

В.М. ГРИЩЕНКО

СУЧАСНИЙ АЛГОРИТМ ЛІНІЙНОГО ТА КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ В ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ЗАДАЧАХ ДЕФОРМУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙ ЗМІННОЇ СТРУКТУРИ В УМОВАХ КОНТАКТУВАННЯ

Різноманітні математичні задачі, в яких поставлена мета пошуку екстремуму функціоналу, відносяться до задач математичного програмування, задач оптимізації. Практично спрямованих проблем пошуку оптимального рішення надзвичайно багато в економіці, управлінні, техніці та інших. Вони пов'язані з підвищенням ефективності виробництва, зниженням витрат ресурсів, удосконаленням конструктивних рішень та технологічних процесів, зниженням маси, габаритів тощо. Серед них важлива роль приділяється методам обмеження максимальних напружень, обумовлених зовнішніми навантаженнями. Розв'язання таких задач розпочинається з математичної формалізації. В якості параметрів варіювання вибирають конструктивні, економічні або технологічні показники. Пошук найкращого рішення зводиться до підбору сукупності параметрів, які надають стаціонарне значення функції цілі. Екстремальні задачі практичної орієнтації містять в математичних моделях обмеження типу рівності-нерівності. В поліпшенні технічних характеристик машин суттєва роль належить інженерно-технічним працівникам, які на етапі проектування знаходять оптимальні варіанти. При цьому суттєвим елементом процесу проектування є моделювання визначальних процесів в конструкціях з врахуванням основних факторів впливу та сценаріїв поведінки. Оптимізація – важливий напрямок прикладної математики, який надає ефективні інструменти проведення такого моделювання. В роботі [3] запропоновано Universal Algorithm – чисельну схему рішення задач квадратичного програмування (КП), для обчислення оптимальної точки широкого кола прикладних задач. При цьому задача лінійного програмування (ЛП) розглядається як частинний випадок задачі (КП). Тобто в універсальному алгоритмі постановки 2-х задач оптимізації формалізовані в єдиній та зручній формі симетричної матричної залежності, що дає змогу побудувати єдиний ефективний алгоритм на базі операцій матричної алгебри. Зокрема, дозволяє розглядати практичні задачі обчислення НДС в конструкціях змінної структури, що складаються з окремих частин пов'язаних односторонніми зв'язками. Основна ціль даної роботи в аналізі поведінки алгоритму при збільшенні кількості обмежень типу нерівності, уточненні обчислювальної схеми, формулюванні висновків. В якості прикладів роботи алгоритму розглянуті дві модельні задачі. Це класична “транспортна” задача ЛП та поведінка моделі мостової споруди з односторонніми зв'язками у вантах при варіаціях вітрових навантажень. Кількість вант збільшена до 20 а обмежень нерівностей до 40.

Ключові слова: лінійне та квадратичне програмування, оптимізація, деформування конструкцій змінної структури

Various mathematical problems, in which the goal of finding the extremum of a functional is set, belong to the problems of mathematical programming and optimization problems. Practically directed problems of finding the optimal solution are extremely numerous in economics, management, technology, and others. They are related to increasing production efficiency, reducing resource costs, improving design solutions and technological processes, reducing mass, dimensions, etc. Among them, an important role is given to the methods of limiting the maximum stresses caused by external loads. Solving such problems begins with mathematical formalization. Constructive, economic or technological indicators are chosen as variation parameters. The search for the best solution is reduced to the selection of a set of parameters that provide a stationary value of the objective function. Extreme problems of practical orientation contain equality-inequality constraints in mathematical models. In improving the technical characteristics of machines, a significant role belongs to engineering and technical workers, who find optimal options at the design stage. At the same time, an essential element of the design process is the modeling of the determining processes in structures, taking into account the main influencing factors and behavior scenarios. Optimization is an important area of applied mathematics that provides effective tools for such modeling. Universal Algorithm is proposed in work [3] – a numerous scheme for solving quadratic programming (QP) problems for calculating the optimal point of a wide range of applied problems. At the same time, the linear programming (LP) problem is considered as a partial case of the (QP) problem. That is, in the universal algorithm for setting 2 optimization problems, they are formalized in a single and convenient form of symmetric matrix dependence, which makes it possible to build a single effective algorithm based on matrix algebra operations. In particular, it allows you to consider the practical tasks of calculating VAT in constructions of a variable structure consisting of separate parts connected by one-way connections. The main goal of this work is to analyze the behavior of the algorithm when increasing the number of constraints of the inequality type, to refine the computational scheme, and to formulate conclusions. Two model problems are considered as examples of the algorithm. This is a classic “transport” problem of LP and the behavior of a model of a bridge structure with one-way connections in cables under variations of wind loads. The number of ropes has been increased to 20, and the limits of one-way connections to 40.

Keywords: linear and quadratic programming, optimization, deformation of structures of variable structure

Вступ. Викладаються теоретичні основи роботи Universal Algorithm (UA) та єдиної схеми обчислень задач лінійного (ЛП) та квадратичного програмування (КП) в сучасному трактуванні, направлені на їх широке використання в прикладних розрахунках. Результати даної роботи є продовженням досліджень, що були розпочаті в статті [3]. Увага головним чином направлена на застосування в двох прикладних напрямках. Це оптимізація об'єктів (Орті) та проблеми аналізу напружено-деформованого стану в конструкціях, що складаються з окремих лінійно деформованих частин, які в процесі експлуатації можуть допускати контактування (мають лінійні односторонні зв'язки). Будемо говорити про об'єкти змінної структури.

А загалом це комплекс проблем, для яких математична модель формалізується як задача квадратичного програмування. Що стосується першого напрямку, то існує загальний консенсус в розумінні тенденцій

розвитку різних видів ціле направленої діяльності. Це прагнення до постійного вдосконалення рішень в організаційній діяльності, системах управління, економіці та багатьох інших. Причому цей процес постійно ускладнюється на фоні значного зростання об'ємів інформації. Пошук найкращих рішень, які називаються оптимальними, потрібен для великої кількості проблем у виробничій діяльності, інженерній справі: зниження матеріалоємності, витрат енергії, ресурсів, збільшення довговічності і т.д.

При великому різноманітті задач Орті саме математика надає інструменти розв'язання проблем. Оптимізація – це важливий напрямок сучасної математики, одна з головних проблем прикладної математики. Про множини проблем, в яких ставиться за мету пошук екстремуму функціоналу, говорять як про задачі математичного програмування. Для практично спрямованих задач Орті потрібна їх формалізація у вигляді

математичної моделі. У формалізованому стані конструктивним, експлуатаційним характеристикам підбирають у відповідність параметри проектування з множиною допустимих значень. Пошук найкращого рішення полягає у підборі сукупності параметрів варіювання, які надають стаціонарне значення функціоналу якості. Зараз в науковій та учбовій літературі сформувався певна класифікація задач Орті по характерним ознакам та особливостям. Серед множини екстремальних задач в математичному програмуванні проблеми лінійного (ЛП) та квадратичного програмування (КП) розглядаються як два окремих класи з різними підходами до їх аналізу. Більш того, в багато чисельній літературі, присвяченій алгоритмам пошуку оптимальної точки в ЛП, склались різні варіації, спостерігається різноманіття підходів. Проте в цих задачах є багато спорідненого. Наприклад, задачі ЛП виглядають як вироджений випадок класу задач КП. Візьмемо також такий аргумент: якщо вилучити з постановки задачі ЛП обмеження, то проблема лінійного програмування зникає. Чисельний універсальний алгоритм, викладений в роботі, вказує на єдність підходу до рішення цих двох задач, як задач одного класу КП. Це один з напрямків застосування УА в практичних проблемах Орті.

Тепер звернемо увагу на інші не менш важливі об'єкти досліджень, які в кінцевому рахунку є родинним до проблем Орті. Це задачі аналізу НДС в будівельній механіці, суцільному середовищі, машинобудуванні, що також належать до надзвичайно актуальних. Тенденції розвитку машинобудування пов'язані з розширенням номенклатури машин, необхідністю забезпечення галузей промисловості високопродуктивним та економічним устаткуванням. Основні показники якості цих виробів (техніко-економічні, матеріалоемності, надійності тощо) закладаються ще на стадії проектування, коли вирішальна роль належить інженерно-технічній складовій. Забезпечення цих критеріїв потребує моделювання основних процесів роботи з більш достовірним врахуванням сценаріїв поведінки конструкцій, факторів впливу, подробиць функціонування. Важливо одержувати вичерпну інформацію про силовий стан конструкції на різних режимах.

При цьому особливе значення мають методи визначення та конструктивного регулювання напруженого стану, їх максимальних значень, обумовлених зовнішніми навантаженнями; контролюванням концентрації напружень в небезпечних перерізах. В наш час, в своїй більшості, детально розроблені та успішно застосовуються (зокрема, з використанням САПР) розрахункові моделі складних конструкцій, які представляють їх як єдиний об'єкт, без врахування взаємного руху одних частин по відношенню до інших. Реальні умови роботи машин більш складні, винятково різноманітні, навантаження в більшості випадків змінні. При проектуванні машин ці умови часто задаються типовими програмами навантажень.

Такий характер зміни навантажень може призводити до зміни структури самої конструкції внаслідок дотикань – відривів її різних частин, наприклад, в кінематичних парах, в односторонніх зв'язках. Серед

науковців, інженерів значну увагу викликають явища, що відбуваються безпосередньо в зонах контактів, та які складають відомий напрямок під назвою "контактна задача". В цій роботі розглядається інший аспект контактування, саме той, що пов'язаний зі зміною структури самої конструкції. Та який вносить особливості в передачу навантаження по силовому ланцюгу, в характер розподілу напруженості, зміну зв'язків у з'єднаннях між частинами (рис.1). Відбувається суттєвий перерозподіл силових потоків по несучим частинам конструкцій. Можливості моделювання таких сценаріїв потребують розробки методів аналізу конструкцій змінної структури.

Разом з цим потрібно також відмітити, що ряд фундаментальних законів природи формулюються у вигляді екстремальних принципів, а рішення знаходяться з використанням оптимальних підходів в інженерії. Так серед методів, що найбільш широко використовуються при рішенні різних крайових задач, теорії пружності, будівельної механіки знаходяться варіаційні. Варіаційні підходи приводять проблему до визначення функцій, що надають силовим функціоналам енергії мінімальних значень. Стан рівноваги деформованої консервативної системи – це положення, в якому енергетична функція роботи всіх сил системи має стаціонарне значення. Методи Рітца, МСЕ, що надають об'єктам дискретну форму, дозволяють привести варіаційну задачу до задачі на пошук екстремуму функції багатьох незалежних змінних.

Таким чином, в цьому розділі наведені два з багатьох практичних напрямків, які можуть бути формалізовані у вигляді задач ЛП та КП, рішення яких мають важливі практичні застосування.

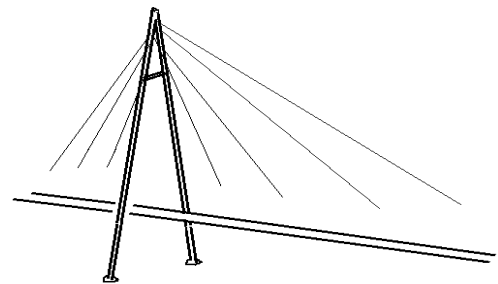


Рис. 1 – Приклад споруди з односторонніми зв'язками

Ціль даної роботи полягає в деталізації наведеної схеми; аналізі роботи алгоритму УА при збільшенні числа обмежень типу нерівності; аналізі чисельних розрахунків, на прикладах, що допускають відносно прості рішення. Зокрема, розглянута задача деформування моделі вантової споруди, кількість вант якої збільшена до 20 а односторонніх обмежень типу нерівності до 40.

1. Постановка задач пошуку оптимальної точки ЛП та КП. Формулювання постановок задач, теоретичних основ, обчислювальних схем визначення оптимальної точки відомі. Їх можна знайти в багато чисельній літературі [1,4-12]. Загалом під задачею НП розуміють пошук точки x^* мінімуму функції якості $f(x)$ від n змінних:

$$f(x^*) = \min f(x), \quad (x \in X);$$

де допустима точка $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ належить області X , яка обмежена m умовами рівності:

$$\omega_j(x) = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad m < n;$$

та s умовами нерівності:

$$\Omega_j(x) \leq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, s).$$

$$X = \{x \in R_n; \omega_j = 0, (j = 1, \dots, m), m < n; \Omega_j \leq 0, (j = 1, 2, \dots, s)\}.$$

Точка x^* може знаходитись як всередині областей Ω_j так і на їх границях.

В даному алгоритмі коло проблем обмежується задачами квадратичного програмування (1):

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2} x^T K x - x^T R \rightarrow \min, \\ \omega(x) &= c x - \delta = 0; \\ \Omega(x) &= a x - \Delta \leq 0; \end{aligned}$$

де c, a – задані матриці;

R, δ, Δ – задані вектори коефіцієнтів.

В задачах механіки деформованого твердого тіла K – є матрицею жорсткості, а $f(x)$ – квадратичним функціоналом енергії.

В такій постановці задача ЛП з функціоналом

$$f(x) = -x^T R \rightarrow \min$$

є частинним випадком задачі КП, коли $K = 0$. Наведена формалізація цілком відповідає проблемі деформування конструкцій, що складаються з набору окремих лінійно деформованих блоків, та які здатні при дії зовнішнього навантаження змінювати структуру з контактуванням частин.

2. Теоретичні положення універсального алгоритму. Нагадаємо основні положення проблеми та універсального алгоритму УА для задач ЛП та КП, які викладені в роботі [3]. Для загального випадку задачі НП з обмеженнями нерівності Кун і Такер запропонували підхід з невизначеними множниками аналогічними класичним лагранжевим. Для цього введено функціонал Лагранжа у вигляді:

$$L(x, u, t) = f(x) + \sum_{j=1}^m u_j \omega_j(x) + \sum_{j=1}^s t_j \Omega_j(x).$$

У наведеній формі множники u_j при обмеженнях рівності, виступають як неперервні функції, в той час як множники t_j при обмеженнях нерівності є розривними. Зручно невизначені множники Лагранжа t_j вважати розділеними на неперервний множник Лагранжа $v_j(x)$ та розривну частину $w_j(x)$:

$$t_j = v_j w_j;$$

$$\text{де: } w_j(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \text{sign}(\Omega_j(x)) \right), \quad \text{sign}(0) = 1.$$

Це дає змогу формально обмеження типу нерівності $\Omega_j \leq 0$ перевести в еквівалентні обмеження типу рівності для $w_j \Omega_j(x) = 0$, які позначають одну й ту ж саму область (рис.2).

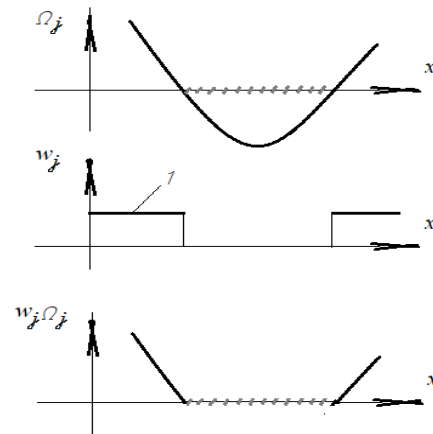


Рис. 2 – Еквівалентні обмеження типу нерівності $\Omega_j \leq 0$ та рівності $w_j \Omega_j(x) = 0$

Таким чином, задачу НП з обмеженнями типу нерівності можна розглядати як еквівалентну класичну задачу з обмеженнями рівності з функціоналом:

$$L(x, u, v) = f(x) + \sum_{j=1}^m u_j \omega_j(x) + \sum_{j=1}^s v_j w_j \Omega_j(x)$$

За допомогою методу множників u_j, v_j встановлюються необхідні умови мінімуму. Для випадку квадратичного та лінійного функціоналів маємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} &= K x - R + c^T u + a^T v w = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial u} &= c x - \delta = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial v} &= \text{diag}(w)(a x - \Delta) = 0, \text{ або: } w_j \Omega_j = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Зручно побудовані рівняння формалізувати в матричній формі, залучивши до неї функціонал $f(x)$:

$$\begin{bmatrix} K & c^T & a^T & R \\ c & \cdot & \cdot & \delta \\ a & \cdot & \cdot & \Delta \\ R^T & \delta^T & \Delta^T & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \\ t \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \Omega \\ -2f \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Суть алгоритму УА в тому, що постановки 2-х класів задач оптимізації об'єднані в єдиній та зручній формі симетричної матричної залежності, рішення яких як єдиний алгоритм можна побудувати на базі операцій матричної алгебри.

Прийmemo до уваги, що основна матриця A отриманої системи є симетричною. До складу невідомих, що підлягають визначенню, включені такі вектори: x, u, t, Ω розмірами n, m, s, s загальною кількістю $(n+m+2s)$. Зауважимо що в цю групу одночасно входять як множники Лагранжа t при обмеженнях нерівності, так і самі значення нерівності Ω .

t і Ω будемо називати ключовими невідомими, а x і u штатними. Розглянемо тепер структуру системи (2) в термінах числа рядків. Матриці K, c , і a формують систему рівнянь розмірами n, m, s , загалом $(n+m+s)$. Таким чином, система (2) є невизначеною. Але треба пам'ятати, що додаткові s умов Куна-Такера слугують замиканням системи до повної форми, але становлять нелінійний блок залежностей.

Наведені особливості структури рівнянь визначають порядок роботи алгоритму пошуку оптимальної

точки задачі квадратичного програмування. Як було зазначено вище ЛП – це частинний випадок алгоритму. Визначення оптимальної точки задач КП і ЛП зводиться до аналізу однієї й тієї ж системи алгебраїчних рівнянь. Центральна задача подальших перетворень полягає в побудові безпосереднього лінійного зв'язку між ключовими невідомими. Потім організація послідовного перебору значень цих ключових параметрів, в кожному з яких забезпечується виконання умов Куна-Такера. Це відома відпрацьована схема симплекс процедури. Вибір кращого варіанта відбувається після обчислення $f(x)$. Всі перетворення згідно алгоритму відповідають операціям матричної алгебри над системою (2).

Для побудови ключових співвідношень спочатку потрібно виразити вектори (x, u) , через ключові (t, Ω) . Потім виключити їх з системи. Це спрощує рівняння. Представимо два верхніх кліткових рівняння в формі:

$$\begin{bmatrix} K & c^T & a^T & R \\ c & \cdot & \cdot & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \\ t \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & a^T & R \\ \cdot & \cdot & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \\ t \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

Клітковий блок A_{11} розміром $(n+m)$ повністю визначає зв'язок штатних невідомих з ключовими. При цьому, для випадку присутності в задачі умов рівності матриця A_{11} буде виродженою. Цю матрицю потрібно привести до діагональної форми. Можливості матричної алгебри допускають використання різних варіантів стійких перетворень для вирішення цього завдання. Але симетрія надто дорогоцінна якість, щоб, можна було нею нехтувати. Симетрія – це додаткові аргументи в питаннях точності, стійкості алгоритму особливо для задач великого розміру. Тому доцільно використовувати подібні перетворення, які переносять симетрію на результат. Будемо використовувати заміну змінних та подібне перетворення з матрицею P_1 .

$$\begin{bmatrix} x \\ u \\ t \\ -1 \end{bmatrix} = P_1 \begin{bmatrix} r \\ \xi \\ t \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times & \times & \cdot & \cdot \\ \times & \times & \times & \cdot \\ \cdot & \cdot & E & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \xi \\ t \\ -1 \end{bmatrix}$$

Система (2) після еквівалентного перетворення:

$$P_1^T A P_1 \begin{bmatrix} r \\ \xi \\ t \\ -1 \end{bmatrix} = P_1^T \begin{bmatrix} \cdot \\ \Omega \\ -2f \end{bmatrix},$$

набуде більш простого виду, що допускає визначення вектору r :

$$\begin{bmatrix} E & \cdot & \cdot & \times \\ \cdot & \cdot & \times & \times \\ \cdot & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \xi \\ t \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \Omega \\ -2f \end{bmatrix} \quad (4)$$

Далі продовжується спрощення матриці з допомогою лівих перетворень для визначення вектора ξ . Залежності, що залишаються, встановлюють безпосередній зв'язок між компонентами множників Лагранжа t та Ω . Для наочності роботи схеми введемо два вектори $y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_s)$ та $z = (z_1, z_2, z_3, \dots, z_s)$. Вважатимемо y_i базисними компонентами векторів t та Ω , а z_j – поза базисними. Як вектор y так і z можуть формуватись як

з компонентів t_j так і Ω_j , за одним виключенням: для кожного j компоненти t_j та Ω_j не можуть одночасно входити в один з цих векторів, вони повинні стояти по різні боки рівності. Залежність базисних компонент y від небазисних z можна представити у такій стандартній формі:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y \\ y_s \\ -2f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ b_1 & b_2 & b_3 & b & b_s & \times \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z \\ z_s \\ -1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Таким чином, стартова розрахункова система (2) переходить до залежності (5), що пов'язує t і Ω . Надалі виконуються циклічна процедура симплекс-схеми. Це, по-перше, забезпечення виконання умов Куна-Такера ($t_j \Omega_j = 0$). Будемо робити це традиційним шляхом призначення всім поза базисним координатам z значення нуль. За ходом процедури можна слідкувати по значенням поточного базисного рішення y . Цей вектор повинен бути допустимим, тобто потрібна відповідність між невизначеними множниками Лагранжа t_j та активністю кожної нерівності Ω_j . Наприклад, якщо $\Omega_j < 0$ (ϵ неактивною), то t_j повинен дорівнювати нулю. Якщо поточне рішення недопустиме, потрібно ввести зміни: відповідні базисні координати перевести в небазисні і навпаки. Тобто переписати форму рівняння (5). Після чого знову представити залежність базисних координат від небазисних в канонічному вигляді. За тенденцією зменшення цільової функції від поза базисних координат потрібно слідкувати по значенням коефіцієнтів b_j .

Чисельна процедура складається з конкретного набору операцій, лінійних рівнянь, що надають шлях до результату. Відповідь на питання про існування рішення, одного чи безлічі можна отримати по результатам роботи чисельної процедури над конкретним актуальним набором числових даних.

Якщо рішення існує, допустиме і подальше зменшення функціоналу неможливе, то процедуру можна виконати за скінченну кількість операцій. Алгоритм працює по цій схемі як для задач ЛП так і КП.

3. Приклад модельної задачі лінійного програмування. Розпочнемо аналіз роботи Universal Algorithm з прикладу пошуку оптимальної точки задачі ЛП з шістьма параметрами $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$, 5-ма обмеженнями рівності та 6-ма обмеженнями нерівності. Він пов'язаний з модельною "транспортною" задачею..

$$\begin{aligned} f(x) &= 9x_1 + x_2 + x_3 + 6x_4 + 4x_5 + 3x_6 \rightarrow \min; \\ x_1 + x_4 &= 50; \\ x_2 + x_5 &= 60; \\ x_3 + x_6 &= 50; \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 90; \\ x_4 + x_5 + x_6 &= 70. \\ x_i &\geq 0; \quad (i = 1, 6); \end{aligned} \quad (6)$$

З них можна визначити компоненти вектора η , залежності для ξ_{ij} :

$$\eta_j = 0, (j=1,8).$$

$$\begin{bmatrix} \xi_{21} \\ \xi_{22} \\ \xi_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_5 + 60 \\ \Omega_6 + 50 \\ \cdot \end{bmatrix}.$$

А також потрібні нам ключові співвідношення – лінійний зв'язок між множниками Лагранжа t та Ω . Форм запису такого зв'язку, тобто рішень задачі ЛП може бути багато. Спосіб вибрати серед них найкращий варіант полягає в їх переборі, кількість яких обмежена. Працює симплекс-процедура. Стартові рівняння мають вигляд:

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \\ \Omega_4 \\ \Omega_5 \\ \Omega_6 \\ -2f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 1 & -20 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & 60 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 50 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & -1 & 70 \\ 1 & -1 & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & 6 \\ 1 & \cdot & -1 & -1 & \cdot & \cdot & 5 \\ 90 & \cdot & \cdot & -40 & 6 & 5 & 1310 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ \Omega_5 \\ \Omega_6 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (7).$$

Зручною вважатимемо таку форму запису, коли легко визначити рішення.

В наведеному вигляді за компоненти базисного вектора прийняті такі: $y = (\Omega_1 \Omega_2 \Omega_3 \Omega_4 t_5 t_6)$, а поза базисні – ті, що стоять в правій частині ключових залежностей: $z = (t_1 t_2 t_3 t_4 \Omega_5 \Omega_6)$. Функціонал f виражається через коефіцієнти нижнього рядка.

Щоб виконати умови Куна-Такера процес рішення розпочинається з призначення всім поза базисним координатам значення нуль:

$$(t_1 t_2 t_3 t_4 \Omega_5 \Omega_6) \rightarrow 0.$$

В такому разі базисним координатам будуть відповідати наступні значення:

$$(\Omega_1 \Omega_2 \Omega_3 \Omega_4 t_5 t_6) = (20, -60, -50, -70, 6, 5).$$

Тепер настає черга аналізу отриманого варіанту рішення. Він показує, що воно недопустиме. Так, якщо $\Omega_2 < 0$ (нерівність неактивна), то t_2 повинно дорівнювати нулю; це правильно. Але якщо $\Omega_1 > 0$, то t_1 не може дорівнювати нулю; це неправильно.

Тому переходимо до іншого варіанту рішення. Для цього плануємо виконати перестановку невідомих: вивести з базисних компоненту Ω_1 , а замість неї ввести t_1 . Але на цьому шляху, в даному випадку, виникає особливість - діагональний елемент M_{11} матриці рівняння (7) дорівнює нулю. В такому разі в першому стовбці шукаємо інший (максимальний) елемент 1. Він належить п'ятому рядку. Тому приймається рішення в процесі перестановки вивести з базисних дві компоненти Ω_1 та t_5 , а ввести t_1 та Ω_5 .

В результаті перебудування канонічна форма залежностей (7) стане такою:

$$\begin{bmatrix} -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ -90 & \cdot & \cdot & \cdot & -6 & -50 & 1 & -2f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \\ \Omega_4 \\ \Omega_5 \\ t_6 \\ -2f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & -1 & \cdot & -1 & 1 & \cdot & 6 \\ -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 40 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 50 \\ -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 50 \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 20 \\ \cdot & 1 & -1 & \cdot & -1 & \cdot & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & -40 & 60 & 5 & 1310 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ \Omega_6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Повторюємо процес аналізу рішення для цього варіанту запису системи. Знову призначаємо всім поза базисним координатам значення нуль:

$$(\Omega_1 t_2 t_3 t_4 t_5 \Omega_6) \rightarrow 0.$$

Тоді базисним координатам будуть відповідати нові значення:

$$(t_1 \Omega_2 \Omega_3 \Omega_4 \Omega_5 t_6) = (6, -40, -50, -50, -20, -1).$$

Аналіз показує, що це рішення допустиме. Від'ємним значенням $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_4, \Omega_5$ (обмеження не активні) відповідають значення 0 для t_2, t_3, t_4, t_5 . Це правильно. Значення функціоналу $f = 470$.

Таким чином, знайдене рішення задовольняє обмеженням як рівності так і нерівності, і надає функціоналу якості мінімального значення. Приведемо повне рішення задачі:

$$f(x) = 9x_1 + x_2 + x_3 + 6x_4 + 4x_5 + 3x_6 \rightarrow \min;$$

$$x^* = (x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6) = (0, 40, 50, 50, 20, 0);$$

$$(u_1 u_2 u_3 u_4 u_5) = (-6, -4, -4, 3, 0);$$

$$(\Omega_1 \Omega_2 \Omega_3 \Omega_4 \Omega_5 \Omega_6) = (0, -40, -50, -50, -20, 0);$$

$$(t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6) = (6, 0, 0, 0, 0, -1); \quad (8)$$

$$(\xi_1) = \left(\frac{53}{2}, \frac{47}{2}, -\frac{43}{2}, -\frac{37}{2}, 32, 28, 27, 23 \right);$$

$$(\xi_{21}, \xi_{22}, \xi_{23}) = (40, 50, 0);$$

$$f(x^*) = 470 \rightarrow \min.$$

4. Деформування моделі однопілонної вантової споруди зі змінною структурою.

Конструкції, що складаються з окремих частин, пов'язаних між собою односторонніми зв'язками, які в процесі експлуатації можуть як входити в контакт (ставати активними) так і роз'єднуватись – це об'єкти змінної структури. Проблеми аналізу напружено-деформованого стану в них є надзвичайно актуальними. Структурні зміни супроводжуються складними процесами дотикань – відривів між областями контактів, наприклад, в кінематичних парах, в односторонніх зв'язках та інших.

В якості основного підходу моделювання в таких об'єктах приймають метод розрахунку конструкцій по частинам, який знайшов широке застосування в різних напрямках механіки деформованого тіла. Цей ідеологічний стержень закладений також в основний інженерний інструмент чисельного аналізу яким є МСЕ. В основі його функціонування лежать два основних етапи: дискретизація об'єктів на СЕ та інтеграція ансамбля цих елементів в СЕ-модель всієї конструкції. Суть етапу інтеграції в класичному МСЕ полягає в тому, що при побудові СЕ-моделі всієї конструкції призначаються умови рівності відповідних локальних вузлових

координат різних СЕ.

В запропонованому Universal Algorithm ці функції розширені: тепер при об'єднанні в СЕ модель конструкції між локальними вузловими координатами різних СЕ можливо призначати не тільки обмеження рівності але і нерівності, наприклад, задавати роботу односторонніх зв'язків.

Серед сучасних елегантних та економічних об'єктів будівництва вантові споруди вирізняють відносна легкість та міцність. Їх несучі елементи (ванти) працюють тільки на розтягнення.

З'явилась можливість поєднання значної довжини прольотів, відносної легкості, високої ефективності, зі значною напруженістю в елементах металоконструкцій. Для проектування таких об'єктів необхідна підготовка методів розрахунків в умовах односторонніх зв'язків, оптимальних рішень.

Дослідження різних аспектів функціонування конструкцій з гнучкими елементами, що працюють лише на розтягнення, в тому числі і визначення оптимальних значень параметрів можна знайти, поряд з іншими, в [3-7, 17-20].



Рис. 3 [2] – Вантова мостова споруда

Запропонована в цій роботі схема загального алгоритму визначення оптимальної точки задач квадратичного програмування (КП) працює в тій же послідовності, що і для задач ЛП. Різниця в тому, що в квадратичний функціонал додатково входить матриця жорсткості, яка доповнює основну матрицю системи лінійних алгебраїчних рівнянь (2). Разом з тим квадратична постановка дозволяє значно розширити коло об'єктів моделювання задачами лінійного деформування ланок конструкцій в умовах контактної взаємодії (при лінійних обмеженнях).

Для чисельної демонстрації особливостей поведінки алгоритму розглянуто модельну задачу однопілонної вантової споруди (рис.4). Конструкція складається з декількох окремих частин. Це пілон, дорожнє полотно, ванти. Вона відноситься до споруд змінної структури.

Взаємодія пілону та полотна дороги здійснюється лише при односторонній деформації розтягнення 20-ти канатів, прикріплених в їх точках. Встановлено по 10 вант з боку берегового та руслового прольотів. У випадках деформування окремих вант, при їх навантаженнях або монтажних операціях, коли має місце

зближення точок кріплення, зв'язки перериваються. В таких випадках канати не активні і не приймають участі в перерозподілі силового потоку. В подібному стані може опинитись кожен з канатів, а врахувати його можна з допомогою обмежень типу нерівності.

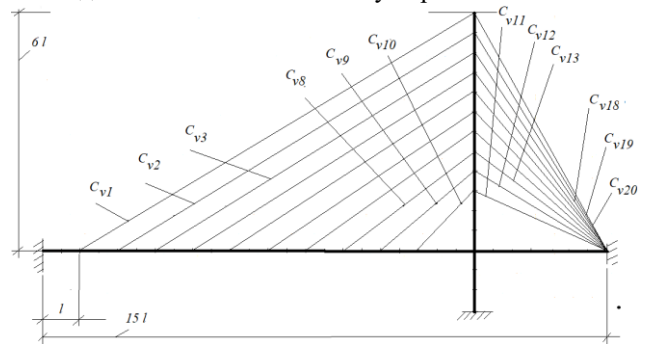


Рис. 4 – Модель однопілонної вантової споруди

Схема споруди, тип елементів, розміри, характеристики матеріалу, характер навантаження вибрані в цілому типовими та такими, що допускають, в певних випадках, просту аналітичну перевірку результатів розрахунків. Споруда представляє собою плоску стержневу конструкцію, що здійснює згинально-поздовжню деформацію.

Основні числові дані такі:

$E = 2 \cdot 10^5$ МПа – модуль пружності матеріалу;

$L_b = 150$ м – довжина балки полотна;

$L_p = 75$ м – висота пілону;

$l = 10$ м – довжина одного прольоту;

$F = 0.5$ м² – площа перерізу як полотна так і пілону;

$I = F/12$ м⁴ – це екваторіальні моменти інерції перерізу;

$F_v = 0.01F$ – переріз канату ($d \approx 0.1$ м).

В процесі експлуатації вантові мостові конструкції знаходяться під впливом різноманітних видів навантаження (власної ваги, транспортного та будівельного устаткування, вітрового навантаження та інших). В даному прикладі до загального навантаження включено такі: вагу пілона, подвоєну вагу дорожнього полотна та змінне по напрямку вітрове зусилля. Всі складові розподілені по глобальним вузлам за схемою (рис.5).

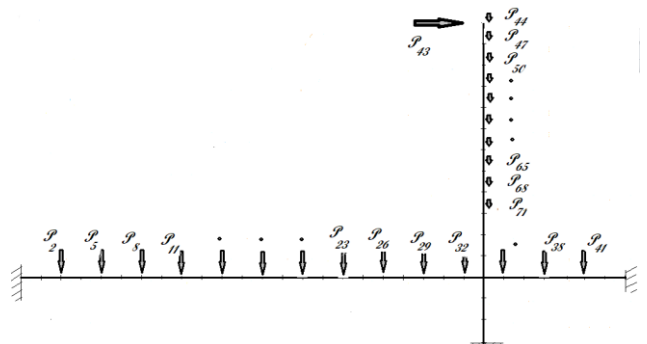


Рис. 5 – Розподілення зовнішнього навантаження по глобальним вузлам СЕ сітки.

За $P_0 = 400$ кН прийнята умовна вага одного прольоту полотна дороги. Саме ж полотно

рівномірно навантажене у вузлах силами, що еквівалентні його 2-х кратній вазі:

$$P_2 = P_5 = P_8 = \dots P_{35} = P_{38} = P_{41} = \frac{15}{7} P_0 .$$

Вага пілону теж рівномірно розподілена по його висоті і прикладена у вузлах:

$$P_{44} = P_{47} = P_{50} = \dots P_{65} = P_{68} = P_{71} = \frac{3}{4} P_0 .$$

Вітрове навантаження моделюється горизонтальною складовою P_{43} вузлового зусилля на вершині пілону. Проведені числові розрахунки, коли воно змінюється як по величині так і по напрямку. Розглядаються різні випадки-варіанти зміни структури конструкції, викликані дією вітру.

Для чисельних розрахунків використана процедура скінченно-елементного моделювання (МСЕ). Пілон та балка прольоту розбиті відповідно на 10 (від 16 до 25) та 15 однакових СЕ (рис.6).

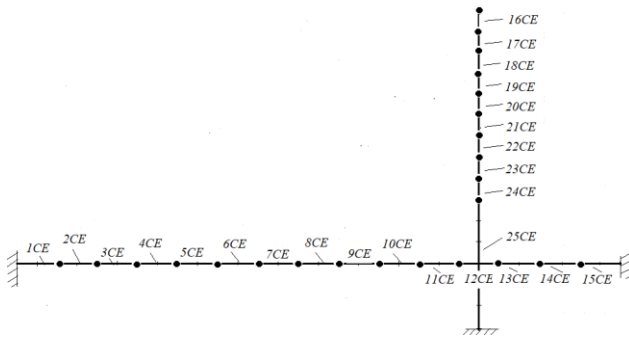


Рис. 6 – Скінченно-елементна модель споруди

Для врахування особливостей деформування елементів металоконструкції в якості стандартного використано стержневий 2-х вузловий згинально-поздовжній СЕ з 6 степенями свободи (рис.7).

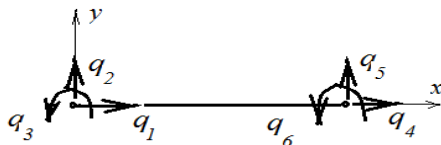


Рис. 7 – Схема 2-х вузлового згинально-поздовжнього СЕ

Матрична форма зв'язку вектора реакцій Q , що утримує СЕ в рівновазі, та його вузлових переміщень q така:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & \cdot & \cdot & -C & \cdot & \cdot \\ \cdot & 12S & 6lS & \cdot & -12S & 6lS \\ \cdot & 6lS & 4l^2S & \cdot & -6lS & 2l^2S \\ -C & \cdot & \cdot & C & \cdot & \cdot \\ \cdot & -12S & -6lS & \cdot & 12S & -6lS \\ \cdot & 6lS & 2l^2S & \cdot & -6lS & 4l^2S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} ,$$

де: $C = \frac{EF}{l}$ - коефіцієнт жорсткості на розтягнення;
 $S = \frac{EI}{l^3}$ - параметр жорсткості на згинання.

Вся СЕ-модель конструкції включає 25 СЕ та 92 степені свободи, які показані на рис.8. Відмітимо характерну особливість дискретизації моделі, яка створює необхідні передумови для можливості введення різних

обмежень. В точках кріплення канатів та пілону введені спільні для них глобальні координати (використані умови рівності). Це переміщення (q_{43} - q_{72}). На відміну від них глобальні вузлові переміщення точок кріплення на полотні дороги (q_{1} - q_{30}) та переміщення нижніх країв канатів (q_{73} - q_{92}) приймаються різними. Тобто ці вузлові точки на старті процесу деформування вважаються роз'єднаними. Це надає можливості встановлювати між потрібними вузлами обмеження типу нерівності потрібної якості, тобто розглядати задачі деформування конструкцій змінної структури.

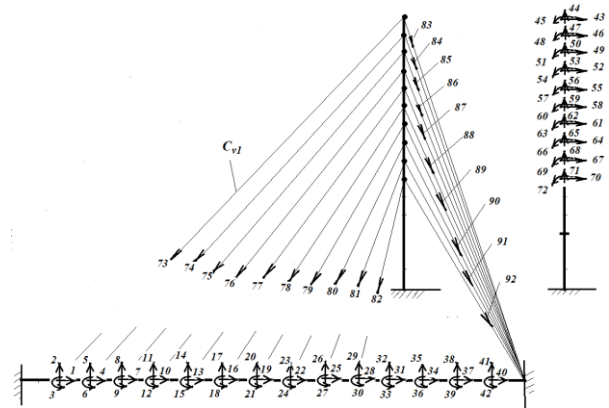


Рис. 8 – СЕ схема споруди з 92 глобальними степенями свободи

І тільки процес мінімізації функціоналу надасть заключну відповідь про дійсний характер контактування. Саме такі варіанти передбачені в Universal Algorithm.

Для формування основного функціоналу Лагранжа розрахункової моделі (рис.4), потрібні значення функціоналу цілі та обмеження-нерівності. Запишемо його в такому вигляді:

$$L(q, t) = f(q) + \sum_{j=1}^{40} t_j \Omega_j(q) .$$

При цьому функціонал цілі $f(q)$ є квадратичним та відповідає повній потенціальній енергії всієї споруди, тобто всіх структурних складових. Він включає:

$$f(q) = \frac{1}{2} q_p^T K_p q_p + \frac{1}{2} q_b^T K_b q_b + \sum_{j=1}^{20} C_{vj} (\Delta l_{vj})^2 - q^T R ;$$

- де: K_p – матриця жорсткості пілону;
- K_b – матриця жорсткості балки полотна
- C_{vj} – коефіцієнти жорсткості вантів на розтягнення;
- Δl_{vj} – величини видовження вант при розтягненні;
- R – вектор вузлових навантажень.

4.1. Формування СЕ-рівнянь пілону та балки полотна. Матричні рівняння рівноваги окремих частин споруди (пілону та балки полотна) мають відповідно порядки (30×30) та (42×42). Для їх побудови використано матрицю індексів, яка встановлює відповідність між локальною нумерацією стандартного СЕ (рис.7) та глобальною нумерацією координат споруди (рис.8). Це фактично умови рівності:

	1	2	3	4	5	6
1CE	•	•	•	1	2	3
2CE	1	2	3	4	5	6
3CE	4	5	6	7	8	9
4CE	7	8	9	10	11	12
-	-	-	-	-	-	-
14CE	37	38	39	40	41	42
15CE	40	41	42	•	•	•
16CE	46	47	48	43	44	45
17CE	49	50	51	46	47	48
-	-	-	-	-	-	-
25CE	•	•	•	70	71	72

СЕ-рівняння пілона розміром 30 буде таким:

$$Q_p = K_p q_p - R_p,$$

СЕ-рівняння балки полотна розміром 42 має вигляд:

$$Q_b = K_b q_b - R_b.$$

4.2. Визначення 2-х обмежень-нерівностей для кожної з вант при односторонньому деформуванні.

Розглянемо особливості деформування вант при контактній взаємодії з полотном на прикладі 1-го канату (рис.9). З одного боку кріплення канату в точці *B* прив'язане до пілону - має спільні узагальнені координати (q_{43}, q_{44}). З іншого боку в точці кріплення канату до полотна, призначені свої незалежні координати окремо для балки в точці *A* (q_1, q_2) та канату в точці *A'* (q_{73}). Зручно для канату ввести також допоміжні (локальні) координати (s_1, s_2).

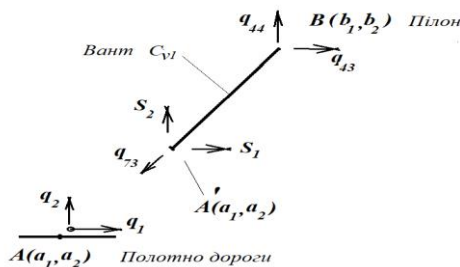


Рис. 9– Схема взаємодії 1-го канату та полотна:

Знайдемо величину видовження канату через його узагальнені координати.

$$\Delta l = l_{AB'} - l_{AB} \approx (l_{AB'}^2 - l_{AB}^2) / (2l_{AB}).$$

Якщо позначити $q_{73} = \sum_{i=1}^2 \frac{b_i - a_i}{l_{AB}} s_i$; то:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^2 \frac{b_i - a_i}{l_{AB}} q_{42+i} + q_{73}.$$

Відповідне віддалення між точками *A* і *B*, що належать конструкції, буде таким:

$$\Delta AB = \sum_{i=1}^2 \frac{b_i - a_i}{l_{AB}} (q_{42+i} - q_i).$$

Таким чином, зміна відстаней між точками

конструкції при її деформуванні в лінійній постановці є лінійною функцією глобальних координат споруди.

Такі особливості деформування 1-го канату можна записати у вигляді 2-х нерівностей:

$$\Delta l \geq 0 \text{ та } \Delta l \geq \Delta AB, \text{ або:}$$

$$\begin{cases} q_{73} + \frac{b_1 - a_1}{l_{AB}} q_{43} + \frac{b_2 - a_2}{l_{AB}} q_{44} \geq 0, \\ q_{73} + \frac{b_1 - a_1}{l_{AB}} q_1 + \frac{b_2 - a_2}{l_{AB}} q_2 \geq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Одержані результати для одного канату можуть бути узагальнені на весь комплект, та записані для всієї споруди у вигляді 40 нерівностей:

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \\ \Omega_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Omega_{39} \\ \Omega_{40} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -c \\ -c & -s & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 \\ \times & \times & -c & -s & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \cdot & \cdot & \times & \times & \times & \times \\ \cdot & \cdot & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \cdot \\ q_{28} \\ q_{29} \\ q_{43} \\ q_{44} \\ q_{46} \\ \cdot \\ q_{70} \\ q_{71} \\ q_{74} \\ \cdot \\ q_{92} \end{bmatrix}.$$

Тепер отримано всі необхідні залежності для формування розрахункових рівнянь задачі квадратичного програмування (2):

$$\begin{bmatrix} K & a^T & R \\ a & \cdot & \Delta \\ R^T & \Delta^T & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ t \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \Omega \\ -2f \end{bmatrix}. \quad (10)$$

При цьому :

$n = 92$ - кількість вузлових невідомих;

$m = 0$ - кількість обмежень рівності;

$s = 40$ - кількість обмежень нерівностей.

Матриця *A* системи має розмір (133×133), симетрична і підготовлена для подальшого аналізу в проблемі квадратичного програмування. Важливим є наступний крок схеми. Це - перетворення форми рівнянь (10) шляхом виключення з неї вектору *q* та встановлення безпосереднього зв'язку між компонентами множників Лагранжа *t* та Ω .

На основі побудованої системи рівнянь в роботі виконані варіативні розрахунки НДС споруди для різних варіантах вітрового навантаження. Приведені випадки, коли для деяких з канатів нерівності стають активними або навпаки приводять до структурних змін.

4.3. Результати моделювання НДС вантової мостової споруди як конструкції змінної структури при варіюванні вітрового навантаження. Споруди з використанням гнучких силових елементів (вантові споруди), є здебільшого висотними. Вони відносяться до відповідальних об'єктів проектування. Особливістю їх навантаження є змінність структури цього навантаження та комплексність. Можна виділити регулярну складову та додаткову а саме: вітрове, монтажне,

транспортне, тощо. В інженерній практиці в таких випадках використовують варіативні комбінації сил, які призначають в залежності від умов експлуатації. Розглядають також особливі комбінації як то: штормові, вибухові, монтажні та інші. Такі конструкції при змінах навантаження самі можуть змінювати свою структуру. З допомогою універсального алгоритму проведено розрахунок ряду задач.

1) $P_{43} = -3P_0$. **Напрямок вітру направлений в бік берега. Розглядається споруда за відсутності вант.** Цей приклад розподілу НДС по конструкції вибрано з метою виконання порівняльної оцінки ефективності встановлення канатів. Пілон здійснює згинально-поздовжнє деформування, яке незалежне від згинальної деформації балки. На рис.10 приведені епюри поперечних переміщень пілона та полотна (м), поздовжньої сили в пілоні (10^6 , н) та згинального моменту (10^7 , нм)

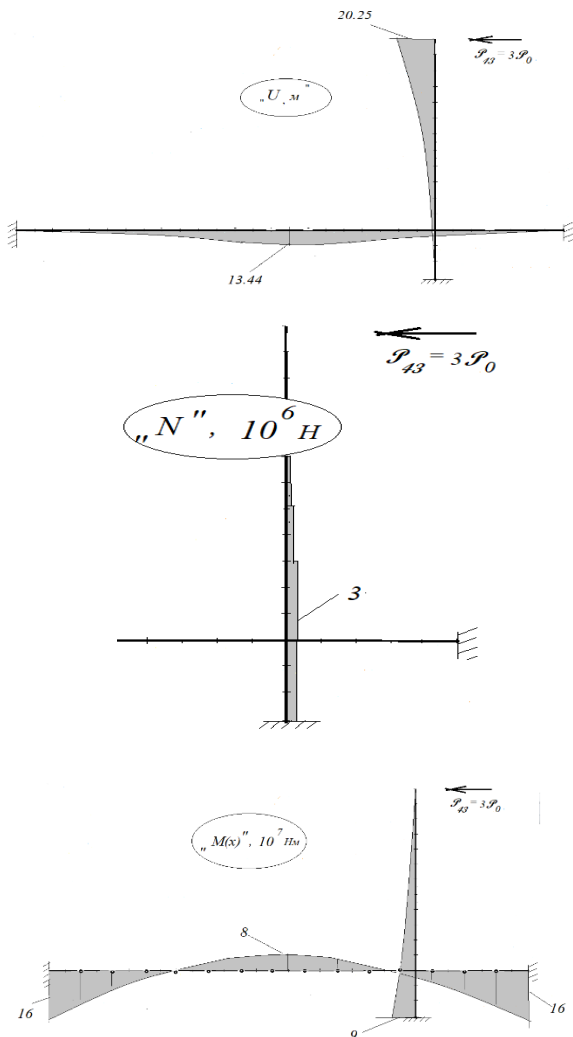


Рис. 10 – Вітрове навантаження направлене в бік берега. Деформування споруди розглядається без впливу вант

Задача допускає просте аналітичне рішення, яке добре співпадає з чисельними розрахунками. Спостерігається значний рівень напруженості та

деформування.

2) $P_{43} = -3P_0$. **Напрямок вітру не змінений, діє в бік берега. Але Споруда тепер підкріплена вантами.** На рис.11 приведені епюри поперечних переміщень пілона та полотна (м), поздовжньої сили в пілоні (10^6 , н), розподіл сил по канатах. А також епюра згинального моменту по металоконструкції (10^7 , нм).

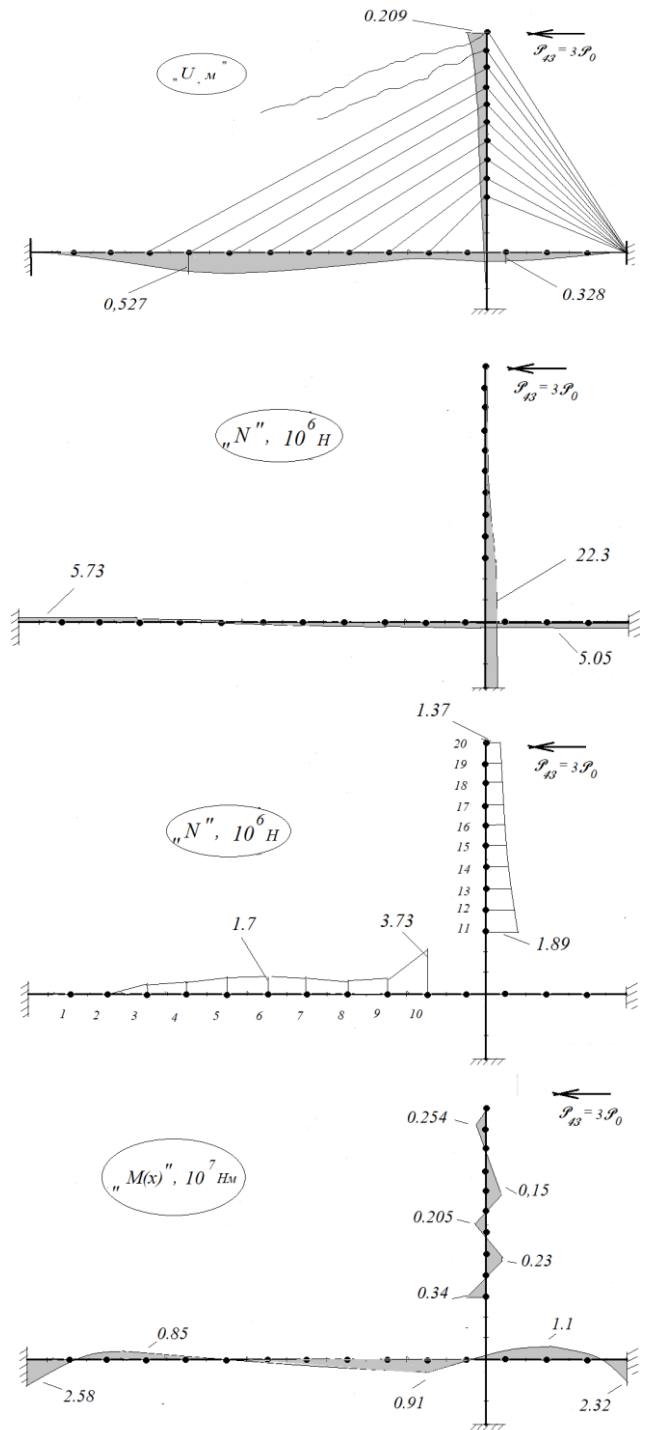


Рис. 11 – Деформування споруди з вантами. Під впливом навантаження структура споруди змінилась.

Спостерігаються радикальні зміни. Силова напруженість споруди суттєво перерозподілилась. Сили

стискання в пілоні вирости в декілька разів. Зате можна відмітити значне зменшення переміщень, згинального моменту по елементам конструкції. Відповідні зміни можна порівняти на приведених епюрах

Але найбільш радикальна зміна пов'язана зі зміною структури об'єкта, коли 2 крайніх берегових вант виявились розвантаженими.

3) $P_{43} = -P_0$. Цей приклад пов'язаний з поступовим зменшенням сили вітру. Напрямок його дії залишився в бік берега. Споруда підкріплена 20 вантами, але для цього варіанту тепер не працює один береговий вант. Основні параметри напружено-деформованого стану наведені на рисунку 12. Загальний характер розподілу параметрів деформування мало змінився.

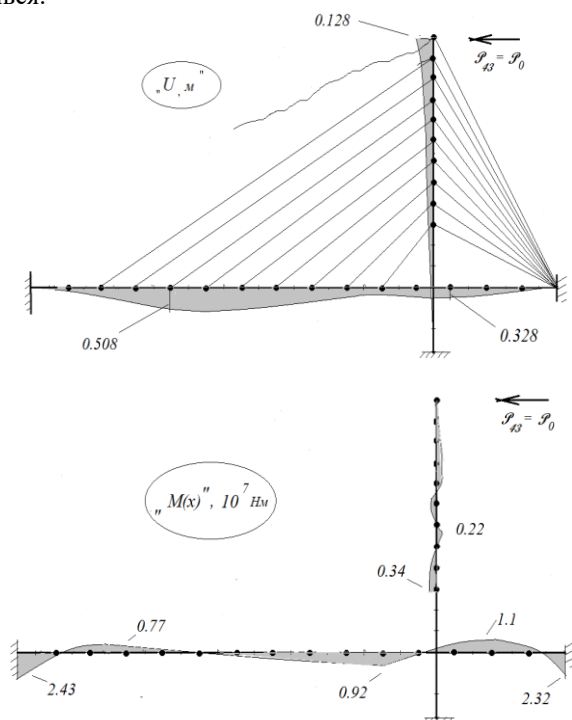


Рис. 12 – Деформування споруди при зменшенні дії вітру в бік берега. Залишилися активно працювати лише 19 канатів.

В цьому варіанті спостерігається продовження структурних змін споруди внаслідок змін величини та характеру зовнішнього навантаження.

4) $P_{43} = 3P_0$. Сила вітру збільшена при змінненні також і напрямку. Тенденції змін в параметрах стану залишаються незмінними. Епюри переміщень згинально-поздовжнього деформування наведені на рисунку 13.

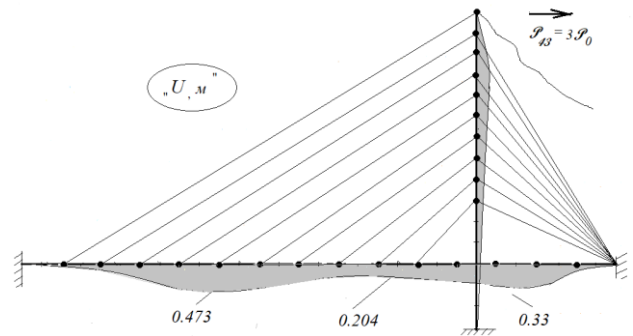


Рис. 13 – Зростання вітрового навантаження, розвантаження правого руслового канату, перерозподіл силових параметрів.

Результати показують, що не всі канати в вантових спорудах ефективно виконують свою роботу. По результатам проведених розрахунків також видно, що для споруд з односторонніми зв'язками в процесі експлуатації можуть суттєво змінюватись як структура навантаження так і структура самої споруди. В багатьох випадках для оцінки напруженості можуть бути корисними методи нелінійного, зокрема квадратичного, програмування.

5. **Висновки.** На підставі проведених досліджень можна зробити наступні висновки:

- Представлений в роботі Universal Algorithm дозволяє поєднати постановки 2-х класів задач нелінійного програмування (ЛП та КП) в єдиній універсальній формі симетричної матричної залежності.
- Приведений алгоритм квадратичного програмування може бути використаний в оптимізації та рішенні широкого кола задач деформування конструкцій змінної структури в умовах контактної взаємодії при односторонніх зв'язках за скінченну кількість операцій.
- Ефективний алгоритм рішення проблеми квадратичного програмування може бути реалізований з використанням операцій матричної алгебри.
- Для зменшення кількості операцій в циклічній процедурі симплекс-схеми доцільно попередньо з допомогою матричних перетворень виключити з системи розрахункових рівнянь "зайві" невідомі та встановити безпосередній зв'язок між компонентами множників Лагранжа та значеннями нерівностей.
- Як приклад, можуть бути корисними наведені результати чисельних розрахунків модельних задач деформування вантової споруди.

Список літератури

1. Аокі М. Introduction to Optimization Techniques. Fundamentals and Application of Nonlinear Programming. The Macmillan Company, New York, 1971.
2. Інтернет ресурс: <https://my-obolon.Kiev.ua/ua/longridi/nivnichnij-mist-podrobiczi-proektuvannya-i-budivnicztva.html>
3. Грищенко В. М. Універсальний алгоритм лінійного та квадратичного програмування в задачах контактного деформування вантових споруд з односторонніми зв'язками // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ "ХПІ", 2022. – №2(2022), – с. 29-38.
4. P.E.Gill, W.Murray, M.H.Wright. Practical Optimization,

Academic Press, London, 1981.

5. J.A.Snyman, Practical mathematical optimization. Springer Science+Business Media, Inc, 2005.

6. S.S. Rao, Engineering Optimization. Theory and Practice. John Wiley, New York, 2009.

7. Богасенко І.М., Григорків В.С., Бойчук М.В., Рюмишин М.О. Математичне програмування. –К.:Логос, 1996. –266с.

8. Lute V. Genetic algorithms-based optimization of cable-stayed bridges//V.Lute, A.Upadhyay, K.K.Singh// J.Software Engineering&Applications.-2011.-№4.-pp571-578.

9. Hassan M.M.Optimization of stay cables in cable-stayed bridges using finite element,genetic algorithm,and B-spline combined techiqu/M.M.Hassan//EngineeringStructures.-2013.-Vol.49.-pp643-654.

10. Asgari, Banafsheh, Siti Aminah Osman, Azlan Bin Adnan. Optimization of Pre-Tensioning Cable Forces in Highly Redundant Cable-Stayed Bridges. International Journal of Structural Stability and Dynamics 15, no. 1 (January 2015).

11. Amornvivat, Pongpun. Optimal designs for cable-stayed bridge. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1996.

12. Mao, Yuanfu. Mathematical Modeling of Cable - Stayed Bridge. In 7th International Conference on Education, Management, Information and Mechanical Engineering (EMIM 2017). Paris, France: Atlantis Press, 2017.

References (transliterated)

1. Aoki M. Introduction to Optimization Techniques. Fundamentals and Application of Nonlinear Programming. The Macmillan Company, New York, 1971.

2. Internet resurs: <https://my-obolon.Kiev.ua/ua/longridi/nivnichnij-mist-podrobiczi-proektuvannya-i-budivnicztva.html>

3. Grischenko V. M. Universalnyi alhorytm liniinoho ta

kvadratynoho prohrumuvannia v zadachakh kontaktynoho dehrumuvannia vantovykh sporud z odnostoronnimy zviazkamy // Visnyk NTU "KhPI". Serii: Dynamika i mitsnist mashyn. – Kh.: NTU "KhPI", 2022. – №2(2022), –s. 29-38.

4. P.E.Gill, W.Murray, M.H.Wright. Practical Optimization, Academic Press, London, 1981.

5. J.A.Snyman, Practical mathematical optimization. Springer Science+Business Media, Inc, 2005.

6. S.S. Rao, Engineering Optimization. Theory and Practice. John Wiley, New York, 2009.

7. Bohaienko I.M., Hryhorkiv V.S., Boichuk M.V., Riumshyn M.O. Matematychno prohrumuvannia. –К.:Логос, 1996. –266с.

8. Lute V. Genetic algorithms-based optimization of cable-stayed bridges//V.Lute, A.Upadhyay, K.K.Singh// J.Software Engineering&Applications.-2011.-№4.-pp571-578.

9. Hassan M.M.Optimization of stay cables in cable-stayed bridges using finite element,genetic algorithm,and B-spline combined techiqu/M.M.Hassan//EngineeringStructures.-2013.-Vol.49.-pp643-654.

10. Asgari, Banafsheh, Siti Aminah Osman, Azlan Bin Adnan. Optimization of Pre-Tensioning Cable Forces in Highly Redundant Cable-Stayed Bridges. International Journal of Structural Stability and Dynamics 15, no. 1 (January 2015).

11. Amornvivat, Pongpun. Optimal designs for cable-stayed bridge. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1996.

12. Mao, Yuanfu. Mathematical Modeling of Cable - Stayed Bridge. In 7th International Conference on Education, Management, Information and Mechanical Engineering (EMIM 2017). Paris, France: Atlantis Press, 2017.

Hadziuwa (received 19.12.2023)

Відомості про авторів / About the Authors

Грищенко Володимир Миколайович (Grischenko Volodimir) – кандидат технічних наук, доцент кафедри математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії, Національний технічний університет «ХПІ»; м. Харків; тел.: (057) 707 6879. E-mail: grivn_dmm@ukr.net; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8880-0982>.