи, з використанням коефіцієнтів жорсткості та демпфування.

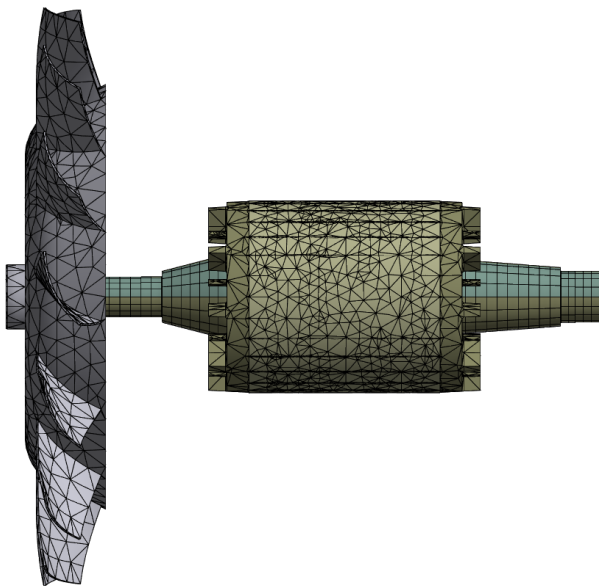


Рис. 2 – СЕ модель ротора для розрахунків

Геометричну модель ротора було модифіковано шляхом спрощення частин, менш важливих для динамічної поведінки ротора як основного фокусу дослідження, щоб зменшити розмір скінченно-елементної моделі, що має 243175 вузлів і 135623 квадратичних скінченних елементів у формі тетраедрів, пірамід та шестигранників, приділяючи особливу увагу до створення впорядкованої сітки для валу як найбільш відповідальної частини для моделювання динамічної поведінки ротора та вільної сітки для зосереджених елементів, які можуть

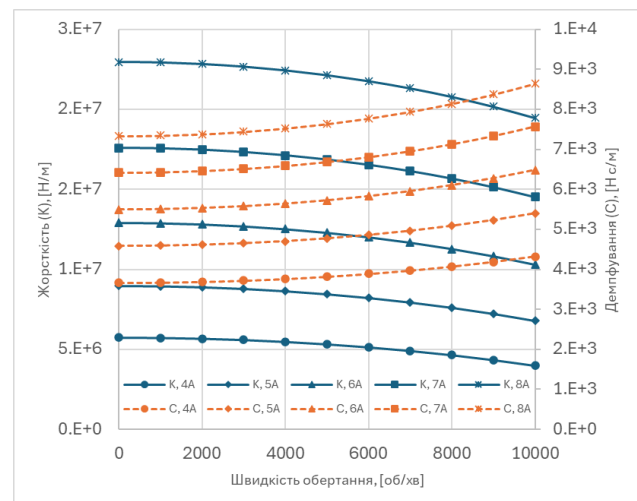
правильно представити їхні розподілені масово-інерційні властивості (похибка сітки менше ніж 2%).

Відповідно до оцінки, зробленої в [5], реакції переднього та заднього підшипників становили приблизно 1000 Н та 500 Н відповідно, що вимагало вибору електромагніту для забезпечення потрібної несучої здатності. У джерелі [27] представлено поглиблене дослідження ротора в АМП з електромагнітами із несучою здатністю 2400 Н, що задовольняло вимоги до поточного ротора. Виходячи з цього, більшість параметрів, наведених у таблиці 1 і таблиці 2, були обрані відповідно до цього джерела з деякою поправкою на розмір і модальні характеристики досліджуваної конструкції. Це відноситься до використання фільтра низьких частот другого порядку для відсікання критичної швидкості обертання ротора, яка дорівнює 113 об/с.

3. Результати та обговорення.

3.1. Жорсткість та демпфування АМП.

Незважаючи на те, що номінальна швидкість ротора становить 3000 об/хв, коефіцієнти жорсткості та демпфування активних магнітних підшипників були розраховані до 10000 об/хв, щоб дати уявлення про можливі резонанси через наявність форм коливань ротора як твердого тіла та для різних значень струму зміщення, щоб знайти оптимальні параметри АМП. Рисунок 3 показує залежність цих коефіцієнтів від швидкості обертання ротора. Вона використовується для розрахунку критичних швидкостей ротора у пружинно-демпферних елементах із прямим коефіцієнтами жорсткості та демпфування.

Рис. 3 – Жорсткість та демпфування АМП в залежності від швидкості обертання для $i_b = 4 \text{ A}..8 \text{ A}$

3.2. Динаміка ротора в АМП.

Як згадувалося в попередньому абзаці, розрахунок жорсткості та демпфування АМП проводився для змінного струму зміщення, що дозволило визначити критичні швидкості (КШ) ротора зворотної прецесії (ЗП) і прямої прецесії (ПП) для цього варіанту, показаного на рисунку 4, і необхідне значення струму зміщення, щоб не було резонансів у діапазоні частоти обертання.

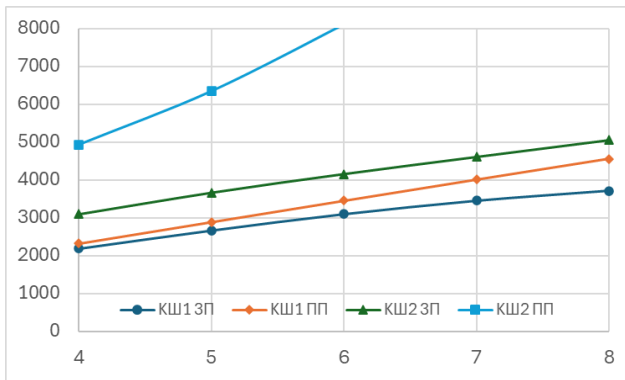


Рис. 4 – Залежність перших двох КШ, [об/хв] для ЗП та ПП від струму зміщення, [А]

Як впливає з рисунка, струм зміщення 8 А призводить до 20% запасу вище номінальної швидкості обертання (ШО) ротора відносно перших КШ, що відповідають прямій та зворотній прецесії, що робить його жорстким (під час пусків і зупинок ротора не виникає резонансів). На рисунку 5 показана діаграма Кемпбелла для цього значення струму зміщення з відповідними формами коливань (ФК).

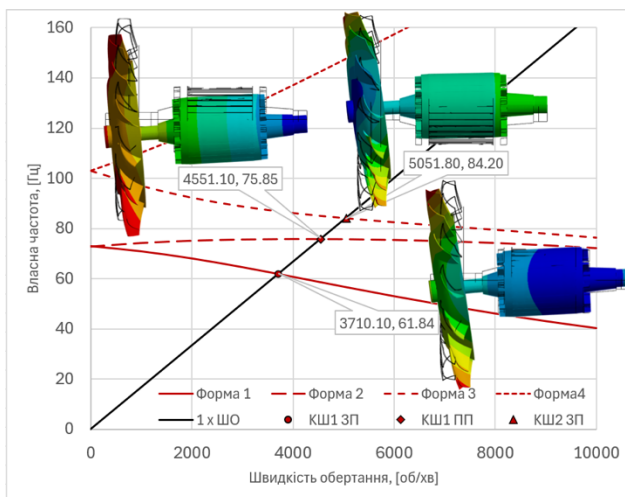


Рис. 5 – Діаграма Кемпбелла для АМП з коефіцієнтам жорсткості та демпфування, визначеними для $i_b = 8$ А

Перші КШ, що відповідають зворотній і прямій прецесії та пов'язані з комбінованими режимами коливань ротора як твердого та гнучкого тіла, становлять приблизно 3710 об/хв та 4551 об/хв відповідно, що дозволяє зробити висновок, що використання АМП з вибраними параметрами в роторі призводить до його нерезонансної роботи для всього діапазону швидкостей обертання.

Висновки. У роботі представлено підхід, який дозволяє ідентифікувати коефіцієнти жорсткості і демпфування активних магнітних підшипників для їх використання в розрахунках динаміки ротора з метою обґрунтування можливості впровадження АМП в існуючу роторну машину для підвищення її ефективності, яка знизилася через неефективну роботу підшипників кочення. Підхід базується на розгляді динаміки компонентів АМП у вигляді відповідних передавальних функцій. Результати динамічного

відгуку ротора машини, встановленої в активних магнітних підшипниках з PID-регулюванням SISO та іншими параметрами, спеціально налаштованими для розглянутої конструкції, вказують на нерезонансну роботу ротора промислового вентилятора в АМП, що дозволяє подальше використання цих підшипників для підвищення ККД розглянутого вентилятора приблизно на 10% за рахунок переходу від підшипників кочення до безфрикційних АМП.

Фінансування. Це дослідження підтримано та частково профінансовано Національним фондом досліджень України (грант НФДУ № 2023.03/0255).

Список літератури

1. Martynenko G. Numerical simulation of missile warhead operation / G. Martynenko, M. Chernobryvko, K. Avramov, V. Martynenko, A. Tonkonozhenko, V. Kozharin, D. Klymenko // *Advances in Engineering Software*. – 2018. – Vol. 123. – P. 93-103. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2018.07.001>
2. Merculov V. Peculiarities of the Modelling of the Bird Dynamic Impact on Fan Blades of an Aircraft Turbojet Engine at Operating Modes / V. Merculov, M. Kostin, G. Martynenko, N. Smetankina, V. Martynenko // *Lecture Notes in Networks and Systems*. – 2022. – Vol. 367. – P. 462-473. https://doi.org/10.1007/978-3-030-94259-5_39
3. Merculov V. Force Simulation of Bird Strike Issues of Aircraft Turbojet Engine Fan Blades / V. Merculov, M. Kostin, G. Martynenko, N. Smetankina, V. Martynenko // *Lecture Notes in Networks and Systems*. – 2022. – Vol. 305. – P. 129-141. https://doi.org/10.1007/978-3-030-83368-8_13
4. Merculov V. Improving the accuracy of the behaviour simulation of the material of the turbojet aircraft engine fan rotor blades in the event of a bird strike by using adapted finite element computational models / V. Merculov, M. Kostin, G. Martynenko, N. Smetankina, V. Martynenko // *Mater Today Proceedings*. – 2022. – Vol. 59. – P. 1797-1803. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.04.381>
5. Martynenko V. Analysis of Strength and Bearing Capacity of the Auxiliary Mine Ventilation Fan Connected to the Rotor of Its Electrical Drive / V. Martynenko // *2020 IEEE KhPI Week on Advanced Technology*. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2020. – P. 19-23. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250078>
6. Martynenko G. Identification of Computational Models of the Dynamics of Gas Turbine Unit Rotors with Magnetic Bearings by Incomplete Data for Design Automation / G. Martynenko, V. Martynenko // *Lecture Notes in Networks and Systems*. – 2021. – Vol. 188. – P. 451-463. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_38
7. Martynenko G. Computer Modeling and Simulation Analysis of Linear and Nonlinear Phenomena of Rotor Dynamics in Systems with Magnetic Bearings / G. Martynenko, V. Martynenko // *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology*. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2021. – P. 213-217. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570097>
8. Moon F. C. Superconducting levitation: applications to bearings and magnetic transportation / F. C. Moon, P.-Z. Chang. – Weinheim: Wiley, 2008. – 310 p.
9. Martynenko G. Permanent Magnets with Magnetizing Winding for Varying Mechanical Stiffness / G. Martynenko, V. Martynenko // *2021 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems*. – Kremenchuk: Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, 2021. – P. 1-6. <https://doi.org/10.1109/MEES52427.2021.9598716>
10. Weise D. An Introduction and Case History Review of Active Magnetic Bearings / D. Weise, F. Pinckley // *Proceedings of the Eighteenth Turbomachinery Symposium*. – Texas: Texas A&M University, 1989. – P. 121-126.
11. Schweitzer G. Active magnetic bearings-chances and limitations / G. Schweitzer // *6th International Conference on Rotor Dynamics*. – Sydney: The University of New South Wales, 2002. – P. 1-14.
12. Masala A. Lateral Rotordynamic Analysis and Testing of a Vertical High Speed 12.5MW Motorcompressor / A. Masala, G. Vannini, M. Lacour, F.-M. Tassel, M. Camatti // *12th International Symposium on Magnetic Bearings*. – Wuhan, 2010. – P. 8-13.

13. Park H. A study on structural design and analysis of small wind turbine blade with natural fibre(flax) composite / H. Park // *Advanced Composite Materials*. – 2016. – Vol. 25, No. 2. P. 125-142. <https://doi.org/10.1080/09243046.2015.1052186>
14. Lee J.-Y. Sound and Vibration Signal Analysis using Improved Short-Time Fourier Representation / J.-Y. Lee // *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*. – 2013. – Vol. 7. – P. 811-819. <https://doi.org/10.15282/ijame.7.2012.1.0066>
15. Duesterhaupt S. High temperature active magnetic bearings in industrial steam turbines / S. Duesterhaupt, H. Neumann, T. Rottenbach, C. Vanek, F. Worlitz // 15th International Symposium on Magnetic Bearings. – Kitakyushu: Mojiko hotel, 2018. – P. 50-57.
16. Khatri R. Design and Prototype Test Data for a 300 kW AMB-Supported Turbine Generator for Natural Gas Pressure Letdown / R. Khatri, L. Hawkins, M. Ortiz Neri, F. Cangiolli, D. Biliotti // *ASME Turbo Expo 2019*. – Phoenix: Phoenix Convention Center, 2019. – P. 1-11. <https://doi.org/10.1115/GT2019-91172>
17. Schweitzer G. Applications and Research Topics for Active Magnetic Bearings / G. Schweitzer // *IUTAM Symposium on Emerging Trends in Rotor Dynamics*. – New Delhi: Indian Institute of Technology, 2011. – P. 263-273. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0020-8_23
18. Kimman M. H. A miniature milling spindle with Active Magnetic Bearings / M. H. Kimman, H. H. Langen, R. H. Munnig Schmidt // *Mechatronics*. – 2010. – Vol. 20, No. 2. – P. 224-235. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2009.11.010>
19. Han B. Design aspects of a large scale turbomolecular pump with active magnetic bearings / B. Han, Z. Huang, Y. Le // *Vacuum*. – 2017. – Vol. 142. – P. 96-105. <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2016.12.010>
20. Palazzolo A. B. Zero Gravity Test of a 40,000 RPM Flywheel / A. B. Palazzolo, E. Thomas, F. Little, J. Preuss, R. Tucker, A. Provenza // 13th International Symposium on Magnetic Bearings. – Arlington: University of Virginia, 2012. – P. 1-14.
21. Jin C. Active Magnetic Bearings Stiffness and Damping Identification from Frequency Characteristics of Control System / C. Jin, Y. Xu, J. Zhou, C. Cheng // *Shock and Vibration*. – 2016. – Vol. 2016. – P. 1-8. <https://doi.org/10.1155/2016/1067506>
22. Sun J. Dynamic Stiffness Analysis and Measurement of Radial Active Magnetic Bearing in Magnetically Suspended Molecular Pump / J. Sun, H. Zhou, Z. Ju // *Scientific Reports*. – 2020. – Vol. 10, No. 1. – P. 1-16. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-57523-8>
23. Li Y. Dynamics of magnetic suspension rotor system of turbo-expander / Y. Li, G. Lei, Y. Sun, L. Wang // *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*. – 2017. – Vol. 54, No. 1. – P. 1-12. <https://doi.org/10.3233/JAE-160043>
24. Xu Y. Identification of dynamic stiffness and damping in active magnetic bearings using transfer functions of electrical control system / Y. Xu, J. Zhou, C. Jin // *Journal of Mechanical Science and Technology*. – 2019. – Vol. 33, No. 2. – P. 571-577. <https://doi.org/10.1007/s12206-019-0110-y>
25. Tonoli A. Rotors on Active Magnetic Bearings: Modeling and Control Techniques / A. Tonoli, A. Bonfitto, M. Silvagni, L. D. Suarez // *Advances in Vibration Engineering and Structural Dynamics*. – 2012. – P. 1-28. <https://doi.org/10.5772/51298>
26. Mushi S. E. Design, construction, and modeling of a flexible rotor active magnetic bearing test rig / S. E. Mushi, Z. Lin, P. E. Allaire // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. – 2012. – Vol. 17, No. 6. P. 1170-1182. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2011.2160456>
27. Schweitzer G. Magnetic bearings: Theory, design, and application to rotating machinery / G. Schweitzer, E. H. Maslen. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. – 535 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-00497-1>
28. Betancor J. Radial active magnetic bearing design optimization / J. Betancor, M. N. Sahinkaya, Y. H. Zweiri // *Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics – IFToMM. IFToMM 2018. Mechanisms and Machine Science*. – 2019. – Vol. 60. – P. 321-334. https://doi.org/10.1007/978-3-319-99262-4_23
29. Achkar R. Neural Network's Implementation to Control An Active Magnetic Bearing / R. Achkar, C. Nasr, J. De Miras, A. Charara // *10th International Symposium on Magnetic Bearings*. – Martigny, 2006. – P. 1-6.
30. Skogestad S. Multivariable Feedback Control: Analysis and Design / S. Skogestad, I. Postlethwaite. – Chichester: Wiley, 2005 – 572 p.
31. Rai S. MIMO Repetitive Control of an Active Magnetic Bearing Spindle / S. Rai, G. Cavalier, J. Simonelli, T.-C. Tsao // *IFAC-PapersOnLine*. – 2016. – Vol. 49, No. 21. – P. 192-199. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.10.545>
32. Glover K. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to risk sensitivity / K. Glover, J.C. Doyle // *Systems & Control Letters*. – 1988. – Vol. 11, No. 3. – P. 167-172. [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(88\)90055-2](https://doi.org/10.1016/0167-6911(88)90055-2)
33. Yue A. Improvement of helicopter handling qualities using H^∞ -optimisation / A. Yue, I. Postlethwaite // *IEEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*. – 1990. – Vol. 137, No. 3. – P. 115. <https://doi.org/10.1049/ip-d.1990.0016>
34. Gosiewski Z. Robust control of active magnetic suspension: Analytical and experimental results / Z. Gosiewski, A. Mystkowski // *Mechanical Systems and Signal Processing*. – 2008. – Vol. 22, No. 6. – P. 1297-1303. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2007.08.005>
35. Gu D.-W. Robust Control Design with MATLAB® / D.-W. Gu, P.H. Petkov, M.M. Konstantinov. – London: Springer London, 2013. – 468 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4682-7>
36. Mushi S. E. Design, Construction, and Modeling of a Flexible Rotor Active Magnetic Bearing Test Rig / S. E. Mushi, Z. Lin, P. E. Allaire // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. – 2012. – Vol. 17, No. 6. – P. 1170-1182. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2011.2160456>
37. Liu Y. Research on Automatic Balance Control of Active Magnetic Bearing-Rigid Rotor System / Y. Liu, S. Ming, S. Zhao, J. Han, Y. Ma // *Shock and Vibration*. – 2019. – Vol. 2019. – P. 1-13. <https://doi.org/10.1155/2019/3094215>
38. Yoon S. Y. Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings / S. Y. Yoon, Z. Lin, P. E. Allaire. – London: Springer London, 2013. – 275 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4240-9>
39. Vollan A. Computational Techniques of Rotor Dynamics with the Finite Element Method / A. Vollan, L. Komzsik. – Boca Raton: CRC Press, 2012. – 296 p. <https://doi.org/10.1201/b11765>
40. Chiba A. Magnetic Bearings and Bearingless Drives / A. Chiba, T. Fukao, O. Ichikawa, M. Oshima, M. Takemoto, D.G. Dorrell. – Oxford: Elsevier, 2005. – 381 p. <https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-5727-3.X5000-7>
41. Polajžer B. Magnetic Bearings, Theory and Applications / B. Polajžer. – Heidelberg: Springer Berlin, 2010. – 535 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-00497-1>

References (transliterated)

1. Martynenko G., Chernobryvko M., Avramov K., Martynenko V., Tonkonozhenko A., Kozharin V., Klymenko D. Numerical simulation of missile warhead operation. *Advances in Engineering Software*. 2018, vol. 123, pp. 93-103. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2018.07.001>
2. Merculov V., Kostin M., Martynenko G., Smetankina N., Martynenko V. Peculiarities of the Modelling of the Bird Dynamic Impact on Fan Blades of an Aircraft Turbojet Engine at Operating Modes. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022, vol. 367, pp. 462-473. https://doi.org/10.1007/978-3-030-94259-5_39
3. Merculov V., Kostin M., Martynenko G., Smetankina N., Martynenko V. Force Simulation of Bird Strike Issues of Aircraft Turbojet Engine Fan Blades. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022, vol. 305, pp. 129-141. https://doi.org/10.1007/978-3-030-83368-8_13
4. Merculov V., Kostin M., Martynenko G., Smetankina N., Martynenko V. Improving the accuracy of the behaviour simulation of the material of the turbojet aircraft engine fan rotor blades in the event of a bird strike by using adapted finite element computational models. *Mater Today Proceedings*. 2022, vol. 59, pp. 1797-1803. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.04.381>
5. Martynenko V. Analysis of Strength and Bearing Capacity of the Auxiliary Mine Ventilation Fan Connected to the Rotor of Its Electrical Drive. *2020 IEEE KhPI Week on Advanced Technology*. Kharkiv, NTU “KhPI”, 2020, P. 19-23. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek51551.2020.9250078>
6. Martynenko G., Martynenko V. Identification of Computational Models of the Dynamics of Gas Turbine Unit Rotors with Magnetic Bearings by Incomplete Data for Design Automation. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2021, vol. 188, pp. 451-463. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_38

7. Martynenko G., Martynenko V. Computer Modeling and Simulation Analysis of Linear and Nonlinear Phenomena of Rotor Dynamics in Systems with Magnetic Bearings. *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology*. Kharkiv, NTU "KhPI", 2021, pp. 213-217. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570097>
8. Moon F.C., Chang P.-Z. Superconducting levitation: applications to bearings and magnetic transportation. Weinheim, Wiley, 2008. 310 p.
9. Martynenko G., Martynenko V. Permanent Magnets with Magnetizing Winding for Varying Mechanical Stiffness. *2021 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems*. Kremenchuk, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, 2021, pp. 1-6. <https://doi.org/10.1109/MEES52427.2021.9598716>.
10. Weise D., Pinckley F. An Introduction and Case History Review of Active Magnetic Bearings. *Proceedings of the Eighteenth Turbomachinery Symposium*. Texas, Texas A&M University, 1989, pp. 121-126.
11. Schweitzer G. Active magnetic bearings-chances and limitations. *6th International Conference on Rotor Dynamics*. Sydney, the University of New South Wales, 2002, pp. 1-14.
12. Masala A., Vannini G., Lacour M., Tassel F.-M., Camatti M. Lateral Rotordynamic Analysis and Testing of a Vertical High Speed 12.5MW Motorcompressor. *12th International Symposium on Magnetic Bearings*. Wuhan, 2010, pp. 8-13.
13. Park H. A study on structural design and analysis of small wind turbine blade with natural fibre(flax) composite. *Advanced Composite Materials*. 2016, vol. 25, no. 2, pp. 125-142. <https://doi.org/10.1080/09243046.2015.1052186>
14. Lee J.-Y. Sound and Vibration Signal Analysis using Improved Short-Time Fourier Representation. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*. 2013, vol. 7, pp. 811-819. <https://doi.org/10.15282/ijame.7.2012.1.0066>
15. Duesterhaupt S., Neumann H., Rottenbach T., Vanek C., Worlitz F. High temperature active magnetic bearings in industrial steam turbines. *15th International Symposium on Magnetic Bearings*. Kitakyushu, Mojiko hotel, 2018, pp. 50-57.
16. Khatri R., Hawkins L., Ortiz Neri M., Cangioli F., Biliotti D. Design and Prototype Test Data for a 300 kW AMB-Supported Turbine Generator for Natural Gas Pressure Letdown. *ASME Turbo Expo 2019*. Phoenix, Phoenix Convention Center, 2019, pp. 1-11. <https://doi.org/10.1115/GT2019-91172>
17. Schweitzer G. Applications and Research Topics for Active Magnetic Bearings. *IUTAM Symposium on Emerging Trends in Rotor Dynamics*. New Delhi, Indian Institute of Technology, 2011, pp. 263-273. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0020-8_23
18. Kimman M. H., Langen H. H., Munnig Schmidt R. H. A miniature milling spindle with Active Magnetic Bearings. *Mechatronics*. 2010, vol. 20, no. 2, pp. 224-235. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2009.11.010>
19. Han B., Huang Z., Le Y. Design aspects of a large scale turbomolecular pump with active magnetic bearings. *Vacuum*. 2017, vol. 142, pp. 96-105. <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2016.12.010>
20. Palazzolo A. B., Thomas E., Little F., Preuss J., Tucker R., Provenza A. Zero Gravity Test of a 40,000 RPM Flywheel. *13th International Symposium on Magnetic Bearings*. Arlington, University of Virginia, 2012, pp. 1-14.
21. Jin C., Xu Y., Zhou J., Cheng C. Active Magnetic Bearings Stiffness and Damping Identification from Frequency Characteristics of Control System. *Shock and Vibration*. 2016, vol. 2016, pp. 1-8. <https://doi.org/10.1155/2016/1067506>
22. Sun J., Zhou H., Ju Z. Dynamic Stiffness Analysis and Measurement of Radial Active Magnetic Bearing in Magnetically Suspended Molecular Pump. *Scientific Reports*. 2020, vol. 10, no. 1, pp. 1-16. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-57523-8>
23. Li Y., Lei G., Sun Y., Wang L. Dynamics of magnetic suspension rotor system of turbo-expander. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*. 2017, vol. 54, no. 1, pp. 1-12. <https://doi.org/10.3233/JAE-160043>
24. Xu Y., Zhou J., Jin C. Identification of dynamic stiffness and damping in active magnetic bearings using transfer functions of electrical control system. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2019, vol. 33, no. 2, pp. 571-577. <https://doi.org/10.1007/s12206-019-0110-y>
25. Tonoli A., Bonfitto A., Silvagni M., Suarez L. D. Rotors on Active Magnetic Bearings: Modeling and Control Techniques. *Advances in Vibration Engineering and Structural Dynamics*. 2012, pp. 1-28. <https://doi.org/10.5772/51298>
26. Mushi S. E., Lin Z., Allaire P. E. Design, construction, and modeling of a flexible rotor active magnetic bearing test rig. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2012, vol. 17, no. 6, pp. 1170-1182. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2011.2160456>
27. Schweitzer G., Maslen E. H. *Magnetic bearings: Theory, design, and application to rotating machinery*. Berlin, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. 535 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-00497-1>
28. Betancor J., Sahinkaya M. N., Zweiri Y. H. Radial active magnetic bearing design optimization. *Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics – IFTOMM. IFTOMM 2018. Mechanisms and Machine Science*. 2019, vol. 60, pp. 321-334. https://doi.org/10.1007/978-3-319-99262-4_23
29. Achkar R., Nasr C., De Miras J., Charara A. Neural Network's Implementation to Control An Active Magnetic Bearing. *10th International Symposium on Magnetic Bearings*. Martigny, 2006, pp. 1-6.
30. Skogestad S., Postlethwaite I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. Chichester, Wiley, 2005. 572 p.
31. Rai S., Cavalier G., Simonelli J., Tsao T.-C. MIMO Repetitive Control of an Active Magnetic Bearing Spindle. *IFAC-PapersOnLine*. 2016, vol. 49, no. 21, pp. 192-199. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.10.545>
32. Glover K., Doyle J. C. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to relations to risk sensitivity. *Systems & Control Letters*. 1988, vol. 11, no. 3, pp. 167-172. [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(88\)90055-2](https://doi.org/10.1016/0167-6911(88)90055-2)
33. Yue A. Improvement of helicopter handling qualities using H^∞ -optimisation / A. Yue, I. Postlethwaite // IEE Proceedings D (Control Theory and Applications). – 1990. – Vol. 137, No. 3. – P. 115. <https://doi.org/10.1049/ip-d.1990.0016>
34. Gosiewski Z., Mystkowski A. Robust control of active magnetic suspension: Analytical and experimental results. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2008, vol. 22, no. 6, pp. 1297-1303. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2007.08.005>
35. Gu D.-W., Petkov P.H., Konstantinov M. M. *Robust Control Design with MATLAB®*. London, Springer London, 2013. 468 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4682-7>
36. Mushi S.E., Lin Z., Allaire P.E. Design, Construction, and Modeling of a Flexible Rotor Active Magnetic Bearing Test Rig. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2012, vol. 17, no. 6, p. 1170-1182. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2011.2160456>
37. Liu Y., Ming S., Zhao S., Han J., Ma Y. Research on Automatic Balance Control of Active Magnetic Bearing-Rigid Rotor System. *Shock and Vibration*. 2019, vol. 2019, pp. 1-13. <https://doi.org/10.1155/2019/3094215>
38. Yoon S. Y., Lin Z., Allaire P. E. *Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings*. London, Springer London, 2013. 275 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4240-9>
39. Vollan A., Komzsik L. *Computational Techniques of Rotor Dynamics with the Finite Element Method*. Boca Raton, CRC Press, 2012. 296 p. <https://doi.org/10.1201/b11765>
40. Chiba A., Fukao T., Ichikawa O., Oshima M., Takemoto M., Dorrell D.G. *Magnetic Bearings and Bearingless Drives*. Oxford, Elsevier, 2005. 381 p. <https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-5727-3.X5000-7>
41. Polajžer B. *Magnetic Bearings, Theory and Applications*. Heidelberg, Springer Berlin, 2010. 535 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-00497-1>

Надійшло (received) 15.10.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Мартиненко Володимир Геннадійович (Martynenko Volodymyr) – кандидат технічних наук, старший дослідник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», докторант кафедри «Математичне моделювання та інтелектуальні обчислення в інженерії»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-68-79; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9471-0905>; e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com