

В. Б. УСПЕНСЬКИЙ, О. С. ДОГАДАЙЛО

РЕАЛІЗАЦІЯ ОПТИМАЛЬНОЇ РЕКОНФІГУРАЦІЇ РОЮ БПЛА

Сьогодні застосування БПЛА коптерного типу у різних галузях господарства є економічно виправданим та інколи безальтернативним. Наступним кроком до підвищення ефективності такої технології є використання груп БПЛА, об'єднаних однією задачею. Якщо такі групи містять велику кількість апаратів, розташованих досить щільно, їх називають роями. Наочним загально відомим прикладом застосування роїв квадрокоптерів є створення у небі візуальних образів та їх перетворення за певною програмою. Очевидно, що можливості таких структур набагато ширші і вони мають дуже гарні перспективи у майбутньому. Але для реалізації таких можливостей необхідно розв'язати низку задач, починаючи з методів отримання та обміну поточною інформацією між членами групи, закінчуючи стратегічним плануванням та оперативним керуванням окремими апаратами. Ці задачі обтяжуються додатковими умовами безпеки та оптимальності функціонування. В даній статті розглянуто моделювання оптимальної реконфігурації великої групи БПЛА із фактичного початкового стану у бажаний кінцевий. Для кожного апарату визначається кінцева точка, в яку він буде рухатись. Така задача має не єдиний розв'язок, тому додано критерій оптимальності – тривалість повної реконфігурації, яку треба мінімізувати. Задача розглядається в умовах однакової та постійної швидкості польоту усіх БПЛА коптерного типу. Аналіз усіх варіантів є неможливим, бо обчислювальна складність такого методу пропорційна N факторіал, де N – кількість БПЛА в групі. Розроблено квазіоптимальний метод, складність якого пропорційна N . Шляхом статистичного моделювання доведена його ефективність, яку можна порівняти із ефективністю оптимального методу. Отримано також непрямі оцінки його ефективності у загальному випадку. Розглянуто конкретні приклади реконфігурації рою. Описано та досліджено алгоритм запобігання зіткнень БПЛА під час руху за призначеними траєкторіями. Отримані результати є складовою частиною комплексу задач з навігації та управління БПЛА в умовах великої щільної групи.

Ключові слова: БПЛА, рій, оптимальна реконфігурація, мінімальна тривалість перельоту, запобігання зіткнень

V. USPENSKYI, O. DOHADAILO

IMPLEMENTATION OF OPTIMAL RECONFIGURATION OF UAV SWARM

Now the use of copter-type UAVs in various sectors of the economy is economically justified and sometimes has no alternative. The next step to increase the efficiency of such technology is the use of groups of UAVs united by a single task. If such groups contain a large number of devices located quite densely, they are called swarms. A clear, well-known example of the use of swarms of quadcopters is the creation of visual images in the sky and their transformation according to a certain program. Obviously, the possibilities of such structures are much wider and they have very good prospects in the future. But in order to realize such opportunities, it is necessary to solve a number of problems, starting with methods of obtaining and exchanging current information between group members, ending with strategic planning and operational management of individual devices. These tasks are burdened by additional conditions of safety and optimal functioning. This article considers the modeling of the optimal reconfiguration of a large group of UAVs from the actual initial state to the desired final state. For each device, the final point to which it will move is determined. Such a problem does not have a unique solution, therefore an optimality criterion was added – the duration of complete reconfiguration, which must be minimized. The task is considered under conditions of the same and constant flight speed of all copter-type UAVs. Analysis of all options is impossible, because the computational complexity of such a method is proportional to the N factorial, where N is the number of UAVs in the group. A quasi-optimal method has been developed, the complexity of which is proportional to N . Statistical modeling has proven its effectiveness, which can be compared with the effectiveness of the optimal method. Indirect estimates of its effectiveness in the general case were also obtained. Specific examples of swarm reconfiguration are considered. The algorithm for preventing collisions of UAVs while moving along designated trajectories is described and studied. The obtained results are an integral part of the set of tasks for navigation and control of UAVs in the conditions of a large dense group.

Keywords: UAV, swarm, optimal reconfiguration, minimum flight duration, collision avoidance

Проблема, що розглядається, та аналіз її стану. Розглядається велика сукупність БПЛА, що складають групу. Прикладом такої групи може бути так званий "рій", тобто щільна група відносно невеликих апаратів, зазвичай коптерного типу [1]. Такі угруповання можуть використовуватись з різними цілями, серед яких найвідоміша – це "космічні шоу". В них апарати складають у небі певні візуальні образи та час від часу змінюють їх. Реалізація такої групової поведінки неможлива без вирішення досить складних та специфічних задач. Серед них можна вказати наступні: (1) локальне управління кожним апаратом у залежності від поставленої перед ним цілі; (2) високоточне визначення положення апаратів для забезпечення безпеки в умовах високої щільності та збереження певної конфігурації; (3) визначення структури групи БПЛА, що забезпечить узгодженість поведінки різних апаратів; (4) планування переміщень апаратів при реконфігурації групи. Дана робота є продовженням

досліджень авторів та спирається на результати, отримані раніше. Тому за доцільне вважаємо вказати, що перша задача з перелічених вище нами розв'язана у [2], розв'язок другої та третьої задач дається в [3], дана стаття присвячена четвертій задачі. Зупинимось на ній докладніше. Початковий стан апаратів є відомим та задається координатами усіх БПЛА. Потрібний кінцевий стан групи також відомий, але як сукупність точок у просторі, в які врешті решт повинні потрапити БПЛА. За умов, що максимальна швидкість руху БПЛА у будь-якому напрямі однакова для всіх апаратів, треба для кожного БПЛА визначити кінцеву точку-ціль таким чином, щоб реконфігурація усієї групи зайняла найменший час. Метод отримання квазіоптимального рішення стисло викладено в роботі [4]. В даній статті метод викладено більш докладно, доповнено алгоритмом запобігання зіткнень БПЛА в процесі перебудови та новими результатами моделювання.

Питання управління групою БПЛА розглядаються у літературі з різних точок зору. По-перше, це вибір архітектури групи та здійснення комунікації між її членами. Різні типи архітектури групи БПЛА наведені у [5]. В [3] пропонується розвиток структури з базовою станцією, доповненою додатковим зв'язком між апаратами в групі, що дозволяє більш повно реалізувати принципи відносної навігації. Друге важливе питання – це забезпечення стійкості групи БПЛА в умовах перешкод [6]. Задача геометричної реконфігурації групи, більш схожа з тією, що розглядається у статті, аналізується в [7]. Останні два випадки належать до стратегічного планування реконфігурації. Третій аспект тематики – це задачі оперативного керування польотом окремих БПЛА з оптимізацією тривалості та з обмеженнями щодо можливих зіткнень [8], розробка оптимальних контролерів [9], багатокритеріальна оптимізація траєкторій БПЛА в групі [10] і т.д. Але всі перелічені роботи здебільшого відносяться до кількох апаратів, тобто мова не йде про планування скоординованих польотів для групи БПЛА, що нараховує кілька сотень агентів. У цьому сенсі постановка задачі та підхід до її розв'язання, що пропонується у даній статті, є досить новим. Нарешті, в [11] знаходимо сучасний огляд тематики використання роїв БПЛА та її основних задач. Згідно із цією роботою, потенційні можливості використання роїв у різних сферах, специфіка їх організації, методів функціонування та взаємодії між елементами дозволяє казати про роєвий інтелект, як окрему концепцію розподіленої обробки інформації. Питання безпеки експлуатації БПЛА залишається найважливішим. Сучасні технології запобігання зіткнень дронів з перешкодами на основі використання різних сенсорів викладені у [12]. Методи зменшення ймовірності зіткнень пілотованих літальних апаратів з дронами розглядаються [13]. В роботі [14] пропонується розвиток методології запобігання зіткнень роїв дронів між собою або з перешкодами на підставі вдосконалення інформаційного обміну між агентами рою, в [15] така ж задача вирішується за допомогою візуальної інформації та керування швидкістю. Інформація стосовно наявності перешкод передається через віртуальні поля відштовхування та тяжіння, які реалізовані в бортових алгоритмах управління дронів. Подібна стратегія розвивається у даній статті, але для умов підвищеної щільності рою та впорядкування руху його агентів.

Математична постановка задачі. Початкове положення БПЛА задається координатами $\{x_n, y_n\}$, $n = 1, 2, \dots, N$, N – кількість апаратів у групі. Кількість точок кінцевого положення також дорівнює N . Координати кінцевих точок $\{x_k^*, y_k^*\}$, $k = 1, 2, \dots, N$ відомі, нумерація кінцевих точок довільна. Оскільки за припущенням всі апарати рухаються у будь-якому напрямі з однаковою та постійною швидкістю, то час перельоту є пропорційним відстані між відповідною початковою точкою та кінцевою. Тому далі матимемо

на увазі, що мінімізація параметру "відстань між точками" еквівалентна мінімізації параметру "час перельоту".

Взаємне положення початкових та кінцевих точок задамо у вигляді матриці

$$\begin{pmatrix} \rho_{11} & \hat{\rho}_{12} & \dots & \rho_{1k} & \dots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{21} & \dots & \rho_{2k} & \dots & \hat{\rho}_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & \hat{\rho}_{nk} & \dots & \rho_{nN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{\rho}_{N1} & \rho_{N2} & \dots & \rho_{Nk} & \dots & \rho_{NN} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де $\rho_{nk} = \sqrt{(x_n - x_k^*)^2 + (y_n - y_k^*)^2}$ – відстань між відповідною початковою та кінцевою точками; номер рядка n – номер початкової точки, номер стовпця k – номер кінцевої точки.

Сформулюємо задачу. Позначимо $\mathfrak{R}_s = \{r_n\}_{n=1, \dots, N}$ – конкретну перестановку з номерів кінцевих точок. Кількість таких перестановок складає $N!$ (N факторіал). Число r_n будемо інтерпретувати, як номер кінцевої точки, в яку планується перехід з початкової точки n . Треба знайти таку сукупність переходів з початкових точок в кінцеві, щоб максимальна відстань переходу була мінімальною. Іншими словами, треба знайти послідовність ρ_{nk} , таку, щоб у кожному рядку та кожному стовпці матриці був тільки один член цієї послідовності. Відповідний елемент матриці будемо називати "активним". Тобто обмеженням розв'язку задачі є умова: "для кожного рядку/стовпця – єдиний активний елемент". Оскільки варіантів вибору таких послідовностей багато, ми шукатимемо найкращу, а саме таку, максимальне значення в якій буде мінімальним серед усіх варіантів.

Математично задачу можна сформулювати так: серед \mathfrak{R}_s потрібно знайти перестановку

$$\mathfrak{R}^* = \arg \left\{ \min_{\mathfrak{R}_s, s=1, N!} \left(\max_{n=1, \dots, N} \rho_{n, r_n} \right) \right\}.$$

Як приклад оптимального планування в наведеній вище матриці відповідні елементи позначено символом $\hat{\rho}$. Відповідна множина

$$\mathfrak{R}^* = (2, N, \dots, k, \dots, 1).$$

Обговорення задачі. Сформульована задача здається нескладною, але тільки з першого погляду. Перш за все треба обговорити можливість використання звичайного методу перебору. Для його реалізації треба згенерувати усю множину можливих перестановок, для кожного варіанту взяти відповідні значення ρ_{nk} та виділити найбільше значення серед елементів перестановки. Нарешті обрати саме ту перестановку, якій відповідає найменше значення серед обраних максимальних. Така перестановка відобразить оптимальну програму реконфігурації групи БПЛА в задане кінцеве положення. Описаний алгоритм можна використовувати при невеликих N

(скажімо до 15). Але тоді, коли N сягатиме кілька сотень, такий алгоритм непрацевдатний, оскільки кількість можливих варіантів складатиме астрономічну величину ($N!$), яка ще й збільшується зі швидкістю, що прогресує. В цих умовах треба запропонувати метод, скоріш за все квазіоптимальний, та оцінити, наскільки рішення, яке генерується цим методом, буде гіршим за суворо оптимальне.

Перед тим, як описати такий метод, зупинимось на отриманні оцінки оптимального рішення взагалі. Не торкаючись визначення оптимальної перестановки, тобто множини точкових переходів, а маючи на увазі тільки найкращий час реконфігурації, проведемо наступний аналіз матриці.

Для кожного рядку $n = \overline{1, N}$ визначимо найменше значення серед його елементів

$$\alpha_n = \min_{k=1, N} \rho_{nk} \quad (2)$$

Визначений параметр відповідатиме відстані до певної кінцевої точки, найближчої до початкової точки за номером n . В свою чергу, для кожного стовпця $k = \overline{1, N}$ також визначимо

$$\beta_k = \min_{n=1, N} \rho_{nk} \quad (3)$$

Цей параметр відповідатиме відстані до певної початкової точки, найближчої до кінцевої точки за номером k . Очевидно, що коротших переходів, ніж визначені, для кінцевих та початкових точок не може бути, тому сукупні параметри

$$\alpha = \max_{n=1, N} \alpha_n, \quad \beta = \max_{k=1, N} \beta_k \quad (4)$$

можуть служити оцінками нижньої межі оптимальної тривалості реконфігурації групи БПЛА у цілому. Оскільки зазвичай $\alpha \neq \beta$, то у якості оцінки є сенс брати

$$\rho_{\min} = \max\{\alpha, \beta\} \quad (5)$$

Для отримання оцінки мінімальної тривалості реконфігурації знайдений параметр треба поділити на швидкість польоту, за припущенням однакою для всіх БПЛА. Чи буде знайдений параметр відповідати якійсь оптимальній перестановці з урахуванням умови "кожному рядку/стовпцю – єдиний активний елемент" – довести не вдається. Але можна стверджувати, що оптимальна тривалість реконфігурації гарантовано не буде меншою за отриману оцінку. Таким чином, остання може служити індикатором того, наскільки перестановки, отримані квазіоптимальними методами, далекі від оптимальної.

Оцінка максимальної тривалості реконфігурації очевидна:

$$\rho_{\max} = \max_{n, k=1, N} \rho_{nk}$$

Вона також слугитиме певною оцінкою ефективності знайденого квазіоптимального рішення.

Метод розв'язання. Викладемо метод оптимального планування реконфігурації, що пропонується, на прикладі п'ятих точок із незалежно заданими чисельними значеннями взаємних відстаней. Зауважимо, що на практиці незалежними можуть біти координати кінцевих точок, а відстані між ними та початковими точками напевно ні. Але для демонстрації методу це не суттєво. Надамо відповідну матрицю (1) відстаней у вигляді таблиці 1:

Таблиця 1. - Матриця початкових відстаней

Номери початкових точок	Номери кінцевих точок					α_n див.(2)
	1	2	3	4	5	
1	3	9	5	7	12	3
2	4	6	1	15	5	1
3	9	13	6	11	4	4
4	2	7	11	4	14	2
5	5	9	10	2	6	2
β_k див.(3)	2	6	1	2	4	4 max =6

та згідно з (2)–(4) знайдемо α_n, β_k та α, β . Відповідно (5) найнижча оцінка "тривалості" реконфігурації $\rho_{\min} = 6$. Але ця оцінка є орієнтовна, бо зараз невідомо, чи відповідає вона якійсь припустимій перестановці $\mathcal{R}_s = \{r_n\}_{n=1, N}$. Тобто оптимальна реконфігурація серед припустимих може бути тривалішою. Найвища оцінка становить $\rho_{\max} = 15$.

Спочатку задача розв'язується з позицій досяжності кінцевих точок. Всього маємо $N - 1$ кроків (вибір останньої пари тривіальний), на кожному з яких визначається пара "номер початкової точки – номер кінцевої точки", які пов'язуються траєкторією переходу. На наступному кроці ці точки виключаються з розгляду.

В останньому рядку таблиці для кожної кінцевої точки наведено значення найменшої тривалості переходу з множини початкових точок. Це означає, що кращого результату, ніж β_k , для k -тої кінцевої точки досягти неможливо. Серед цих значень оберемо найбільшу тривалість, відповідний стовпець виділимо сірим кольором та назвемо **провідним стовпцем**; відповідний рядок, що містить β_k , назвемо **провідним рядком**, а їх перетин – **провідним елементом**. У нашому разі таким елементом є 6 у другому рядку та другому стовпці. Перехід від другої початкової точки до другої кінцевої додамо в оптимальний план. Таким чином, метод полягає у визначенні на кожному кроці провідного елемента, при цьому номер провідного рядка означає номер початкової точки, з якої БПЛА слідуватиме у кінцеву точку за номером провідного стовпця.

На наступному кроці з метою виключення з розгляду вже використаних рядка та стовпця проводиться оновлення матриці, при якому всі елементи провідного рядка покладаються рівними "великому" числу $M > 0$, яке гарантовано більше за будь-який елемент вихідної матриці (наприклад $M = 100$), після цього елементи провідного стовпця

змінюються на число $-M$ і стають від'ємними (табл.2):

Таблиця 2. - Матриця відстней після перетворення

Номери початкових точок	Номери кінцевих точок					
	1	2	3	4	5	
1	3	-100	5	7	12	-
2	100	-100	100	100	100	-
3	9	-100	6	11	4	-
4	2	-100	11	4	14	-
5	5	-100	10	2	6	-
β_k див.(3)	2	-100	5	2	4	- max =5

Проводячи таку ж процедуру визначення провідного елемента, як і на попередньому кроці, визначимо наступний перехід з початкової точки за номером 1 у кінцеву точку за номером 3. Тривалість переходу відповідає значенню 5. Перехід додамо до оптимального плану та проведемо оновлення матриці. Роблячи аналогічно ще два подібних кроки, маємо наступний оптимальний план (табл.3):

Таблиця 3. - Матриця з оптимальним планом

Номери початкових точок	Номери кінцевих точок				
	1	2	3	4	5
1	-	-	5	-	-
2	-	6	-	-	-
3	-	-	-	-	4
4	2	-	-	-	-
5	-	-	-	2	-

Максимальна тривалість отриманого плану реконфігурації складає 6 одиниць.

Отриманий результат є гарним, але це може бути не завжди. У загальному випадку описану процедуру треба доповнити процедурою, в якій задача розв'язується з позицій віддаленості початкових точок. Ця процедура також складається з $N-1$ еквівалентних кроків. Щоб не змінювати алгоритму, достатньо замість вихідної матриці використовувати транспоновану. У цьому разі номери початкових та кінцевих точок міняються місцями. В результаті отримуємо наступний план (табл.4):

Таблиця 4. - Матриця з квазіоптимальним планом

Номери кінцевих точок	Номери початкових точок				
	1	2	3	4	5
1	3	-	-	-	-
2	-	-	-	-	9
3	-	1	-	-	-
4	-	-	-	4	-
5	-	-	4	-	-

На відміну від попереднього результату тривалість реконфігурації досягає 9 одиниць. Але погіршення результату не є закономірним, тому у

загальному випадку слід розглядати обидві процедури та обирати серед отриманих планів найкращий.

До речі, оптимальна тривалість для даної матриці є 6, при цьому одна з припустимих перестановок відповідає переходам з кожної початкової точки у однойменну кінцеву точку. Але слід зауважити, що при однаковій результативності трудомісткість знаходження оптимального рішення набагато більша, ніж отримання рішення за допомогою квазіоптимального метода.

При практичній реалізації алгоритму метода може виникнути колізія, пов'язана із можливістю не єдиного вибору провідного рядка або стовпця при однаковості оцінок. На практиці така ситуація малоймовірна, але теоретично можлива. У цьому разі треба або визначити квазіоптимальний план для кожного можливого варіанту, або обирати провідний елемент серед однакових претендентів випадково.

Зауважимо, що узагальнення методу на випадок будь-якої кількості БПЛА не має принципових відмінностей.

Чисельне моделювання. Оцінити ефективність розробленого методу аналітично не вдається, тому було обрано метод статистичного чисельного моделювання, метою якого є: 1) оцінка ефективності розробленого квазіоптимального алгоритму відносно дійсно оптимального рішення; 2) апробація квазіоптимального алгоритму на задачі великої розмірності.

Щоб досягти першої мети було обрано 10 БПЛА, початкове розташування та кінцеве бажане розташування яких задається випадково у певному діапазоні. Типове розташування у двовимірному просторі має вигляд, як на рис.1. Точками зображено початкове положення БПЛА, трикутниками – бажане кінцеве положення.

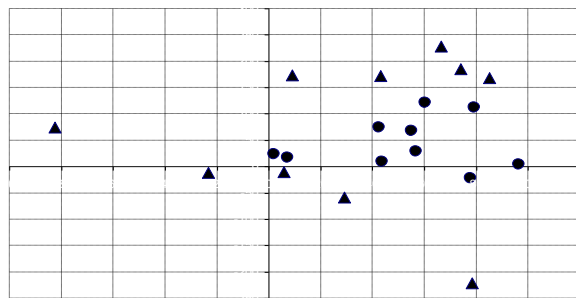


Рис.1 – Типове розташування початкових та кінцевих точок для оцінки ефективності алгоритму

Взагалі було проаналізовано 100 незалежних варіантів розташування та отримано результат за квазіоптимальним та оптимальним методами. В останньому випадку йдеться про простий перебір усіх перестановок. Кількість перестановок для кожного варіанту розташування складає $10!=3628800$. В результаті порівняння встановлено, що два етапи квазіоптимального методу у 100% випадків забезпечують визначення плану реконфігурації з оптимальною тривалістю. Таким чином, це дає певну

впевненість у його ефективності. Перешкодою до збільшення кількості БПЛА при моделюванні є швидке зростання кількості перестановок, які аналізуються для отримання дійсно оптимального рішення.

Апробація методу проводилась для 300 БПЛА, які спочатку складали двовимірний трикутник і повинні перебудуватись у заданий чотирикутник (рис.2). Координати точок задаються у метрах.

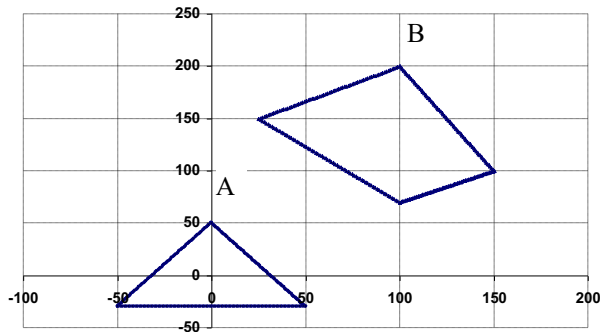


Рис.2 – Початкове фактичне (трикутник) та бажане кінцеве (чотирикутник) розташування БПЛА

В результаті обчислення квазіоптимального плану за розробленим методом максимальна відстань між початковою та кінцевою точками склала 180 м. До речі, максимальна відстань між початковою та кінцевою точками взагалі складає 275 м. Різниця є непрямым показником ефективності розробленого методу.

Нарешті, розглянемо випадок, коли БПЛА на початку розташовані хаотично та повинні якомога швидше організувати коло певного радіуса (рис.3).

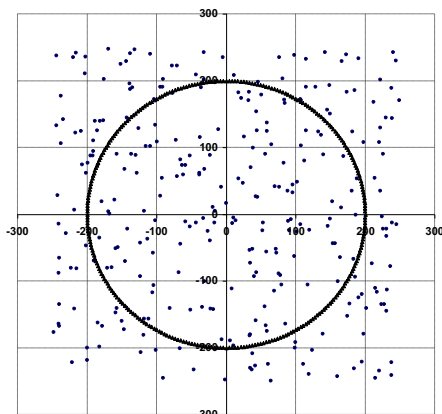


Рис.3 – Початкове та бажане кінцеве (коло) розташування БПЛА

Завдяки двом етапам алгоритму найкращий результат, тобто максимальна відстань переходу у квазіоптимальному плані, сягатиме 405 м при максимальній відстані між початковими та кінцевими точками взагалі 540 м. Але частка БПЛА, які при квазіоптимальному плануванні долатимуть відстань, більшу за 200 м, невелика та складає 10 з 300.

Уявлення про "напруженість" плану для усього ансамблю БПЛА дає гістограма (рис.4).

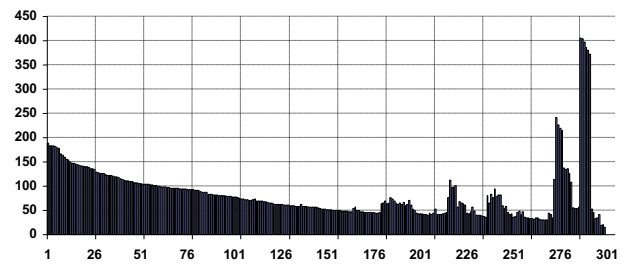


Рис.4 – Гістограма довжини запланованих переходів для кожного БПЛА

Уздовж горизонтальної осі відкладено умовний номер БПЛА, уздовж вертикальної – відстань, яку він долатиме згідно з квазіоптимальним планом. Гістограма свідчить про те, що переважна більшість БПЛА виконає завдання реконфігурації з великим запасом.

Алгоритм запобігання зіткнень. Реконфігурація групи БПЛА за методом, що пропонується, передбачає рух апаратів вздовж прямих, що з'єднують початкову точку розташування БПЛА із визначеною кінцевою точкою призначення (КТП). Саме такий рух відповідатиме квазіоптимальній за часом реконфігурації. Проте практична реалізація може привести до зіткнення апаратів внаслідок перетину або критичного зближення траєкторій руху у просторі та часі. В цих умовах необхідно використовувати спеціальний алгоритм управління БПЛА для запобігання зіткнень. Сформулюємо вимоги та припущення для такого алгоритму:

- траєкторія руху після корегування повинна залишатись близькою до оптимальної прямої;
- відстань між БПЛА не повинна бути меншою за задане число ρ_{\min} ;
- бортова система кожного БПЛА забезпечує отримання власних поточних координат та швидкості. Також відомі координати власної КТП;
- кожен БПЛА групи, згідно зі структурою рою, запропонованою в [3], має виміри відстані до сусідів, які оновлюються з достатньо великою частотою. Разом із ідентифікатором БПЛА-сусіда в інформаційних пакетах присутня інформація щодо його координат та координат його КТП.

Побудуємо математичну модель контрольного параметра – відстані між двома БПЛА.

Нехай x_1, y_1, z_1 та x_2, y_2, z_2 – поточні координати першого та другого БПЛА, що знаходяться на своїх квазіоптимальних траєкторіях перельоту. Відстань між ними визначається виразом

$$\rho = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

а її похідна, або радіальна швидкість, має вигляд

$$\dot{\rho} = \frac{(x_2 - x_1)}{\rho}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \frac{(y_2 - y_1)}{\rho}(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + \frac{(z_2 - z_1)}{\rho}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1), \quad (6)$$

де

$$\dot{x}_i = v \cdot \frac{x_i^k - x_i}{\rho_i^k}, \quad \dot{y}_i = v \cdot \frac{y_i^k - y_i}{\rho_i^k}, \quad \dot{z}_i = v \cdot \frac{z_i^k - z_i}{\rho_i^k}; \quad (7)$$

$i = 1, 2$; x_i^k, y_i^k, z_i^k – координати КТП для i -го БПЛА; v – швидкість БПЛА, однакова для всіх апаратів;

$$\rho_i^k = \sqrt{(x_i^k - x_i)^2 + (y_i^k - y_i)^2 + (z_i^k - z_i)^2} \quad (8)$$

– відстань від поточної точки перебування до КТП.

Вважатимемо, що зіткнення двох БПЛА ймовірне, якщо

1) відстань між ними стала меншою за $c_1 \cdot \rho_{\min}$, де c_1 – емпіричний параметр, встановлений з врахуванням швидкості v , частоти оновлення інформації і т.і.

2) на наступній ітерації відстань між БПЛА скорочується, тобто $\dot{\rho} < 0$.

Якщо перелічені умови збігаються, далі може бути два варіанти перебігу подій.

Перша ситуація – це коли БПЛА рухаються в таких напрямках, які можуть спричинити зіткнення. В такому випадку пропонується таке: один з БПЛА має зупинитись та пропустити іншого. Який саме БПЛА має зупинитись вирішується наступним чином:

- на кожному БПЛА обчислюється швидкість за формулою

$$\dot{r} = \frac{(x_s - x_o)}{\rho} \dot{x}_s + \frac{(y_s - y_o)}{\rho} \dot{y}_s + \frac{(z_s - z_o)}{\rho} \dot{z}_s, \quad (9)$$

де $x_s, y_s, z_s, \dot{x}_s, \dot{y}_s, \dot{z}_s$ – поточні значення власних координат та швидкості; x_o, y_o, z_o – координати БПЛА-сусіда; ρ – поточна відстань між двома БПЛА, що розглядаються. Якщо казати про номери БПЛА 1 або 2, то для першого $S=1, O=2$, для другого $S=2, O=1$;

- якщо власна оцінка

$$\dot{r} \geq 0, \quad (10)$$

даний БПЛА продовжує рух, інакше зупиняється.

Підкреслимо, що не від'ємність оцінок швидкості \dot{r} одночасно з боку обох БПЛА за умови $\dot{\rho} < 0$ неможлива. Тому при зближенні, якщо для одного БПЛА $\dot{r} \geq 0$, гарантовано буде від'ємність оцінки з боку другого апарату.

Таким чином, після обчислення власних оцінок швидкості за формулою (9) апарат, для якого $\dot{r} \geq 0$, продовжує рух, а інший апарат за критерієм від'ємності власної оцінки зупиняється. Він

продовжить рух тоді, коли для поточної оцінки ρ , отриманої шляхом безпосередніх вимірів, виконається умова

$$\rho > c_2 \cdot \rho_{\min},$$

де $c_2 > c_1$ – емпіричний коефіцієнт.

Далі продемонстровано приклад такої ситуації (рис. 5, 6). Кола відповідають поточному положенню БПЛА, проміні – траєкторіям їх руху, що закінчуються у КТП. Всі апарати рухаються з однаковою швидкістю. Для сірого та білого кола є колізія, пов'язана з тим, що у процесі руху вони можуть неприпустимо зближитись.

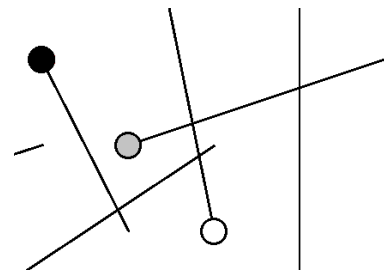


Рис. 5 – Приклад сценарію із зупинкою, "початок"

Коли обидва апарати встановили ймовірність зіткнення, кожен з апаратів за алгоритмом (9), (10) визначив свою поведінку. Сіре коло у цьому випадку рухатиметься далі, а біле коло зупиниться (рис. 6).

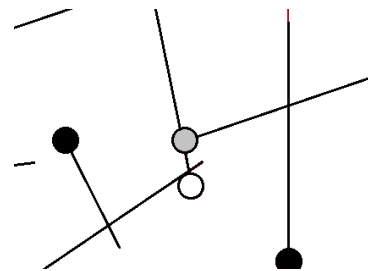


Рис. 6 – Приклад сценарію із зупинкою, "зупинка"

Біле коло продовжить рух після того, як відстань між колами стане достатньо великою (рис. 7).

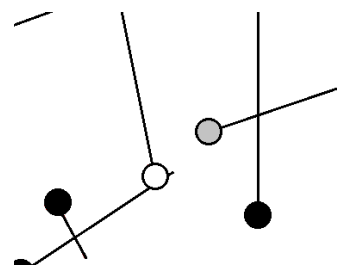


Рис. 7 – Приклад сценарію із зупинкою, "продовження руху"

Запропонований алгоритм має той недолік, що можлива ситуація, коли оцінки швидкості \dot{r} , обчислені обома БПЛА, будуть від'ємними. У цьому разі за логікою алгоритму обидва апарати зупиняться "назавжди". Для запобігання такого ефекту пропонується інша стратегія, яка доповнює першу. Вона активується, якщо, по-перше, відстань між

БПЛА не змінюється певний час; по-друге, хоча б один з апаратів не рухається; по-третє, хоча б один з апаратів не закінчив свій рух в КТП. З точки зору "групового розуму" кожен БПЛА з двох, що взаємодіють, передає ознаку активності, яка змінюється, коли апарат прийде в КТП. БПЛА-сусід, який не рухається, якщо він матиме хоча б одну ознаку активності (свою або від сусіда) та за умови незмінності відстані до сусіда ініціює перехід на другу стратегію.

Друга стратегія полягає в тому, що БПЛА обмінюються координатами кінцевих точок призначення, після чого продовжують рух в нові кінцеві точки. Подібна стратегія описана, зокрема, в [1].

Нові швидкості для першого та другого БПЛА після обміну точками призначення визначатимуться за формулами

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= v \cdot \frac{x_2^k - x_1}{\rho_{12}^k}, \quad \dot{\tilde{y}}_1 = v \cdot \frac{y_2^k - y_1}{\rho_{12}^k}, \quad \dot{\tilde{z}}_1 = v \cdot \frac{z_2^k - z_1}{\rho_{12}^k}; \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= v \cdot \frac{x_1^k - x_2}{\rho_{21}^k}, \quad \dot{\tilde{y}}_2 = v \cdot \frac{y_1^k - y_2}{\rho_{21}^k}, \quad \dot{\tilde{z}}_2 = v \cdot \frac{z_1^k - z_2}{\rho_{21}^k}; \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} \rho_{12}^k &= \sqrt{(x_2^k - x_1)^2 + (y_2^k - y_1)^2 + (z_2^k - z_1)^2}, \\ \rho_{21}^k &= \sqrt{(x_1^k - x_2)^2 + (y_1^k - y_2)^2 + (z_1^k - z_2)^2} \end{aligned}$$

– відстань від поточних точок перебування до нових КТП. Незавжди довести аналітично, що така стратегія гарантовано забезпечує додатність $\dot{\rho}$ в умовах, коли відстань ρ_{12}^k та ρ_{21}^k набагато більша, ніж $c_1 \cdot \rho_{\min}$. У загальному випадку результативність стратегії визначається умовою

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \frac{(x_2 - x_1)(\dot{\tilde{x}}_2 - \dot{\tilde{x}}_1)}{\rho} + \frac{(y_2 - y_1)(\dot{\tilde{y}}_2 - \dot{\tilde{y}}_1)}{\rho} + \\ &+ \frac{(z_2 - z_1)(\dot{\tilde{z}}_2 - \dot{\tilde{z}}_1)}{\rho} \geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Продемонструємо результативну стратегію на прикладі.

Нехай біле коло зупиняється в своїй КТП надто близько до траєкторії сірого кола (рис. 8). При наближенні сірого кола до білого на критичну відстань воно зупиниться. Згідно з описаною стратегією БПЛА обмінюються кінцевими точками призначення.

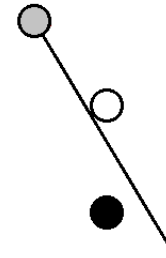


Рис. 8 – Приклад сценарію з обміном КТП, "початок"

Після цього вони продовжують рух вже в нові КТП: біле починає рух в нову КТП, сіре коло замінює біле (рис. 9).

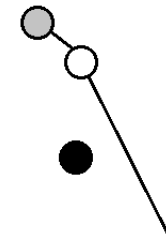


Рис. 9 – Приклад сценарію з обміном КТП, "обмін"

Характеризуємо втрати оптимальності при таких стратегіях. При першій стратегії можливе збільшення тривалості усієї перебудови, тому що певні БПЛА можуть зупинятись і тим самим збільшити час свого перельоту. При другій стратегії збільшення тривалості майже не відбувається, бо зупинки дуже короткі, а рух після обміну КТП продовжується майже за тими ж оптимальними траєкторіями, що і з самого початку.

Для демонстрації ефективності розроблених алгоритмів запобігання зіткнень використаємо метод статистичного моделювання. Для цього проведено 100 реалізацій розв'язання задач квазіоптимальної реконфігурації групи з 20 БПЛА при довільних початкових та кінцевих точках розміщення (у випадку 2D) з моделюванням руху апаратів.

Для кожної реалізації фіксувались: квазіоптимальна розрахункова тривалість перебудови; кількість колізій (випадків можливих зіткнень); успішність або не успішність реалізації у цілому; фактична тривалість перебудови з врахуванням запобігання зіткнень.

Як примірник на рис. 10 показані траєкторії перельоту для квазіоптимальної перебудови з випадковими точками призначень групи з 20 БПЛА. Темні кола – початкові точки, сірі кола – кінцеві точки призначення. Підкреслимо, що геометричний перетин траєкторії не є достатньою ознакою ймовірного зіткнення, тому що є фактор часу, тобто перебування в точці перетину БПЛА може бути у різні моменти часу (без зіткнень).

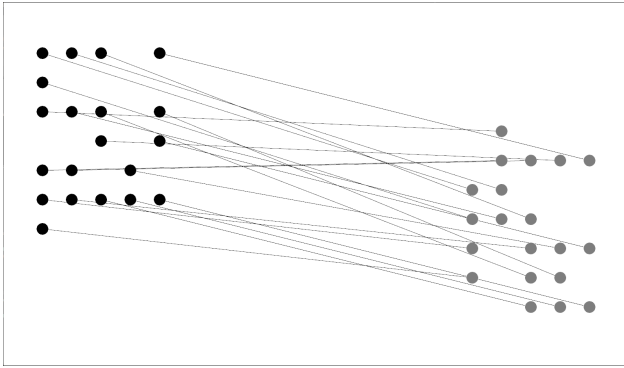


Рис. 10 – Траєкторії оптимальної перебудови групи з 20 БПЛА

За результатами моделювання встановлено, що в кожній реалізації зі 100 були колізії, пов'язані з ймовірністю зіткнень. Середня кількість колізій в реалізації склала близько 7. При цьому доля успішних реалізацій, коли алгоритм запобігання зіткнень відпрацював ефективно, становила 93% від загальної кількості експериментів. Запобігання зіткнень не суттєво підвищило загальну тривалість перебудови. Так, середня квазіоптимальна розрахункова тривалість перебудови без роботи алгоритму запобігання зіткнень становила 11,7 с, а збільшення фактичної тривалості перебудови внаслідок роботи алгоритму запобігання зіткнень у середньому склало 0,2 с.

Таким чином, результати статистичного моделювання демонструють досить високу ефективність алгоритму запобігання зіткнень. Але наявність нерозв'язаних випадків вимагає подальшого вдосконалення стратегії. Суттєво, що запропонований алгоритм майже не впливає на загальну тривалість перебудови групи БПЛА.

Висновки. Розглянуто задачу просторової реконфігурації великої групи БПЛА та запропоновано метод знаходження квазіоптимального плану, в якому для кожного БПЛА вказані бажані кінцеві точки за умов найшвидшої реконфігурації усієї групи у цілому. На основі статистичного моделювання отримані показники ефективності методу, які за результатами наближають його до оптимального, але при суттєво меншій складності. Проведена апробація методу для конкретних умов реконфігурації великої кількості БПЛА. Наведено та досліджено алгоритм запобігання зіткнень при визначеній перебудові. Таким чином, зроблено наступний крок до створення комплексу методів та алгоритмів, які забезпечують ефективну групову поведінку групи БПЛА, у тому числі при високій її щільності, характерній для рою БПЛА.

Список літератури

1. *Погудіна О.*, Методологія формування інтелектуальної складової агентної системи рою безпілотних літальних апаратів: монографія / О. К. Погудіна, Д. М. Крицький, А. М. Биков, Т. А. Пластун, М. В. Пивовар. – Харків, 2021. – 211 с.
2. *Uspenskiy V.*, Controlled Flight Model of Hybrid Multicopter for Computer Implementation / V. B. Uspenskiy, N. V. Shyriaieva // 2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), pp. 1–7.

3. *Uspenskiy V.*, Relative navigation of UaAV in a swarm / V. B. Uspenskiy, N. V. Shyriaieva // 2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), Kharkiv, pp. 1–5.
4. *Uspenskiy V.*, Optimal Reconfiguration Planning for Large UAV Groups / V. B. Uspenskiy, N. V. Shyriaieva // 2023 IEEE International Workshop on Technologies for Defense and Security (TechDefense), Rome, Italy, pp. 203–208.
5. *Campion M.*, UAV swarm communication and control architectures: a review / M. Campion, P. Ranganathan, S. Faruque // Journal of Unmanned Vehicle Systems, 2018, 7(2), pp. 93–106.
6. *Feng, Q.*, Resilience optimization for multi-UAV formation reconfiguration via enhanced pigeon-inspired optimization / Q. Feng, X. Hai, Bo Sun, Yi Ren, Z. Wang, D. Yang, Y. Hu, R. Feng // Chinese Journal of Aeronautics, 2022, volume 35, issue 1, pp. 110–123.
7. *Wubben, J.*, Toward secure, efficient, and seamless reconfiguration of UAV swarm formations / J. Wubben, P. Aznar, F. Fabra, C. T. Calafate, J. C. Cano, P. Manzoni // 2020 IEEE/ACM 24th International Symposium on Distributed Simulation and Real Time Applications (DS-RT), Prague, Czech Republic, 2020, pp. 1–7.
8. *Liu, H.*, A Formation Reconfiguration Algorithm for Multi-UAVs Based on Distributed Cooperative Coevolutionary with an Adaptive Grouping Strategy / H. Liu, F. Liu, X. Zhang, X. Guan, J. Chen // Chinese Journal of Electronics, 2020, vol.29, no.5, pp.841–851.
9. *Gao, C.*, Hybrid swarm intelligent algorithm for multi-UAV formation reconfiguration / C. Gao, J. Ma, T. Li et al. // Complex Intell. Syst., 2023, 9, pp. 1929–1962.
10. *Zhen, X.*, Rotary unmanned aerial vehicles path planning in rough terrain based on multi-objective particle swarm optimization / X. Zhen, Z. Enze, C. Qingwei // Journal of Systems Engineering and Electronics, 2020, vol. 31, no. 1, pp. 130–141.
11. *Iqbal, M.*, Motion Planning of UAV Swarm: Recent Challenges and Approaches / Mubashir Iqbal, Muhammad, Zain Anwar Ali, Rehan Khan, and Muhammad Shafiq // Aeronautics – New Advances, 2022.
12. *Chandran, N.*, Review on Type of Sensors and Detection Method of Anti-Collision System of Unmanned Aerial Vehicle / N. Chandran, M. Sultan, A. Łukaszewicz, F. Shahar, A. Holovaty, W. Giernacki // Sensors (Basel), 2023.
13. *Sato, G.*, Collision Avoidance Method for Multicopter Small Unmanned Aircraft Systems in Multilateration Environments / G. Sato, H. Yokoi, D. Toratani, T. Koga // 2023 IEEE 15th International Symposium on Autonomous Decentralized System (ISADS), Mexico City, Mexico, 2023.
14. *Fu, XiaoWei*, Obstacle avoidance and collision avoidance of UAV swarm based on improved VFH algorithm and information sharing strategy / XiaoWei Fu, ChenYuan Zhi, Di Wu // Comput. Ind. Eng., 2024.
15. *Xueqi, Gui*, UAV Swarm Obstacle Avoidance Algorithm Based on Visual Field and Velocity Guidance / Gui Xueqi, Li Chuntao // Journal of System Simulation, 2024, 36(3), pp. 545–554.

References (transliterated)

1. *Pogudina, O.*, Methodology of formation of the intelligent component of the agent system of a swarm of unmanned aerial vehicles: monograph / O. K. Pogudina, D. M. Krytskiy, A. M. Bykov, T. A. Plastun, M. V. Pivovarov. – Kharkiv, 2021. – 211 p.
2. *Uspenskiy, V.*, Controlled Flight Model of Hybrid Multicopter for Computer Implementation / V. B. Uspenskiy, N. V. Shyriaieva // 2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), pp. 1–7.
3. *Uspenskiy, V.*, Relative navigation of UaAV in a swarm / V. B. Uspenskiy, N. V. Shyriaieva // 2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), Kharkiv, pp. 1–5.
4. *Uspenskiy, V.*, Optimal Reconfiguration Planning for Large UAV Groups / V. B. Uspenskiy, N. V. Shyriaieva // 2023 IEEE International Workshop on Technologies for Defense and Security (TechDefense), Rome, Italy, 2023, pp. 203–208.
5. *Campion, M.*, UAV swarm communication and control architectures: a review / M. Campion, P. Ranganathan, S. Faruque // Journal of Unmanned Vehicle Systems, 2018, 7(2), pp. 93–106.
6. *Feng, Q.*, Resilience optimization for multi-UAV formation reconfiguration via enhanced pigeon-inspired optimization / Q. Feng, X. Hai, Bo Sun, Yi Ren, Z. Wang, D. Yang, Y. Hu, R. Feng //

- Chinese Journal of Aeronautics, 2022, volume 35, issue 1, pp. 110–123.
7. *Wubben, J.*, Toward secure, efficient, and seamless reconfiguration of UAV swarm formations / J. Wubben, P. Aznar, F. Fabra, C. T. Calafate, J. -C. Cano, P. Manzoni // 2020 IEEE/ACM 24th International Symposium on Distributed Simulation and Real Time Applications (DS-RT), Prague, Czech Republic, 2020, pp. 1–7.
 8. *Liu, H.*, A Formation Reconfiguration Algorithm for Multi-UAVs Based on Distributed Cooperative Coevolutionary with an Adaptive Grouping Strategy / H. Liu, F. Liu, X. Zhang, X. Guan, J. Chen // Chinese Journal of Electronics, 2020, vol.29, no.5, pp.841–851.
 9. *Gao, C.*, Hybrid swarm intelligent algorithm for multi-UAV formation reconfiguration / C. Gao, J. Ma, T. Li et al. // Complex Intell. Syst, 2023, 9, pp. 1929–1962.
 10. *Zhen, X.*, Rotary unmanned aerial vehicles path planning in rough terrain based on multi-objective particle swarm optimization / X. Zhen, Z. Enze, C. Qingwei // Journal of Systems Engineering and Electronics, 2020, vol. 31, no. 1, pp. 130-141.
 11. *Iqbal, M.*, Motion Planning of UAV Swarm: Recent Challenges and Approaches / Mubashir Iqbal, Muhammad, Zain Anwar Ali, Rehan Khan, and Muhammad Shafiq // Aeronautics – New Advances, 2022. IntechOpen. doi:10.5772/intechopen.106270.
 12. *Chandran, N.*, Review on Type of Sensors and Detection Method of Anti-Collision System of Unmanned Aerial Vehicle / N. Chandran, M. Sultan, A. Łukaszewicz, F. Shahar, A. Holovatyy, W. Giernacki // Sensors (Basel), 2023.
 13. *Sato, G.*, Collision Avoidance Method for Multirotor Small Unmanned Aircraft Systems in Multilateration Environments / G. Sato, H. Yokoi, D. Toratani, T. Koga // 2023 IEEE 15th International Symposium on Autonomous Decentralized System (ISADS), Mexico City, Mexico, 2023.
 14. *Fu, XiaoWei*, Obstacle avoidance and collision avoidance of UAV swarm based on improved VFH algorithm and information sharing strategy / XiaoWei Fu, ChenYuan Zhi, Di Wu // Comput. Ind. Eng., 2024.
 15. *Xueqi, Gui*, UAV Swarm Obstacle Avoidance Algorithm Based on Visual Field and Velocity Guidance / Gui Xueqi, Li Chuntao // Journal of System Simulation, 2024, 36(3), pp. 545-554.

Надійшло (received) 14.09.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Успенський Валерій Борисович – доктор технічних наук, доцент, професор кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"; тел.: (057)-707-64-54; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5960-7347>; e-mail: Valerii.Uspenskyi@khp.edu.ua

Uspenskyi Valerii Borysovyich – Doctor of Technical Sciences, Ass. Professor, Professor of the Department of Computer Modeling of Processes and Systems, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"; tel.: (057)-707-64-54; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5960-7347>; e-mail: Valerii.Uspenskyi@khp.edu.ua

Догадайло Олександр Сергійович – аспірант, Національний технічний університет "Харківський Політехнічний Інститут"; тел.: 098-396-25-81; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3954-1176>; e-mail: Oleksandr.Dohadailo@infiz.khpi.edu.ua

Dohadailo Oleksandr Serhiiovych – postgraduate, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"; tel.: (098)-396-25-81; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3954-1176>; e-mail: Oleksandr.Dohadailo@infiz.khpi.edu.ua